

THESE

PRESENTÉE A

L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Gilbert CASAMATTA

Ingénieur I.G.C.

Docteur Ingénieur

COMPORTEMENT DE LA POPULATION DES GOUTTES DANS UNE COLONNE D'EXTRACTION : TRANSPORT, RUPTURE, COALESCENCE, TRANSFERT DE MATIERE

Soutenue le 11 Septembre 1981 devant la Commission d'Examen

MM. H. ANGELINO	Président
S. BORIES	} Examineurs
J.C. CHARPENTIER	
J.P. COUDERC	
J. DURANDET	
J.M. LERAT	
G. MURATET	

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE

PRESIDENT D'HONNEUR

M. le Professeur MONTEL

PRESIDENT

M. le Professeur NOUGARO

VICE-PRESIDENTS

M. BUGAREL	Professeur	(Attributions : Moyens et personnels)
M. CANDAU	Professeur	(" : Pédagogie)
M. DABOSI	Professeur	(" : Recherche)
M. MARTY	Professeur	(" : Relations internationales)

Directeur de l'E.N.S.A.T.	M. le Professeur RAYNAUD
Directeur de l'E.N.S.C.T.	M. le Professeur LATTES
Directeur de l'E.N.S.E.E.I.H.T.	M. l'Ingénieur Principal de l'Armement CRESTIN
Directeur de l'I.G.C.	M. le Professeur GARDY

SECRETAIRE GENERAL

M. CRAMPES

PROFESSEURS HONORAIRES

Melle BERDUCOU
M. BIREBENT
M. DIEHL
M. HAMANT

PROFESSEURS

M. ALBERTINI	Cytologie et pathologie végétales
M. ANDRE	Sciences Agronomiques
M. ANGELINO	Génie Chimique
M. BAJON	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. BAUDRAND	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. BELLET	Mécanique - Hydraulique
M. BEN AÏM	Génie Chimique
M. BONEL	Chimie appliquée
M. BOURGEAT	Pédologie
M. BRUEL	Informatique
M. BUGAREL	Génie Chimique
M. BUIS	Biologie Quantitative
M. CALMON	Chimie agricole
M. CANDAU	Zootéchnie
M. CASTANIE	Automatique, Informatique Industrielle
M. CONSTANT	Chimie minérale
M. COSTES	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. COUDERC	Génie Chimique
M. DABOSI	Métallurgie et réfractaires
M. DAT	Mécanique - Hydraulique
M. DOMENECH	Génie Chimique
M. ECOCHARD	Agronomie
M. ENJALBERT	Génie Chimique
M. FABRE	Mécanique - Hydraulique
M. FALLOT	Biotechnologie végétale appliquée

M. FOCH	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. GARDY	Génie Chimique
M. GASET	Chimie industrielle
M. GIBERT	Génie Chimique
M. GILOT	Génie Chimique
M. GOURDENNE	Chimie - Physique
M. GRUAT	Mécanique - Hydraulique
M. HOFFMANN	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. KALCK	Chimie minérale
M. LABAT	Ichtyologie appliquée
M. LAGUERIE	Génie Chimique
M. LEFEUVRE	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. LENZI	Chimie industrielle
M. MARTY	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. MASBERNAT	Mécanique - Hydraulique
M. MATHEAU	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. MATHIEU	Chimie analytique
M. MONCOULON	Sciences Agronomiques
M. MONTEL	Chimie inorganique
M. MORA	Génie chimique
M. MORARD	Physiologie végétale appliquée
M. MORELIERE	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. NOAILLES	Mathématiques
M. NOUGARO	Mécanique - Hydraulique
M. PAREILLEUX	Sciences agronomiques
M. PECH	Sciences agronomiques
M. PLANCHON	Sciences agronomiques
M. RODRIGUEZ	Informatique
M. TERRON	Zoologie
M. THIRRIOT	Mécanique - Hydraulique
M. TRANNOY	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. TRUCHASSON	Mécanique - Hydraulique
M. VOIGT	Chimie minérale.

(mis à jour le 16 septembre 1981)

A Marie

A Catherine et Georges

A Mes Parents

Je suis heureux de témoigner ma reconnaissance à Monsieur le Professeur H. GARDY, Directeur de l'Institut du Génie Chimique ; ces travaux ont été réalisés sous son autorité bienveillante.

Monsieur le Professeur H. ANGELINO, malgré ses nouvelles fonctions, a bien voulu continuer à diriger mes travaux et a accepté d'être rapporteur de cette thèse. Je voudrais le remercier pour son amicale vigilance et son soutien expérimenté.

Monsieur le Professeur G. MURATET a été l'âme de cette étude et je lui dois beaucoup. Qu'il me soit permis de le remercier pour son aide constante et éclairée.

Monsieur J. DURANDET, Directeur de Division à l'I.F.P. et Monsieur J.C. CHARPENTIER, Directeur de Recherches au C.N.R.S. ont accepté de consacrer un temps important pour juger ce travail et en être rapporteurs. Je voudrais leur manifester ma reconnaissance. Je voudrais également remercier Monsieur DURANDET un parrain de recherche attentif et amical.

Monsieur S. BORIES, Maître de Recherches au C.N.R.S., Monsieur le Professeur J.C. COUDERC et Monsieur J.M. LERAT, Chef de Projet au C.E.A., ont bien voulu examiner ce mémoire et siéger au Jury de Thèse. Qu'ils veuillent bien accepter l'expression de ma reconnaissance.

Ce travail ne serait pas sans l'ensemble des Techniciens et Administratifs qui ont contribué à sa réalisation.

Je voudrais remercier en particulier Monsieur H. IPINAZAR pour m'avoir grandement facilité l'utilisation des moyens de calcul et MM. G. HENGL et L. POLLINI, dont l'expérience et l'esprit inventif sont rarement pris en défaut.

Je voudrais enfin remercier Madame GEIL et Madame LAFITTE qui, fortement mises à contribution, ne se sont jamais départies de leur légendaire bonne humeur.

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I - INTRODUCTION - BIBLIOGRAPHIE

CHAPITRE II - DESCRIPTION ET TRAITEMENT DU MODELE HYDRODYNAMIQUE

II-1 - PRESENTATION DU SYSTEME	II-2
II-1-1 - LA COLONNE	II-2
II-1-2 - LA PHASE DISPERSEE	II-2
II-1-3 - HYDRODYNAMIQUE	II-3
II-2 - MODELE HYDRODYNAMIQUE CONTINU	II-5
II-2-1 - BILAN SUR LES DEUX PHASES	II-5
II-2-2 - CONDITIONS AUX ALIMENTATIONS	II-6
II-2-3 - BILAN SUR LA PHASE DISPERSEE	II-7
II-2-4 - ETUDE DES CONDITIONS LIMITES	II-8
II-2-4-1 - Conditions en tête de colonne	II-8
II-2-4-2 - Conditions en pied de colonne	II-8
II-2-4-3 - Conditions à l'alimentation de phase dispersée	II-10
II-2-4-4 - Conditions à l'alimentation de phase continue	II-11
II-2-5 - ETUDE DES TERMES DE PRODUCTION	II-11
II-2-5-1 - Etude de la rupture	II-12
II-2-5-2 - Etude de la coalescence	II-13
II-3 - MODELE HYDRODYNAMIQUE DISCRETISE	II-17
II-3-1 - TECHNIQUE UTILISEE	II-17
II-3-2 - ETUDE DE L'ETAGE n	II-18
II-3-2-1 - Modèle à bacs avec débit de retour ...	II-18
II-3-2-2 - Liaison avec le modèle continu	II-19
II-3-2-3 - Limites d'utilisation de ce modèle de discrétisation	II-20
II-3-3 - ETUDE DES CONDITIONS LIMITES	II-21
II-3-3-1 - Etage de tête	II-21
II-3-3-2 - Etage de pied	II-22
II-3-3-3 - Alimentation de phase continue	II-23
II-3-3-4 - Alimentation de phase dispersée	II-25
II-3-4 - ETUDE DES TERMES DE PRODUCTION	II-27
II-3-4-1 - Etude de la rupture	II-27
II-3-4-2 - Etude de la coalescence	II-30
II-4 - INTEGRATION DU MODELE	II-33

CHAPITRE III - EXPLOITATION DU MODELE CONTINU - ETUDE DE LIT DE PHASE

DISPERSEE

III-1 - INTRODUCTION	III-2
III-2 - SIMPLIFICATION DU MODELE	III-3
III-2-1 - ETUDE DE LA PORTION DE COLONNE COMPRISE ENTRE LES ALIMENTATIONS	III-5
III-2-1-1 - Etude générale	III-5
III-2-1-2 - Etude de l'engorgement	III-7
III-2-1-3 - Influence du mélange axial	III-7
III-2-2 - ETUDE DU DECANTEUR	III-9
III-2-3 - ETUDE DU PIED DE COLONNE	III-10
III-2-4 - LIAISON AVEC L'ANALYSE DE THORNTON	III-11
III-2-5 - CONCLUSIONS	III-12

BIBLIOGRAPHIE

CHAPITRE IV - SIMULATION DU FONCTIONNEMENT D'UNE COLONNE

IV-1 - INTRODUCTION	IV-1
IV-1-1 - GEOMETRIE DE LA COLONNE	IV-1
IV-1-2 - ETUDE DE LA RUPTURE	IV-2
IV-1-3 - ETUDE DE LA COALESCENCE	IV-3
IV-1-4 - ETUDE DU TRANSPORT DES GOUTTES	IV-3
IV-1-5 - ETUDE DU MELANGE AXIAL	IV-4
IV-1-6 - ETUDE DU DISTRIBUTEUR	IV-5
IV-1-7 - CONDITIONS DES SIMULATIONS	IV-5
IV-2 - ETUDE DES PROFILS DE RETENTION ET DES DIAMETRES MOYENS ..	IV-6
IV-2-1 - ETUDE SANS RUPTURE NI COALESCENCE	IV-7
IV-2-1-1 - Influence de la charge et du distributeur	IV-8
IV-2-1-2 - Influence du mélange axial	IV-10
IV-2-1-3 - Influence de la longueur de la colonne	IV-11
IV-2-2 - ETUDE AVEC RUPTURE	IV-11
IV-2-3 - ETUDE AVEC RUPTURE ET COALESCENCE	IV-12
IV-2-4 - CONCLUSIONS	IV-13
IV-3 - ETUDE DES DISTRIBUTIONS DE TAILLES DE GOUTTES	IV-15

IV-4 - ETUDE DE L'ENGORGEMENT	IV-16
IV-4-1 - NOTION DE POINT D'ENGORGEMENT	IV-16
IV-4-2 - EXAMEN DES RETENTIONS	IV-17
IV-4-3 - ENGORGEMENT ET ENTRAINEMENT DE PHASE DISPERSEE	IV-18
IV-4-4 - MECANISMES DE FORMATION DU LIT AU VOISINAGE DE L'ENGORGEMENT	IV-19
IV-4-5 - OPTIMUM DE FONCTIONNEMENT	IV-21
IV-5 - ETUDE DU PIED DE COLONNE	IV-22
IV-5-1 - ROLE DU DISTRIBUTEUR	IV-22
IV-5-2 - ROLE DE LA GEOMETRIE DU PIED DE COLONNE	IV-24
IV-6 - ETUDE DES LITS DENSES	IV-24
IV-6-1 - CONDITIONS DE L'ETABLISSEMENT DES LITS DENSES	IV-25
IV-6-2 - FORMATION DU LIT DENSE	IV-26
IV-6-3 - DYNAMIQUE	IV-26
IV-6-3-1 - Créneau sur Q_d	IV-26
IV-6-3-2 - Echelon sur la coalescence	IV-27
IV-6-4 - CONCLUSIONS	IV-27
IV-7 - CONCLUSIONS	IV-27
BIBLIOGRAPHIE	

CHAPITRE V - ETUDE DU TRANSPORT DES GOUTTES ET DE LEUR RUPTURE DANS UNE COLONNE FONCTIONNANT A FAIBLE TAUX DE RETENTION

V-1 - INTRODUCTION	V-2
V-2 - DISPOSITIF EXPERIMENTAL	V-3
V-3 - ADAPTATION DU MODELE	V-3
V-3-1 - DISCRETISATION ET TRAITEMENT DES EQUATIONS ...	V-3
V-3-2 - TERMES DE TRANSPORT, RUPTURE, COALESCENCE ET MELANGE AXIAL	V-4
V-3-3 - COMPARAISON ENTRE THEORIE ET EXPERIENCE	V-6
V-4 - PRINCIPAUX RESULTATS	V-6
V-4-1 - ETUDE DE LA LOI $R(d) = kR \left(\frac{d}{d_{\max st}} - 1 \right)$	V-7
V-4-1-1 - Estimation expérimentale de $d_{\max st}$	V-7
V-4-1-2 - Validation du modèle	V-7
V-4-1-3 - Conclusions	V-9

V-4-2 - ETUDE DE LA LOI $R(d) = kR.d^\alpha$	V-9
V-4-2-1 - Examen des distributions de tailles de gouttes et des rétentions	V-9
V-4-2-2 - Rôle du paramètre α . Comparaison des lois de rupture	V-10
V-4-2-3 - Etude des paramètres identifiés K , n_g et kR	V-11
V-5 - CONCLUSIONS	V-13
BIBLIOGRAPHIE	

CHAPITRE VI - MODELE AVEC TRANSFERT DE MATIERE

VI-1 - INTRODUCTION	VI-2
VI-2 - VARIABLES DE DISCRIPTION DU SYSTEME	VI-3
VI-2-1 - PHASE CONTINUE	VI-3
VI-2-2 - PHASE DISPERSEE	VI-3
VI-2-3 - MODELE PISTON-DIFFUSION	VI-4
VI-3 - MODELE AVEC TRANSFERT CONTINU	VI-5
VI-3-1 - BILAN SUR LA PHASE CONTINUE	VI-5
VI-3-2 - BILAN SUR LA PHASE DISPERSEE	VI-8
VI-3-3 - ETUDE DES CONDITIONS LIMITES POUR LA PHASE DISPERSEE	VI-10
VI-3-3-1 - Conditions en tête de colonne	VI-10
VI-3-3-2 - Conditions en pied de colonne	VI-11
VI-3-3-3 - Conditions à l'alimentation de phase dispersée	VI-12
VI-3-3-4 - Conditions à l'alimentation de phase continue	VI-13
VI-3-4 - ETUDE DES TERMES DE PRODUCTION	VI-13
VI-3-4-1 - Terme de transfert	VI-13
VI-3-4-2 - Etude des termes de rupture et de coalescence	VI-14
VI-3-5 - CONCLUSIONS	VI-21
VI-4 - COMPARAISON AVEC LES MODELES EXISTANTS	VI-21

VI-5 - DISCRETISATION DU MODELE AVEC TRANSFERT	VI-26
VI-5-1 - ETUDE DE LA PHASE CONTINUE	VI-26
VI-5-2 - ETUDE DE LA PHASE DISPERSEE . ETAGE n	VI-27
VI-5-3 - ETUDE DES TERMES DE PRODUCTION	VI-28
VI-5-3-1 - Termes de transfert	VI-28
VI-5-3-2 - Termes de rupture	VI-28
VI-5-3-3 - Termes de coalescence	VI-29
VI-5-4 - INTEGRATION	VI-29
VI-6 - EXPLOITATION DU MODELE AVEC TRANSFERT	VI-30
VI-6-1 - INTRODUCTION	VI-30
VI-6-2 - ANALYSE TRANSITOIRE	VI-31
VI-6-3 - ETUDE DES PROFILS DE CONCENTRATION ET DE L'EFFICACITE	VI-31
VI-6-4 - ETUDE DES DISTRIBUTIONS DE CONCENTRATION DANS LA PHASE DISPERSEE	VI-32
VI-6-5 - CONCLUSIONS	VI-33

BIBLIOGRAPHIE

CHAPITRE VII - CONCLUSIONS

- C H A P I T R E I -

INTRODUCTION

L'extraction liquide-liquide est la deuxième opération unitaire en Chimie Industrielle après la distillation.

Or, si la distillation est une opération bien maîtrisée, la conception des installations de l'extraction par solvant soulève de gros problèmes.

Nous ne traiterons dans ce mémoire que le cas de contacteurs où une phase dispersée sous forme de gouttelettes circule à contre-courant de l'autre phase.

D'un point de vue économique, il est souvent intéressant de munir ces colonnes d'un dispositif d'agitation mécanique.

On peut utiliser soit un mobile d'agitation, par exemple, une succession de turbines entraînées par un axe vertical, ou pulser les phases à travers des obstacles, par exemple, des plateaux perforés.

Le rôle essentiel de l'agitation mécanique est de maintenir la phase dispersée sous une forme finement divisée, de manière à offrir une grande aire à l'échange.

La conception d'une colonne repose donc essentiellement sur la prévision de l'aire interfaciale et, plus généralement, de son fonctionnement hydrodynamique.

Une analyse détaillée montre que l'établissement du lit de phase dispersée est contrôlé par trois processus : le transport des gouttes, leur rupture et leur coalescence. De plus, l'agitation mécanique provoque des perturbations de l'écoulement des deux phases, généralement désignées sous le terme de mélange axial.

Un examen bibliographique des travaux antérieurs effectués sur le sujet, permet de grouper les études suivant les grands axes suivants.

Dans les années 50, THORNTON⁽¹⁾ a introduit une analyse hydrodynamique, en globalisant l'écoulement des deux phases et en supposant qu'il pouvait être décrit par un modèle piston. Les résultats obtenus permettaient de décrire le fonctionnement de la colonne jusqu'au point d'engorgement. Une récente synthèse

de HAFEZ⁽²⁾ tend à prouver que cette analyse reste une référence sérieuse pour le dimensionnement des colonnes.

Dans les années 60, MIYAUCHI⁽³⁾ a introduit la notion de mélange axial pour interpréter l'allure des profils de concentration déterminés expérimentalement sur de nombreuses colonnes ; on peut noter que la notion de mélange axial a été introduite directement au niveau du transfert de matière, sans revenir sur les aspects hydrodynamiques de ce phénomène ; cela a donné naissance au classique modèle piston-diffusion. Les deux phases y sont toujours considérées globalement et le transport du soluté dans chacune des phases est présenté comme l'addition d'un débit convectif et d'un débit diffusionnel. Chaque phase se voit affecter un coefficient de diffusion turbulente pour traduire ce dernier terme. De nombreuses études ont été consacrées au modèle piston-diffusion ; elles ont eu essentiellement pour but de corrélérer les coefficients de diffusion turbulente, ou sous forme adimensionnelle, les nombres de PECLET de chaque phase, à la géométrie de la colonne et à l'agitation mécanique.

Dans de nombreux cas, en particulier, au cours des études effectuées depuis de nombreuses années dans notre laboratoire⁽⁴⁻⁸⁾, on a été amené à mettre en doute la validité de ce modèle pour traduire le comportement de la phase dispersée. La phase dispersée est constituée d'un ensemble de gouttelettes, présentant en général des distributions de diamètres. Le mélange axial de la phase dispersée est donc dû à deux contributions, un mélangeage comparable à celui qui affecte la phase continue, lié à l'agitation des phases et une distribution des temps de séjour due à la différence de vitesse de déplacement des gouttes de taille différente. Dans les années 70, un certain nombre de chercheurs⁽⁹⁻¹²⁾ se sont intéressés à ce problème. On peut retenir les travaux de CHARTRES⁽¹²⁾ qui s'est efforcé de quantifier les influences relatives du mélange axial et du mélange en avant dû aux distributions de tailles de gouttes.

On peut noter cependant que CHARTRES n'a pas cherché à prédire ces distributions de tailles de gouttes dans une colonne ; il a supposé qu'une valeur moyenne pouvait être employée pour toute la colonne et il a considéré cette valeur comme connue.

A l'aide des résultats expérimentaux obtenus à faible rétention de phase dispersée, CHARTRES et ses successeurs^(13, 14) ont cherché à justifier cette hypothèse et ont admis qu'on peut considérer les propriétés du lit de phase dispersée comme constantes le long de la colonne.

On peut remarquer, cependant, que ROD⁽¹⁵⁾ a simulé des profils de rétention non homogènes et PROKASKA⁽¹⁶⁾ rappelle qu'un certain nombre de publications font état de gradients de propriétés importants le long de la colonne : DEFIVES⁽¹⁷⁾, BELL et BABB⁽¹⁸⁾, MISEK⁽¹⁹⁾ et PAVASOVICH⁽²⁰⁾ ont mis en évidence le fait que la rétention de phase dispersée pouvait varier considérablement le long de la colonne, ce phénomène s'accompagnant de variations de distributions des tailles de gouttes.

Ces indications nous ont semblé justifier une analyse plus détaillée de l'hydrodynamique d'une colonne en intégrant les mécanismes de transport des gouttes, de rupture et de coalescence.

Seuls les travaux récents de JIRICNY⁽²¹⁾ se situent dans cette perspective ; il y a là une lacune étonnante, alors que dans le cas de cuves mécaniquement agitées, on trouve un certain nombre de publications⁽²²⁻²⁹⁾ qui s'efforcent de décrire et de modéliser les populations de gouttes en prenant en compte les mécanismes de rupture et de coalescence.

Les résultats sont cependant relativement dispersés et peu utilisables directement. Une explication de cette carence tient certainement au fait qu'il apparaît à l'heure actuelle difficile de décrire les phénomènes de rupture et de coalescence des gouttes dans un milieu agité ; cette incertitude est encore augmentée par le fait que le transfert de matière et la présence d'impuretés, en modifiant les propriétés interfaciales des systèmes liquides, peuvent exercer des influences considérables sur ces deux mécanismes.

Les difficultés n'ont pas, en fait, la même gravité en ce qui concerne les deux processus.

Dans une étude récente, LAULAN⁽³⁰⁾ et PAKDEE-PATRAKORN⁽³¹⁾ ont étudié la rupture des gouttes dans une colonne pulsée à disques et couronnes et une colonne pulsée à plateaux perforés ; leur étude bibliographique permet de mettre en exergue les éléments suivants :

- le fondement théorique des travaux effectués sur le sujet est en général basé sur la théorie de KOLMOGOROFF selon laquelle la turbulence peut être considérée comme homogène et isotrope ; il en découle l'existence pour

les gouttes d'un diamètre maximum stable qui a été corrélé avec l'énergie dissipée par unité de masse de liquide

- l'essentiel des travaux expérimentaux a consisté à appliquer ces notions à des cuves mécaniquement agitées

- certains auteurs ont alors cherché à corréler directement le diamètre maximum stable à un diamètre moyen de la population des gouttes qui donne accès à l'aire interfaciale, à savoir le diamètre de SAUTER.

Au terme de son étude, LAULAN pouvait conclure que la notion de diamètre maximum stable était satisfaisante dans un grand nombre de cas, mais que ce paramètre, à lui seul, ne suffisait pas pour décrire la rupture ; en particulier, il soulignait qu'il fallait également se préoccuper de la distribution des gouttes formées par rupture.

A partir des résultats expérimentaux de PAKDEE-PATRAKORN, nous avons consacré une partie de notre étude à la détermination d'un modèle de rupture.

En ce qui concerne la coalescence, la situation est encore plus préoccupante, et on est certainement très loin de pouvoir décrire ce processus dans un milieu agité. Sur un plan très général, les travaux sur la coalescence peuvent être regroupés suivant deux tendances.

Nous distinguerons les études à caractère fondamental sur la coalescence entre un globule et une interface plane ou entre deux globules, et les travaux qui ont essayé de déterminer l'influence de la coalescence à l'intérieur de processus complexes.

- Dans le premier groupe, citons d'abord les travaux qui ont permis essentiellement de mettre en évidence les aspects hydrodynamiques de la coalescence ; JEFFRIES et DAVIES⁽³²⁾ ont montré le rôle prépondérant joué par la vitesse de drainage du film de phase continue, RUSHTON et DAVIES⁽³³⁾ ont mis en exergue l'importance de la circulation interne des gouttes, et on peut même noter une tentative pour mesurer les vitesses à la surface des gouttes pendant le drainage du film⁽³⁴⁾.

Un peu en aval, on peut trouver des travaux essentiellement expérimentaux qui ont essayé de déterminer l'influence de différents paramètres sur la coalescence ; PERRUT⁽³⁵⁾ propose une synthèse bibliographique très complète de ces études. Une mention particulière doit être faite à l'influence du transfert de matière.

Le transfert du soluté à travers l'interface peut générer des perturbations hydrodynamiques dues à des gradients de tension interfaciale, eux-mêmes induits par des gradients de soluté le long de la surface des gouttes. Dans certains cas ces instabilités peuvent conduire à des phénomènes turbulents, connus sous le nom d'effet de MARANGONI ; dans tous les cas, les écoulements locaux dus aux gradients de tension interfaciale sont de nature à modifier considérablement le processus de coalescence. D'un point de vue pratique, en général, la coalescence est retardée lorsque le transfert de matière a lieu de la phase continue vers la phase dispersée et accélérée, lorsque le transfert a lieu en sens inverse. PERRUT pense que ceci peut être attribué au fait que dans ces cas, la tension interfaciale est une fonction décroissante de la concentration en soluté. Pour corroborer cette hypothèse, il s'appuie sur les résultats expérimentaux de Mc FERRIN et DAVISON⁽³⁶⁾ qui ont montré que lorsque la tension interfaciale est une fonction croissante de la concentration en soluté, on observe les phénomènes inverses.

- Dans le deuxième groupe, on rencontre essentiellement les travaux consacrés aux dispersions obtenues dans les mélangeurs, des études consacrées à la décantation et de très rares recherches consacrées aux colonnes d'extraction liquide-liquide.

En ce qui concerne les cuves mécaniquement agitées, citons à nouveau les travaux de VALENTAS⁽²²⁾, RAMKRISHNA⁽²⁶⁾, ROSS⁽²⁹⁾ et ceux de NAKADA et TANAKA⁽³⁷⁾ : on y trouve des modèles théoriques basés sur l'écriture de bilans de populations de gouttes et le choix de lois de rupture et de coalescence.

Les distributions de tailles de gouttes simulées sont comparées avec les distributions expérimentales.

- Dans le cas des décanteurs, signalons simplement les travaux de VIJAYAN et PONTER⁽³⁸⁾ qui, dans la continuité des travaux de JEFFRIES ont tenté d'évaluer la contribution relative de la coalescence entre gouttes et à l'interface sur le fonctionnement d'un appareil.

- Pour les colonnes, on peut citer essentiellement les travaux effectués sur l'établissement des lits denses dans des colonnes à pulvérisation⁽³⁹⁾.

En raison des retenues de phase dispersée très importantes mises en jeu, la coalescence joue un rôle dramatique sur la stabilité des lits denses ; dans ces études, on trouve des résultats expérimentaux prouvant que le sens du

transfert de matière est un paramètre extrêmement important de la vitesse de coalescence, les lits denses ne peuvent en fait exister que dans certaines conditions de sens et d'intensité du transfert de matière. On trouve enfin les travaux récents de HAMILTON et PRATT⁽⁴⁰⁾ qui ont présenté une nouvelle technique colorimétrique permettant de mesurer la coalescence dans une colonne à garnissage ; on peut retenir que, avec une rétention d'environ 10 %, 80 % des gouttes de diamètre voisin du diamètre moyen de la population, coalescent en moins de 30 cm de garnissage ; un modèle de population de gouttes est annoncé pour une date ultérieure.

Plus encore que pour la rupture, nous avons adopté pour la coalescence une certitude réservée, et nous nous sommes limité à proposer une structure de loi de coalescence très simple, susceptible de prendre en compte, à la fois la probabilité de chocs aléatoires entre les gouttes, et les rencontres dues au fait que, dans une colonne, les grandes gouttes, plus rapides tendent à rattraper les gouttes plus petites.

Dans ce mémoire, nous essayons essentiellement de proposer et d'exploiter un modèle de fonctionnement général d'une colonne d'extraction liquide-liquide. Nous insistons largement sur l'aspect hydrodynamique et nous démontrons ensuite que notre analyse peut être étendue à l'étude du transfert de matière.

Le plan de ce mémoire peut se décomposer comme suit :

Au chapitre II, on présente l'établissement du modèle continu et on décrit la version discrétisée qui a permis de le résoudre numériquement.

Au chapitre III, on met en évidence le fait que l'examen des équations du modèle continu permet de retrouver des indications très importantes sur l'établissement du lit de phase dispersée et de faire le lien avec l'analyse antérieure de THORNTON. Cette analyse a, malgré tout, une portée limitée, et pour décrire complètement le fonctionnement d'une colonne, nous avons été amené à traiter le modèle complet.

Aussi au chapitre IV, nous décrivons l'hydrodynamique de la colonne en mettant en exergue le rôle des mécanismes de transport des gouttes, de rupture, de coalescence et de mélange axial. Nous en tirons des informations sur le fonctionnement d'une colonne dans une très large plage de conditions opératoires.

Au chapitre V, nous montrons qu'à partir de données expérimentales, le modèle peut être utilisé pour déterminer des lois de rupture et de transport.

Enfin, au chapitre VI, nous établissons le modèle avec transfert. Nous cherchons à situer notre approche par rapport aux modèles antérieurs ; nous cherchons à mettre en évidence le rôle primordial joué par l'hydrodynamique et, enfin, nous exploitons le modèle dans une configuration simple : cette dernière étude nous permet de confirmer l'existence d'un optimum de fonctionnement au voisinage des conditions d'engorgement.

o

o o

- CHAPITRE I -

BIBLIOGRAPHIE

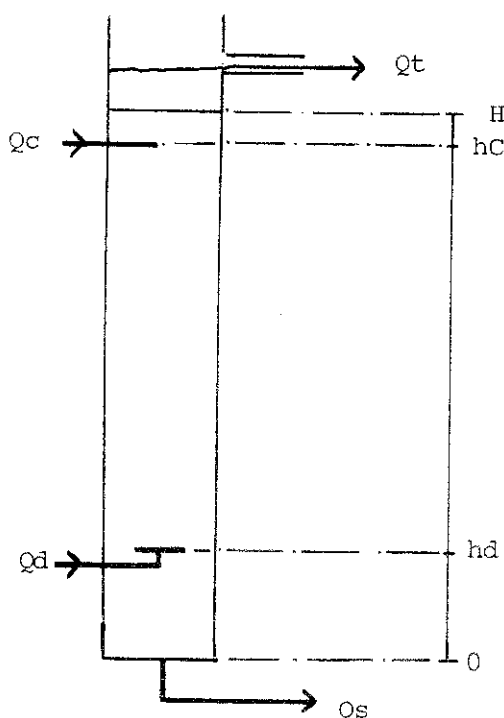
- 1 - THORNTON J.D. - C.E.S., 5, 201 (1956)
- 2 - HAFEZ M.M., BAIRD M.H.I., NIRDOSH I. - Proceedings of Isec'80, 1, 80-41 (1980)
- 3 - MIYAUCHI T., VERMEULEN T. - Ind. Engn. Chem. Fund., 2, 113 (1963)
- 4 - MURATET G. - Thèse de Doctorat ès Sciences Physiques, Septembre 1974, Université P. Sabatier, Toulouse
- 5 - ARTAYUKTI W. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Juin 1975, Université P. Sabatier, Toulouse
- 6 - KHEMANGKORN V. - Thèse de 3ème Cycle, Décembre 1976, I.N.P. Toulouse
- 7 - PARK H.H. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Juin 1980, I.N.P. Toulouse
- 8 - LAULAN A. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Novembre 1980, I.N.P. Toulouse
- 9 - OLNEY R.B. - A.I.Ch.E. Journal, 10(6), 827 (1964)
- 10 - ROD V. - Br. Chem. Eng., 11, 483 (1966)
- 11 - MIJEK T., MAREK, Br. Chem. Eng., 15, 202 (1970)
- 12 - CHARTRES R.H., KORCHINSKY W.J. - T.I.Ch.E., 53, 247 (1975)
- 13 - CHARTRES R.H., KORCHINSKY W.J. - T.I.Ch.E., 56, 91 (1978)
- 14 - KORCHINSKY W.J., CRUZ-PINTO J.J.C. - Proceedings of ISEC'80, 80-176 (1980)
- 15 - ROD V. - Br. Chem. Eng., 16, 617 (1971)
- 16 - PROKASKA Y. - Ecole d'été de VARNA, 1979
- 17 - DEFIVES D., SCHNEIDER G. - Génie Chimique, 85, 246 (1961)
- 18 - BELL R.L., BABB A.L. - I.E.C. Proc. Des. Developp., 8, 393 (1969)
- 19 - MISEK T. - Collection CZECKOSLOV. Chem. Commun., 29, 1755 (1964)
- 20 - PAVASOVIC V. - Ph.D Thesis University of Beograd, 1975
- 21 - JIRICNY V. - Ph. D. Thesis, CZECHOSLOVAK Academy of Sciences, 1978
- 22 - VALENTAS K.J., BILOUS O., AMUNDSON N.R. - I.E.C. Fund., 5(2), 1966
- 23 - PARK J.Y., BLAIR L.M. - C.E.S., 30, 1057 (1975)

- 24 - SHAH B.H., RAMKRISHNA D. - C.E.S., 28 389(1973)
- 25 - RAMKRISHNA D. - C.E.S., 29, 987(1974)
- 26 - RAMKRISHNA D., BAJPAI R.K., PROKOP A. - C.E.S., 31, 913(1976)
- 27 - DELICHATSLOS M.A., PROBSTEIN R.F. - I.E.C. Fund., 15(2), 1976)
- 28 - COULALOGLOU C.A., TAVLARIDES L.L. - C.E.S., 32 (1977)
- 29 - ROSS S.L., VERHOFF F.H., CURL R.L. - I.E.C. Fund., 17(2), 1978
- 30 - LAULAN A. - Thèse de Docteur Ingénieur, Novembre 1980, INP Toulouse
- 31 - PAKDEE-PATRAKORN S. - Thèse de Docteur Ingénieur, Juin 1980, INP Toulouse
- 32 - JEFFRIES G.V., DAVIES G.A. - Recent advances in liquid-liquid extraction
(Ed. C. Hanson), 14, 495, Pergamon Press (1971)
- 33 - RUSHTON C., DAVIES G.A. - Proc. ISEC, 1974, Tome 1, 289
- 34 - COOPER D.F., DAVEY B.H., SMITH J.W. - Can. J1 of Chem. Eng., 54, 631 (1976)
- 35 - PERRUT M. - La séparation de deux phases liquides, Cycle de perfectionnement
Techniques d'Extraction Liquide-Liquide, Nancy
- 36 - Mc FERRIN A.R., DAVISON R.R. - A.I.Ch.E. J1, 17, 5, 1071 (1971)
- 37 - NAKADA K., TANAKA M. - T.I.Ch.E., 55, 143 (1977)
- 38 - VIJAYAN S., PONTER A.B. - Tenside detergents 13, 4, 293 (1976)
- 39 - PERRUT M., LOUTATY P., LE GOFF P. - C.E.S., 28, 1511 (1973)
- 40 - HAMILTON Y.A., PRATT H.R.C. - Proceeding's of ISEC'80, 80-19 (1980).
-

- C H A P I T R E I I -

DESCRIPTION ET TRAITEMENT DU MODELE HYDRODYNAMIQUE

- II-1 - PRESENTATION DU SYSTEME
- II-2 - MODELE HYDRODYNAMIQUE CONTINU
- II-3 - MODELE HYDRODYNAMIQUE DISCRETISE
- II-4 - INTEGRATION DU MODELE

II-1 - PRESENTATION DU SYSTEMEII-1-1 - LA COLONNE

On considère une colonne qui correspond au schéma présenté ci-contre.

La phase légère est la phase dispersée ; la séparation des phases s'effectue dans un décanteur en tête et on suppose que le niveau de l'interface est maintenu à la hauteur H par ajustement du débit de soutirage Q_s . Ce type de fonctionnement est couramment réalisé dans de nombreuses colonnes de laboratoire et industrielles.⁽¹⁾ On admet que le débit de phase légère Q_t , à la sortie de l'installation, ne contient aucune trace de phase lourde ; par contre, le débit de soutirage en pied peut contenir une fraction entraînée de phase légère.

La modélisation de la colonne est faite en décrivant son fonctionnement entre les cotes 0 et H .

II-1-2 - LA PHASE DISPERSEE

On décrit la population des gouttes de la phase légère par une loi de distribution en volume. On appelle $P(h,d)$, la densité de probabilité qu'un point quelconque au niveau h de la colonne appartienne à une goutte de diamètre d . La quantité $P(h,d) \cdot \delta d$ représente alors la probabilité qu'un point quelconque au niveau h appartienne à une goutte dont le diamètre est dans l'intervalle $d \pm \frac{\delta d}{2}$, encore appelée goutte de la classe d .

$P(h,d) \cdot \delta d$ est aussi la fraction volumique des gouttes de la classe d .

Si on considère l'ensemble des diamètres de goutte, l'intégrale $\int_0^\infty P(h,d) \cdot \delta d$ représente la probabilité qu'un point quelconque au niveau h de la colonne

appartienne à la phase dispersée ; c'est également la fraction volumique $\phi(h)$ occupée par la phase dispersée à la cote h de la colonne que l'on appelle rétention ou retenue de phase dispersée.

$$\phi(h) = \int_0^{\infty} P(h,d) \cdot \delta d \quad (2-1)$$

D'un point de vue pratique la densité de probabilité $P(h,d)$ devient quasiment nulle à partir d'un certain diamètre que nous appelons d_{\max} .

Les intégrales sur l'ensemble des tailles de gouttes seront donc prises dans l'intervalle $\{0, d_{\max}\}$, soit :

$$\phi(h) = \int_0^{d_{\max}} P(h,d) \cdot \delta d \quad (2-1 \text{ bis})$$

On décrit de manière analogue la population des gouttes formées au distributeur par une loi de distribution en volume $f(d)$: $Qd \cdot f(d) \cdot \delta d$ représente le débit d'alimentation en gouttes de la classe d .

II-1-3 - HYDRODYNAMIQUE

On décrit l'hydrodynamique de la colonne en utilisant le modèle piston-diffusion⁽²⁾.

Le débit de la phase continue à travers une section droite de la colonne s'exprime sous la forme :

$$Q_c(h) = A \cdot \{1 - \phi(h)\} \cdot U_c(h) - A \cdot D_c(h) \cdot \frac{\partial}{\partial h} \{1 - \phi(h)\} \quad (2-2)$$

où $U_c(h)$ est la vitesse de la phase continue au niveau h ; $D_c(h)$ est un coefficient qui a la dimension d'un coefficient de diffusion et qui traduit l'intensité du mélange axial au niveau h de la colonne.

De manière analogue, le débit des gouttes de la classe d , à travers une section droite de la colonne s'écrit sous la forme :

$$\delta Q_d(h) = A.P(h,d) . \delta d . U_d(h,d) - A D_d(h,d) . \frac{\partial P}{\partial h} \delta d \quad (2-3)$$

où $U_d(h,d)$ est la vitesse des gouttes de diamètre d au niveau h de la colonne et $D_d(h,d)$ le coefficient qui traduit le mélange axial subi par les gouttes de diamètre d au niveau h .

Une relation de cinématique élémentaire permet de relier la vitesse $U_d(h,d)$, la vitesse de la phase continue $U_c(h)$ et la vitesse relative des gouttes de diamètre d au niveau h de la colonne, soit :

$$U_d(h,d) = U_c(h) + U_r(h,d) \quad (2-4)$$

Nous avons choisi d'exprimer la vitesse relative $U_r(h,d)$ par une relation de la forme :

$$U_r(h,d) = \{1 - \phi(h)\} . U_r^*(d) \quad (2-5)$$

où $U_r^*(d)$ représente la vitesse relative d'une goutte unique de diamètre d voyageant dans la colonne.

L'expression (2-5), a été très largement utilisée pour de nombreux types de colonnes⁽³⁾ et sa validité peut être considérée comme très satisfaisante. On peut noter que cette expression est assez différente de la relation classique de RICHARDSON et ZAKI⁽⁴⁾ valable pour les systèmes solide-fluide et qui peut être écrite sous la forme :

$$U_r = (1 - \phi)^n . U_r^* \quad (2-5 \text{ bis})$$

où n varie entre 1,4 et 3,6 en fonction du nombre de REYNOLDS relatif à une particule.

PERRUT⁽⁵⁾, en constatant que la relation (2-5 bis) s'appliquait mal à ses résultats expérimentaux, de même que d'autres relations semi-empiriques^(6,7,8) obtenues en fluidisation et en sédimentation, notait que deux différences permettaient d'expliquer cette incompatibilité : les interfaces liquide-liquide sont déformables et mobiles, et les corrélations pour les systèmes solide-fluide sont souvent validées avec des grains beaucoup plus petits que les gouttes habituellement obtenues dans les colonnes d'extraction liquide-liquide.

On admet par ailleurs que le coefficient $\mathcal{D}_d(d, h)$ qui traduit l'intensité du mélange axial affectant les gouttes de diamètre d est le même pour toutes les classes de gouttes et égal au coefficient traduisant le mélange axial de la phase continue, soit :

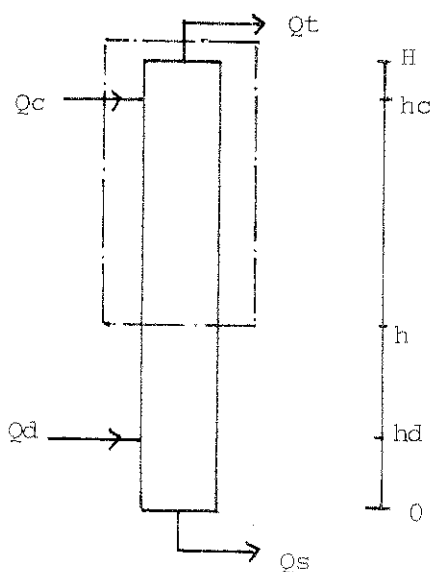
$$v_d, \mathcal{D}_d(d, h) = \mathcal{D}_c(h) = \mathcal{D}(h) \quad (2-6)$$

Cette hypothèse paraît acceptable si les tourbillons responsables de ce mélange ont une dimension moyenne supérieure à la taille des gouttes ; on peut noter que HAFEZ⁽⁹⁾ la considère comme raisonnable, tandis que CHARTRES⁽¹⁰⁾ conclut de ses simulations que le mélange axial pour une classe donnée de gouttes peut être négligé.

II-2 - MODELE HYDRODYNAMIQUE CONTINU

Le modèle hydrodynamique continu résulte de l'écriture de bilans matière.

II-2-1 - BILAN SUR LES DEUX PHASES



On effectue un bilan sur les deux phases dans la partie de colonne située au-dessus d'une section droite de niveau h ($0 < h < H$)

Le débit total traversant cette section droite s'écrit :

$$Q_T(h) = A \{1 - \phi(h)\} \cdot U_c(h) + A \cdot D \cdot \frac{\partial \phi}{\partial h} + \int_0^{d_{\max}} A P(h, d) \{U_c(h) + U_r(h, d)\} \delta d - \int_0^{d_{\max}} A \cdot D \cdot \frac{\partial P}{\partial h} \delta d \quad (2-7)$$

Soit encore :

$$\frac{Q_T(h)}{A} = (1 - \phi) U_c + D \frac{\partial \phi}{\partial h} + \phi U_c + \int_0^{d_{\max}} P \cdot U_r \cdot \delta d - D \frac{\partial \phi}{\partial h} \quad (2-7 \text{ bis})$$

ou :

$$\frac{Q_T(h)}{A} = U_c(h) + \int_0^{d_{\max}} P(h, d) \cdot U_r(h, d) \cdot \delta d \quad (2-7 \text{ ter})$$

Si on tient compte de l'incompressibilité des liquides, le bilan s'écrit donc :

$$\frac{Q_T(h)}{A} + \alpha_c \frac{Q_c}{A} + \alpha_d \frac{Q_d}{A} = \frac{Q_t}{A} \quad (2-8)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} \alpha_c &= 1 & \text{si } h < h_c \\ \alpha_c &= 0 & \text{si } h > h_c \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} \alpha_d &= 1 & \text{si } h < h_d \\ \alpha_d &= 0 & \text{si } h > h_d \end{aligned} \right\} \quad (2-9)$$

ce qui conduit à l'expression suivante pour la vitesse $U_c(h)$:

$$U_c(h) = \frac{Q_t}{A} - \alpha_c \frac{Q_c}{A} - \alpha_d \frac{Q_d}{A} - \int_0^{d_{\max}} P(h, d) \cdot U_r(h, d) \cdot \delta d \quad (2-10)$$

II-2-2 - CONDITIONS AUX ALIMENTATIONS

Si on écrit l'expression de la vitesse de part et d'autre de l'alimentation en phase dispersée, on obtient :

$$U_c(h_d^+) = \frac{Q_t}{A} - \frac{Q_c}{A} - \int_0^{d_{\max}} P(h_d^+, d) \cdot U_r(h_d^+, d) \cdot \delta d \quad (2-11)$$

$$U_c(h_d^-) = \frac{Q_t}{A} - \frac{Q_c}{A} - \frac{Q_d}{A} - \int_0^{d_{\max}} P(h_d^-, d) \cdot U_r(h_d^-, d) \cdot \delta d \quad (2-12)$$

L'existence du mélange axial implique la continuité, à tout niveau h , de la fonction $P(h,d)$, donc des fonctions $\phi(h)$ et $U_r(h,d)$. Dans les expressions (2-11) et (2-12), les deux intégrales ont donc même valeur. Il en résulte que la fonction $U_c(h)$ est discontinue en hd , avec un saut de la forme :

$$U_c(hd^+) = U_c(hd^-) + \frac{Qd}{A} \quad (2-13)$$

On démontre de manière analogue que la fonction $U_c(h)$ présente une discontinuité au niveau de l'alimentation de la phase continue :

$$U_c(hc^+) = U_c(hc^-) + \frac{Qc}{A} \quad (2-14)$$

II-2-3 - BILAN SUR LA PHASE DISPERSEE

On effectue un bilan sur les gouttes de la classe d , dans un élément de colonne de hauteur δh située au niveau h . Les différents termes apparaissant dans le bilan sont les suivants :

<u>Entrée</u>	: $\{A P \delta d \cdot U_d - A \cdot D \cdot \frac{\partial P \cdot \delta d}{\partial h}\}_h - \frac{\delta h}{2}$
<u>Sortie</u>	: $\{A P \cdot \delta d \cdot U_d - A \cdot D \cdot \frac{\partial P \cdot \delta d}{\partial h}\}_{h + \frac{\delta h}{2}}$
<u>Production</u>	: $\{A \delta h \cdot \mathcal{P}(h,d) \cdot \delta d\}_h$
<u>Accumulation</u>	: $\{A \delta h \cdot \frac{\partial P \cdot \delta d}{\partial t}\}_h$

Le terme de production traduit l'effet résultant de la rupture et de la coalescence sur la classe d . Le terme $\mathcal{P}(h,d)$ sera explicité ultérieurement.

Le bilan s'écrit :

$$\frac{\partial P}{\partial t} = - \frac{1}{\partial h} \left\{ P U d \right\}_{h-\frac{\delta h}{2}}^{h+\frac{\delta h}{2}} + \frac{1}{\delta h} \left\{ \mathcal{D} \frac{\partial P}{\partial h} \right\}_{h-\frac{\delta h}{2}}^{h+\frac{\delta h}{2}} + \mathcal{P}(h,d) \quad (2-15)$$

Cette expression, par passage à la limite $\delta h \rightarrow 0$ permet d'obtenir l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} P(h,d) = - \frac{\partial}{\partial h} \{ P(h,d) \cdot U d(h,d) \} + \frac{\partial}{\partial h} \left\{ \mathcal{D} \frac{\partial}{\partial h} P(h,d) \right\} + \mathcal{P}(h,d) \quad (2-16)$$

$\frac{\partial}{\partial t} P(h,d) \cdot \delta d$ est le débit d'apparition/disparition des gouttes de la classe d au niveau h de la colonne, par unité de volume de la colonne.

L'équation (2-16) relie donc ce débit aux termes de transport convectif et diffusionnel et au terme de production lié à la rupture et à la coalescence. C'est l'équation générale du modèle hydrodynamique continu.

II-2-4 - ETUDE DES CONDITIONS LIMITES

II-2-4-1 - Conditions en tête de colonne

On note $U d^*(d)$ la vitesse des gouttes de diamètre d au niveau H .

C'est la vitesse avec laquelle elles sont absorbées par l'interface dans le décanteur en tête de colonne.

Le débit de phase dispersée sortant de la colonne s'écrit donc :

$$Q_t = A \int_0^{d_{\max}} P(H,d) \cdot U d^*(d) \cdot \delta d \quad (2-17)$$

Un bilan sur les gouttes de diamètre $d \pm \frac{\delta d}{2}$ dans un élément de colonne de hauteur δh situé en haut de la colonne fournit une condition aux limites pour l'équation (2-16).

$$\text{Entrée} : \{A P. \delta d. U_d - A D. \frac{\partial P}{\partial h} \delta d\}_{H-\delta h}$$

$$\text{Sortie} : A P(H, d). U_d^*(d). \delta d$$

$$\text{Production} : A \delta h. \mathcal{P}(H, d) \delta d$$

$$\text{Accumulation} : A \delta h. \frac{\partial P}{\partial t} \delta d$$

Par passage à la limite $\delta h \rightarrow 0$, l'équation de bilan donne la condition :

$$P(H, d) \{ U_d(H, d) - U_d^*(d) \} = D. \frac{\partial}{\partial h} P(H, d) \quad (2-18)$$

Remarque :

Si la vitesse des gouttes au voisinage de l'interface suit la même loi que dans le reste de la colonne et si la coalescence à l'interface est très rapide, on a $U_d^*(d) \equiv U_d(H, d)$ et la condition aux limites devient :

$$\frac{\partial}{\partial h} P(H, d) = 0 \quad (2-19)$$

Cette hypothèse sera en général acceptée, sauf dans le cas concernant l'étude des lits denses.

II-2-4-2 - Conditions en pied de colonne

On considère qu'en pied de colonne les deux phases sont soutirées simultanément dans la proportion où elles sont présentes au niveau $h = 0$. Le débit total soutiré s'obtient par un bilan global sur la colonne :

$$Q_s = Q_c + Q_d - Q_t \quad (2-20)$$

Le débit de phase continue soutiré est alors $\{1 - \phi(0)\} \cdot Q_s$, et le débit de gouttes de diamètre $d + \frac{\delta d}{2}$ est $Q_s \cdot P(0,d) \cdot \delta d$.

Un bilan sur les gouttes de la classe d dans un volume élémentaire de hauteur δh en pied de colonne fait intervenir les termes suivants :

$$\text{Entrée} : - Q_s \cdot P(0,d) \delta d$$

$$\text{Sortie} : \left\{ A P \cdot \delta d \cdot U_d - A \cdot D \cdot \frac{\partial P}{\partial h} \delta d \right\} \delta h$$

$$\text{Production} : A \delta h \cdot \mathcal{P} \cdot \delta d$$

$$\text{Accumulation} : A \delta h \cdot \frac{\partial P}{\partial t} \delta d$$

Le passage à la limite $\delta h \rightarrow 0$ transforme l'équation de bilan en la condition aux limites suivante :

$$\left\{ P \cdot U_d - D \frac{\partial P}{\partial h} \right\}_{h=0} + \frac{Q_s}{A} P(0,d) = 0 \quad (2-21)$$

II-2-4-3 - Conditions à l'alimentation de phase dispersée

Au niveau h_d , les fonctions $P(h,d)$, $\phi(h)$ et $U_r(h,d)$ sont continues, par contre la fonction $U_d(h,d)$ présente une discontinuité qui résulte de la discontinuité sur la vitesse $U_c(h)$, soit :

$$U_d(h_d^+, d) = U_d(h_d^-, d) + \frac{Q_d}{A} \quad (2-22)$$

Le bilan sur les gouttes de la classe d dans un élément de volume de hauteur δh autour de l'alimentation en phase dispersée fait apparaître les éléments suivants :

$$\text{Entrée} : \{A \ P \ \delta d \ U_d - A \cdot \mathcal{D} \cdot \frac{\partial P}{\partial h} \cdot \frac{\delta d}{h} - \frac{\delta h}{2} + f(d) \cdot \delta d \cdot Q_d$$

$$\text{Sortie} : A \ P \ \delta d \ U_d - A \cdot \mathcal{D} \cdot \frac{\partial P}{\partial h} \cdot \frac{\delta d}{h} + \frac{\delta h}{2}$$

$$\text{Production} : A \ \delta h \cdot \mathcal{P} \cdot \delta d$$

$$\text{Accumulation} : A \ \delta h \frac{\partial P}{\partial t} \cdot \frac{\delta d}{h}$$

Par passage à la limite et en tenant compte de l'expression (2-22), on obtient en hd les conditions suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \{P(hd, d) - f(d)\} \frac{Q_d}{A} &= \left\{ \mathcal{D} \cdot \frac{\partial P}{\partial h} \right\} \left. \begin{aligned} &hd^+ \\ &hd^- \end{aligned} \right\} \\ \text{et : } P(hd^+, d) &= P(hd^-, d) \end{aligned} \right\} \quad (2-23)$$

II-2-4-4 - Conditions à l'alimentation en phase continue

On rencontre à ce niveau une situation analogue à celle qui existe au niveau hd , ce qui permet d'établir les relations suivantes :

$$U_d(hc^+, d) = U_d(hc^-, d) + \frac{Q_c}{A} \quad (2-24)$$

$$\left. \begin{aligned} P(hc, d) \cdot \frac{Q_c}{A} &= \left\{ \mathcal{D} \cdot \frac{\partial P}{\partial h} \right\} \left. \begin{aligned} &hc^+ \\ &hc^- \end{aligned} \right\} \\ P(hc^+, d) &= P(hc^-, d) \end{aligned} \right\} \quad (2-25)$$

II-2-5 - ETUDE DES TERMES DE PRODUCTION

Le terme de production $\mathcal{P}(h, d)$ peut se décomposer en deux parties traduisant respectivement le résultat des mécanismes de rupture $\mathcal{P}_R(h, d)$ et celui des mécanismes de coalescence, $\mathcal{P}_C(h, d)$; on pose donc :

$$\mathcal{P}(h, d) = \mathcal{P}_R(h, d) + \mathcal{P}_C(h, d) \quad (2-26)$$

où $\mathcal{P}(h,d)$, $\mathcal{P}_R(h,d)$ et $\mathcal{P}_c(h,d)$ sont des densités de débits nets d'apparition des gouttes de diamètre d , par unité de volume, au niveau h de la colonne.

II-2-5-1 - Etude de la rupture

Si on considère un volume V de gouttes de diamètre d , on définit la vitesse de disparition par rupture par la relation :

$$R(h,d) = - \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} \quad (2-27)$$

- Disparition par rupture

D'après la définition de la vitesse de rupture $R(h,d)$, le débit de disparition des gouttes de diamètre $d \pm \frac{\delta d}{2}$ dans un volume élémentaire de hauteur δh au niveau h de la colonne est :

$$\mathcal{P}_R^d(h,d) \cdot \delta d \cdot A \cdot \delta h = -R(h,d) \cdot A \cdot \delta h \cdot \mathcal{P}(h,d) \cdot \delta d \quad (2-28)$$

$$\text{d'où : } \mathcal{P}_R^d(h,d) = -R(h,d) \cdot \mathcal{P}(h,d) \quad (2-28 \text{ bis})$$

- Apparition par rupture

Lorsqu'on casse une goutte de diamètre d_0 , on obtient une population de gouttes. On appelle $\beta(d_0,d) \delta d$, la fraction volumique dans la population des gouttes cassées occupée par les gouttes de la classe d .

Par définition $\beta(d_0,d)$ possède les propriétés remarquables :

$$\forall d > d_0 \rightarrow \beta(d_0,d) = 0 \quad (2-29)$$

$$\int_0^\infty \beta(d_0,d) \cdot \delta d = 1 \quad (2-30)$$

Le débit d'apparition des gouttes de diamètre $d \pm \frac{\delta d}{2}$, dans un volume élémentaire est obtenu en ajoutant les contributions de toutes les ruptures de gouttes de diamètre $d_0 > d$, soit :

$$\mathcal{P}_R^a(h,d) \cdot \delta d \cdot A \cdot \delta h = \int_d^{d_{\max}} P(h,d_0) \cdot R(h,d_0) \cdot \beta(d_0,d) \cdot \delta d_0 \cdot \delta d \cdot A \cdot \delta h \quad (2-31)$$

Soit encore :

$$\mathcal{P}_R^a(h,d) = \int_d^{d_{\max}} P(h,d_0) \cdot R(h,d_0) \cdot \beta(d_0,d) \cdot \delta d_0 \quad (2-31 \text{ bis})$$

- Effet global de la rupture

En additionnant les termes \mathcal{P}_R^d et \mathcal{P}_R^a , on obtient la densité de débit d'apparition des gouttes de diamètre d , dû à la rupture.

$$\mathcal{P}_R(h,d) = - R(h,d) \cdot P(h,d) + \int_d^{d_{\max}} P(h,d_0) \cdot R(h,d_0) \cdot \beta(d_0,d) \cdot \delta d_0 \quad (2-32)$$

Remarque :

La vitesse de rupture des gouttes de diamètre d , au niveau h de la colonne, dépend, a priori, de la géométrie du garnissage, des conditions d'agitations locales, et de la rétention en phase dispersée. Nous avons négligé cette dernière influence. D'autre part, une colonne étant constituée d'éléments identiques juxtaposés, les écoulements sont reproductibles d'un compartiment à l'autre; on peut faire l'hypothèse d'une vitesse de rupture uniforme le long de la colonne. Dans ces conditions $R(h,d)$ devient $R(d)$ seulement.

II-2-5-2 - Etude de la coalescence

On est amené à considérer deux types de mécanismes :

A - Les gouttes voisines ont une probabilité de rencontre aléatoire qui dépend vraisemblablement de l'agitation du milieu.

B - Les gouttes de diamètre différent ont des vitesses de déplacement différents et les plus grosses sont susceptibles de rattraper les plus petites.

On peut donc proposer pour la coalescence un modèle basé sur la superposition des deux mécanismes de "diffusion" et de "convection".

1/ Mécanisme "diffusionnel"

Considérons une goutte de diamètre d_0 au niveau h de la colonne. Sa probabilité de rencontre efficace par unité de temps dans un volume unité de colonne avec une goutte de la classe $d_1 \pm \delta d_1/2$ a été exprimée par une loi de la forme :

$$\pi (d_0/d_1) = k_{CD} \cdot P(h, d_1) \cdot \delta d_1 \quad (2-33)$$

Si on considère l'ensemble des gouttes de la classe $d_0 \pm \frac{\delta d_0}{2}$, le nombre de chocs actifs par unité de temps et de volume de colonne s'exprime par :

$$k_{CD} \cdot P(h, d_1) \cdot \delta d_1 \cdot P(h, d_0) \cdot \delta d_0 \quad (2-34)$$

2/ Mécanisme "convectif"

Considérons une goutte de diamètre d_0 . Cette goutte pourra rattraper les gouttes des classes $d_1 \pm \delta d_1/2$ telles que $d_1 < d_0$, et être rattrapée par les gouttes des classes $d_1 \pm \delta d_1/2$, telles que $d_1 > d_0$.

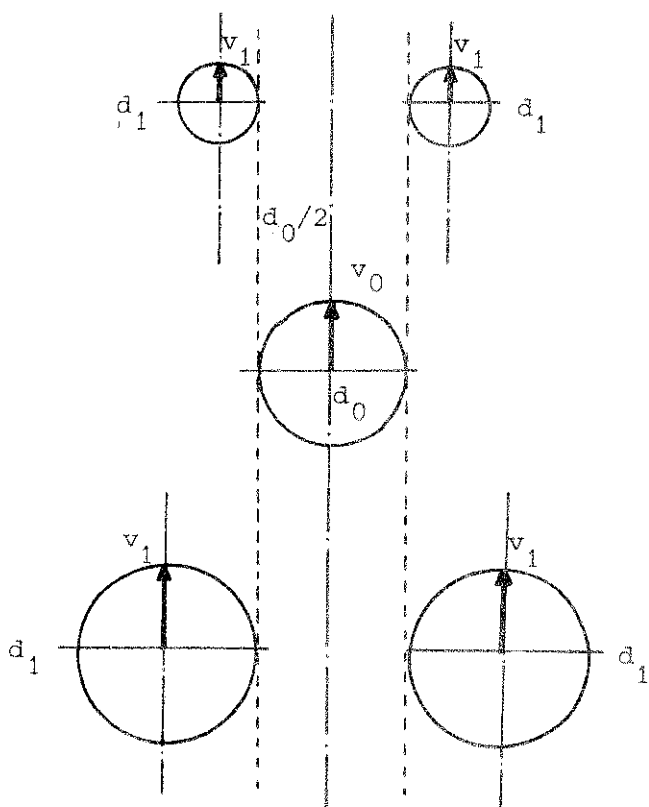
Si on suppose les trajectoires rectilignes en moyenne, la goutte d_0 pourra rencontrer les gouttes $d_1 \pm \delta d_1/2$, situées radialement à moins de

$d_0/2$ de l'axe vertical de la goutte d_0 .

Le volume dans lequel les rencontres sont possibles est donc défini par l'aire de section droite $\pi \cdot (d_1 + d_0/2)^2$ et sa hauteur est :

$$|v_0 - v_1| \delta t$$

Le nombre de gouttes $d_1 \pm \delta d_1/2$ rencontrées par les gouttes d_0 , par unité de temps est donné par l'expression :



$$|v_0 - v_1| \cdot \pi(d_1 + d_0/2)^2 \cdot \frac{P(d_1, h) \delta d_1}{V(d_1)} \quad (2-35)$$

C'est le nombre de chocs par unité de temps entre la goutte d_0 et toutes les gouttes $d_1 \pm \delta d_1/2$.

Si on considère la classe $d_0 \pm \delta d_0/2$ des gouttes présentes dans un élément de volume élémentaire $A \delta h$ de la colonne on obtient le nombre de chocs par unité de temps correspondant aux classes $d_0 \pm \delta d_0/2$ et $d_1 \pm \delta d_1/2$:

$$\pi(d_1 + \frac{d_0}{2})^2 \cdot |v_0 - v_1| \cdot \frac{P(d_1, h) \delta d_1 \cdot P(d_0, h) \delta d_0}{V(d_1) \cdot V(d_0)} A \delta h \quad (2-36)$$

Soit un nombre de chocs par unité de temps et de volume de colonne :

$$\pi(d_1 + \frac{d_0}{2})^2 \cdot |v_0 - v_1| \cdot \frac{P(d_1, h) \cdot \delta d_1 \cdot P(d_0, h) \delta d_0}{V(d_1) \cdot V(d_0)} \quad (2-37)$$

Le nombre de chocs efficaces est une fraction k_{CE} ($k_{CE} < 1$) du nombre total de chocs.

La superposition des deux mécanismes fournit donc un nombre total de chocs efficaces par unité de temps et de volume :

$$\{ k_{CD} + k_{CE} \cdot \frac{\pi(d_1 + d_0/2)^2 \cdot |v_0 - v_1|}{V(d_1) \cdot V(d_0)} \} \cdot P(d_1, h) \delta d_1 \cdot P(d_0, h) \delta d_0 \quad (2-38)$$

N.B.- Pour le deuxième terme seules les gouttes $d_1 < d_0$ doivent être prises en compte.

- Disparition par coalescence

La disparition par coalescence dans la classe $d_0 \pm \delta d_0/2$ s'obtient en intégrant l'expression précédente pour toutes les classes d_1 :

$$-k_{CD} \cdot \phi(h) \cdot P(h, d_0) - k_{CE} \frac{P(h, d_0)}{V(d_0)} \int_0^{d_{\max}} \pi(d_1 + d_0/2)^2 \cdot |v_0 - v_1| \cdot \frac{P(h, d_1)}{V(d_1)} \cdot \delta d_1 \quad (2-39)$$

et donc en banalisant l'indice d_0 , le débit de disparition par coalescence dans la classe $d \pm \frac{\delta d}{2}$ s'exprime par :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_c^d(h, d) \cdot \delta d = & -k_{CD} \cdot \phi(h) \cdot p(h, d) \cdot \delta d \cdot V(d) \\ & - k_{CE} \cdot p(h, d) \cdot \delta d \int_0^{d_{\max}} \pi(d_1 + d/2)^2 |v - v_1| \cdot \frac{P(h, d_1)}{V(d_1)} \delta d_1 \quad (2-40) \end{aligned}$$

- Apparition par coalescence

Considérons une goutte de diamètre d_1 au niveau h de la colonne ; la probabilité pour qu'elle disparaisse, par unité de temps, par coalescence avec une goutte de diamètre $d_2 \pm \delta d_2/2$ est donnée par :

$$\pi(d_1/d_2) = \{k_{CD} + k_{CE} \cdot \frac{\pi \cdot (d_2 + d_1/2)^2 \cdot |v_1 - v_2|}{V(d_1) \cdot V(d_2)}\} \cdot P(h, d_2) \cdot \delta d_2 \quad (2-41)$$

La goutte d_3 ainsi formée a un diamètre de la classe $d_3 \pm \delta d_3/2$, telle que :

$$\left. \begin{aligned} d_3^3 &= d_1^3 + d_2^3 \\ d_3^2 \cdot \delta d_3 &= d_2^2 \cdot \delta d_2 \end{aligned} \right\} \quad (2-42)$$

Réciproquement, toute goutte de diamètre $d_3 \pm \delta d_3/2$ formée par coalescence à partir d'une goutte de diamètre d_1 , ne peut provenir que de la coalescence de la goutte de diamètre d_1 avec une goutte de la classe $d_2 \pm \delta d_2/2$.

En conséquence, la probabilité par unité de temps qu'une goutte de diamètre d_1 , coalesce pour former une goutte de diamètre $d_3 \pm \delta d_3/2$ est :

$$\pi(d_1/d_2) = \{k_{CD} + k_{CE} \cdot \frac{\pi (d_2 + d_1/2)^2 \cdot |v_1 - v_2|}{V(d_1) \cdot V(d_2)}\} \cdot P(h, d_2) \cdot \left(\frac{d_3}{d_2}\right)^2 \delta d_3 \quad (2-43)$$

$$\text{avec } d_3^3 = d_2^3 + d_1^3$$

Si on considère maintenant l'ensemble des gouttes de diamètre $d_1 \pm \delta d_1/2$ contenues dans un volume élémentaire $A \cdot \delta h$, la fréquence de disparition de ces gouttes par coalescence formant des gouttes de diamètre $d_3 \pm \delta d_3/2$ est :

$$A \delta h \cdot P(h, d_1) \cdot \delta d_1 \cdot \{k_{CD} + k_{CE} \cdot \frac{\pi (d_2 + d_1/2)^2 \cdot |v_1 - v_2|}{V(d_1) \cdot V(d_2)}\} \cdot P(h, d_2) \cdot \left(\frac{d_3}{d_2}\right)^2 \delta d_3 \quad (2-44)$$

Le débit total apparaissant par coalescence dans la classe $d_3 \pm \delta d_3/2$ s'obtient en sommant sur d_1 de 0 à d_3 , le débit d'apparition correspondant à la disparition de chaque classe d_1 , soit, en banalisant l'indice d_3 :

$$\mathcal{P}_c^a(h,d)\delta d = k_{CD} \cdot \int_0^d P(h,d_1) \cdot P(h,d_2) \left(\frac{d}{d_2}\right)^2 \delta d_1 \cdot v(d) \delta d \quad (2-45)$$

$$+ k_{CE} \cdot v(d) \int_0^d \pi \cdot (d_2 + d_1/2)^2 \cdot |v_1 - v_2| \cdot \frac{P(d_1,h) \cdot P(d_2,h)}{v(d_1) \cdot v(d_2)} \cdot \left(\frac{d}{d_2}\right)^2 \delta d_1 \cdot \delta d \quad (2-45)$$

$$\text{avec : } d^3 = d_1^3 + d_2^3$$

II-3 - MODELE HYDRODYNAMIQUE DISCRETISE

L'équation générale (2-16) du modèle continu, est une équation aux dérivées partielles par rapport au temps et à l'espace.

A sa résolution, a été substituée la résolution d'un modèle hydrodynamique discrétisé.

II-3-1 - TECHNIQUE UTILISEE

On opère une première discrétisation en remplaçant la distribution continue des tailles de gouttes par une distribution discrète ; on remplace alors la fonction $P(h,d)$ par NT valeurs $P_i(h)$ telles que :

$$P(h,d) = \sum_{i=1}^{NT} P_i(h) \cdot \delta(d-d_i) \quad (2-46)$$

où $\delta(d)$ est la fonction impulsion de DIRAC.

On a alors :

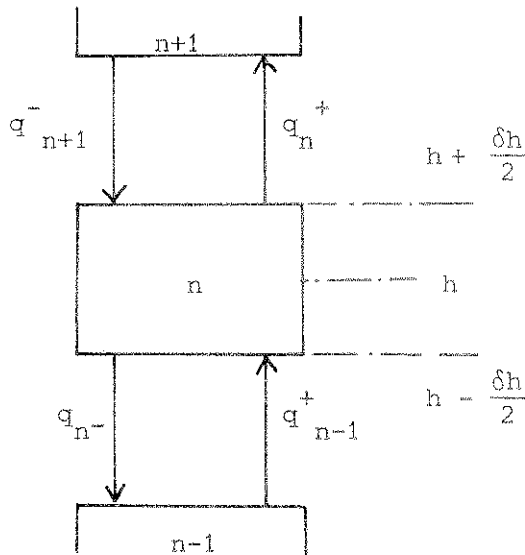
$$\phi(h) = \sum_{i=1}^{NT} P_i(h) \quad (2-47)$$

On opère une deuxième discrétisation en considérant la colonne comme une succession de bacs en cascade entre lesquels les phases circulent dans les deux sens.

II-3-2 - ETUDE DE L'ETAGE n

II-3-2-1 - Modèle à bacs avec débit de retour

Sur le schéma ci-contre, on a illustré l'écoulement d'une classe de gouttes entre les étages n-1, n, n+1.



Chaque étage est un bac parfaitement agité de section A et de hauteur δh . Les débits des gouttes de diamètre d sortant de l'étage n ont pour expression :

$$\left. \begin{aligned} q_n^+ &= A P_n \left\{ \frac{Ud^n}{2} + \frac{\mathcal{D}_n}{\delta h} \right\} \\ q_n^- &= A P_n \left\{ -\frac{Ud^n}{2} + \frac{\mathcal{D}_{n-1}}{\delta h} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2-48)$$

P_n étant le taux de présence des gouttes de diamètre d dans l'étage n ;

Ud^n est la vitesse des gouttes de diamètre d pour laquelle on adopte l'expression (2-4) du modèle continu ;

\mathcal{D}_n est le coefficient de mélange entre les étages n et n+1, soit $\mathcal{D}(h + \frac{\delta h}{2})$.

Un bilan sur les gouttes de diamètre d dans l'étage n, fait apparaître les termes suivants :

<u>Entrée</u>	:	$A P_{n-1} \left\{ \frac{Ud^{n-1}}{2} + \frac{\mathcal{D}_{n-1}}{\delta h} \right\} + A P_{n+1} \left\{ -\frac{Ud^{n+1}}{2} + \frac{\mathcal{D}_n}{\delta h} \right\}$
<u>Sortie</u>	:	$A P_n \frac{\mathcal{D}_{n-1} + \mathcal{D}_n}{\delta h}$
<u>Production</u>	:	$A \delta h \mathcal{P}_n$
<u>Accumulation</u>	:	$A \delta h \frac{d P_n}{dt}$

Ce bilan conduit à l'équation différentielle :

$$\frac{dP_n}{dt} = P_{n-1} \left\{ \frac{Ud^{n-1}}{2 \delta h} + \frac{D_{n-1}}{\delta h^2} \right\} - P_n \frac{D_{n-1} + D_{n+1}}{\delta h^2} + P_{n+1} \left\{ -\frac{Ud^{n+1}}{2 \delta h} + \frac{D_n}{\delta h^2} \right\} + \mathcal{P}_n \quad (2-49)$$

II-3-2-2 - Liaison avec le modèle continu

Par définition :

$$\left. \begin{aligned} P_n &= P(h,d) \cdot \delta d & Ud^n &= Ud(h,d) \\ D_n &= D(h + \frac{\delta h}{2}) & \mathcal{P}_n &= \mathcal{P}(h,d) \cdot \delta d \end{aligned} \right\} \quad (2-50)$$

L'équation différentielle du modèle discret s'écrit sous la forme :

$$\frac{dP_n}{dt} = - \frac{P_{n+1} \cdot Ud^{n+1} - P_{n-1} \cdot Ud^{n-1}}{2 \delta h} + \frac{1}{\delta h} \left\{ D_n \cdot \frac{P_{n+1} - P_n}{\delta h} - D_{n-1} \cdot \frac{P_n - P_{n-1}}{\delta h} \right\} + \mathcal{P}_n$$

On transforme ces différences finies en remplaçant leurs termes par les développements limités autour du niveau h des fonctions continues correspondantes. On obtient alors :

$$\frac{1}{2 \delta h} \{ P_{n+1} \cdot Ud^{n+1} - P_{n-1} \cdot Ud^{n-1} \} = \frac{\partial}{\partial h} \{ P \cdot Ud \} + O(\delta h^2) \quad (2-52)$$

$$\frac{1}{\delta h} \left\{ D_n \frac{P_{n+1} - P_n}{\delta h} - D_{n-1} \frac{P_n - P_{n-1}}{\delta h} \right\} = \frac{\partial}{\partial h} \left\{ D \cdot \frac{\partial P}{\partial h} \right\} + O(\delta h^2) \quad (2-53)$$

L'équation du modèle discret se transforme alors en :

$$\frac{\partial P}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial h} \{ P \cdot Ud \} + \frac{\partial}{\partial h} \left\{ D \cdot \frac{\partial P}{\partial h} \right\} + \mathcal{P} + O(\delta h^2) \quad (2-54)$$

Cette expression constitue une approximation du deuxième ordre de l'équation générale du modèle continu (2-16).

II-3-2-3 - Limites d'utilisation de ce modèle de discrétisation

Ce modèle est basé sur l'hypothèse implicite que les débits q_n^+ et q_n^- sont non négatifs. Il ne conserve un sens que si les contraintes suivantes sont satisfaites :

$$\left. \begin{aligned} \frac{Ud^n}{2} + \frac{D_n}{\delta h} &> 0 \\ -\frac{Ud^n}{2} + \frac{D_{n-1}}{\delta h} &> 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-55)$$

ou sous une autre forme :

$$-\frac{2 \cdot D_n}{\delta h} < Ud^n < 2 \frac{D_{n-1}}{\delta h} \quad (2-56)$$

Pour les gouttes dont la vitesse sature l'une des contraintes ci-dessus, le débit de retour a une valeur nulle et le modèle d'écoulement se ramène alors au modèle à bacs en cascade.

Si on admet, en première approximation que $D_n \sim D_{n-1} \sim D(h)$, la contrainte pour l'utilisation du modèle à bacs avec débit de retour s'écrit :

$$|Ud(h)| < 2 \frac{D(h)}{\delta h} \quad (2-57)$$

Pour chaque classe de gouttes, on définit alors un nombre de PECLET local :

$$Pe(h) = \frac{|Ud(h)| \cdot H}{D(h)} \quad (2-58)$$

La contrainte s'écrit alors :

$$\frac{|Ud(h)| \cdot H}{D(h)} < \frac{2H}{\delta h} \quad (2-59)$$

$$\text{soit :} \quad Pe(h) < 2 N_e \quad (2-59 \text{ bis})$$

N_e est le nombre d'étages utilisés pour simuler le fonctionnement de la colonne. En toute rigueur, le nombre d'étages N_e est imposé par la valeur

maximale du nombre de PECLET local ; cette valeur est obtenue pour les gouttes les plus rapides, dans la zone la moins agitée de la colonne. La description de l'écoulement dans les zones calmes d'une colonne peut nécessiter un nombre d'étages très élevé. Deux solutions peuvent être envisagées pour limiter le nombre d'étages N_e .

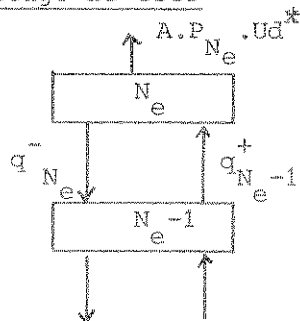
- Utiliser dans les zones faiblement agitées une hauteur d'étages plus petite.

- Passer à un modèle à bacs en cascades pour les gouttes qui ne satisfont pas les contraintes (2-56). En effet, si on considère la distribution des temps de séjour des gouttes dans une colonne, on sait⁽¹¹⁾ qu'au delà d'un nombre de PECLET de l'ordre de 50, on a une distribution proche de celle résultant d'un écoulement piston. En d'autres termes, il y a peu de différence entre un modèle à bacs en cascade de 25 étages et un modèle continu piston. Cette considération nous incite à ne pas accroître inconsidérément le nombre d'étages N_e et nous avons choisi de ne pas dépasser $N_e = 35$, quitte à basculer sur un modèle à bacs en cascade pour les gouttes qui ne vérifient pas les contraintes (2-56). Les débits q_n^+ et q_n^- prennent alors les valeurs données par les expressions suivantes :

$$\left. \begin{aligned} q_n^+ &= A P_n \cdot U d^n & q_n^- &= 0 & \text{si } U d^n > 0 \\ q_n^+ &= 0 & q_n^- &= -A P_n \cdot U d^n & \text{si } U d^n < 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-60)$$

II-3-3 - ETUDE DES CONDITIONS LIMITES

II-3-3-1 - Etage de tête



Le bilan sur les gouttes de diamètre d fait intervenir les termes suivants :

$$\begin{aligned}
 \text{Entrée} & : A P_{N_e-1} \left\{ \frac{Ud_e^{N_e-1}}{2} + \frac{\mathcal{D}_{N_e-1}}{\delta h} \right\} \\
 \text{Sortie} & : A.P_{N_e} \left\{ -\frac{Ud_e^{N_e}}{2} + \frac{\mathcal{D}_{N_e-1}}{\delta h} \right\} + A.P_{N_e} \cdot Ud^* \\
 \text{Production} & : A \delta h. \mathcal{P}_{N_e} \\
 \text{Accumulation} & : A \delta h. \frac{d P_{N_e}}{dt}
 \end{aligned}$$

L'équation de bilan conduit donc à l'équation différentielle :

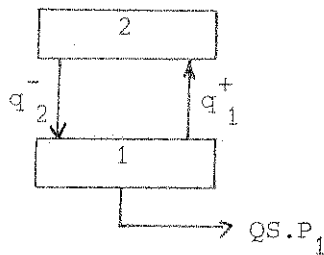
$$\frac{d P_{N_e}}{dt} = P_{N_e-1} \left\{ \frac{Ud_e^{N_e-1}}{2 \delta h} + \frac{\mathcal{D}_{N_e-1}}{\delta h} \right\} - P_{N_e} \left\{ \frac{Ud^*}{\delta h} - \frac{Ud_e^{N_e}}{2 \delta h} + \frac{\mathcal{D}_{N_e-1}}{\delta h} \right\} + \mathcal{P}_{N_e} \quad (2-61)$$

En faisant tendre δh vers 0, cette équation se ramène à l'expression suivante :

$$P \{ Ud - Ud^* \}_{h=H} = \left\{ \mathcal{D} \cdot \frac{\partial P}{\partial h} \right\}_{h=H} + 0(\delta h) \quad (2-62)$$

On retrouve une approximation à l'ordre 1 de la condition aux limites (2-18).

II-3-3-2 - Etage de pied



Le bilan sur les gouttes de diamètre d fait intervenir les termes suivants :

$$\text{Entrée} : A P_2 \left\{ - \frac{Ud^2}{2} + \frac{D_1}{\delta h} \right\}$$

$$\text{Sortie} : A P_1 \left\{ \frac{Ud^1}{2} + \frac{D_1}{\delta h} \right\} + Q_s \cdot P_1$$

$$\text{Production} : A \delta h P_1$$

$$\text{Accumulation} : A \delta h \frac{dP_1}{dt}$$

L'équation de bilan conduit à :

$$\frac{dP_1}{dt} = -P_1 \left\{ \frac{Ud^1}{2\delta h} + \frac{Q_s}{A \delta h} + \frac{D_1}{\delta h^2} \right\} + P_2 \left\{ - \frac{Ud^2}{2\delta h} + \frac{D_1}{\delta h^2} \right\} + P_1 \quad (2-63)$$

En faisant tendre δh vers 0, cette équation se ramène à l'expression suivante :

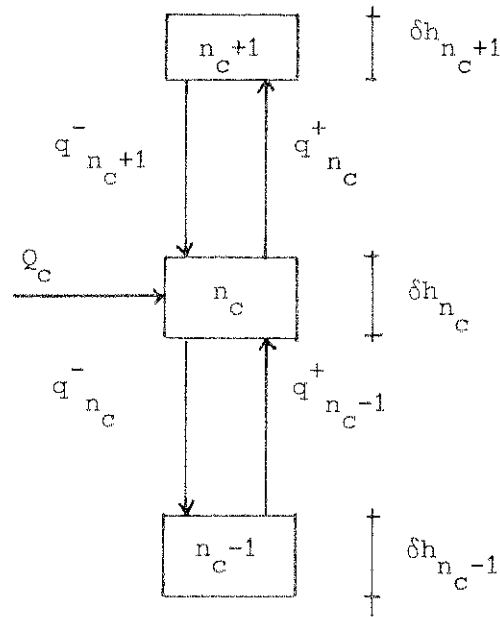
$$\left\{ P (Ud + \frac{Q_s}{A}) \right\}_{h=0} = \left\{ D \frac{\partial P}{\partial h} \right\}_{h=0} + O(\delta h)$$

On retrouve une approximation à l'ordre 1 de la condition aux limites (2-23).

II-3-3-3 - Alimentation en phase continue

Les deux alimentations en phase lourde et en phase légère séparent, dans une colonne, la zone centrale dans laquelle on réalise en général une agitation permettant un contact intime des phases et les zones de désengagement, en général dépourvues de garnissage et pouvant avoir une géométrie très différente. Il est donc souhaitable de prévoir l'utilisation d'un coefficient D différent de part et d'autre des alimentations. Afin de suivre cette variation, tout en conservant une bonne description des écoulements, il peut s'avérer avantageux d'utiliser des hauteurs d'étages différentes de part et d'autre de l'alimentation.

Appliqué à l'alimentation en phase continue, ce raisonnement permet de représenter la colonne dans cette zone suivant le schéma suivant :



On a alors :

$$\begin{aligned}
 q_{n_c}^+ &= A \cdot P_{n_c} \left\{ \left(\frac{Ud_{n_c}}{2} \right)^+ + \frac{D_{n_c}}{\delta n_c} \right\} & q_{n_c}^- &= A \cdot P_{n_c} \left\{ - \left(\frac{Ud_{n_c}}{2} \right)^- + \frac{D_{n_c-1}}{\delta n_{c-1}} \right\} \\
 q_{n_c-1}^+ &= A \cdot P_{n_c-1} \left\{ \frac{Ud_{n_c-1}}{2} + \frac{D_{n_c-1}}{\delta n_{c-1}} \right\} & q_{n_c+1}^- &= A \cdot P_{n_c+1} \left\{ - \frac{Ud_{n_c+1}}{2} + \frac{D_{n_c}}{\delta n_c} \right\}
 \end{aligned} \quad (2-65)$$

avec :

$$\delta n_c = \frac{1}{2} \{ \delta h_{n_c} + \delta h_{n_c+1} \} \quad \delta n_{c-1} = \frac{1}{2} \{ \delta h_{n_c-1} + \delta h_{n_c} \}$$

Conformément aux indications du modèle continu, on distingue deux vitesses $Ud_{n_c}^+$ et $Ud_{n_c}^-$ au niveau de l'étage d'alimentation ; cette discontinuité est exprimée par l'expression (2-24).

Le bilan sur les gouttes de diamètre d , dans l'étage n_c , fait apparaître les termes suivants :

$$\begin{aligned}
\text{Entrée} &: A P_{n_c-1} \left\{ \frac{Ud_{n_c-1}}{2} + \frac{D_{n_c-1}}{\delta n_c-1} \right\} + A P_{n_c+1} \left\{ -\frac{Ud_{n_c+1}}{2} + \frac{D_{n_c}}{\delta n_c} \right\} \\
\text{Sortie} &: A P_{n_c} \left\{ \left(\frac{Ud_{n_c}}{2} \right)^+ - \left(\frac{Ud_{n_c}}{2} \right)^- + \frac{D_{n_c-1}}{\delta n_c-1} + \frac{D_{n_c}}{\delta n_c} \right\} \\
\text{Production} &: A \delta h_{n_c} \phi_{n_c} \\
\text{Accumulation} &: A \delta h_{n_c} \cdot \frac{d P_{n_c}}{dt}
\end{aligned}$$

En tenant compte de l'expression (2-24), le bilan conduit à l'équation différentielle suivante :

$$\begin{aligned}
\frac{d P_{n_c}}{dt} = & \frac{P_{n_c-1}}{\delta h_{n_c}} \left\{ \frac{Ud_{n_c-1}}{2} + \frac{D_{n_c-1}}{\delta n_c-1} \right\} - \frac{P_{n_c}}{\delta h_{n_c}} \left\{ \frac{Qc}{2A} + \frac{D_{n_c-1}}{\delta n_c-1} + \frac{D_{n_c}}{\delta n_c} \right\} \\
& + \frac{P_{n_c+1}}{\delta h_{n_c}} \left\{ -\frac{Ud_{n_c+1}}{2} + \frac{D_{n_c}}{\delta n_c} \right\} + P_{n_c}
\end{aligned} \quad (2-66)$$

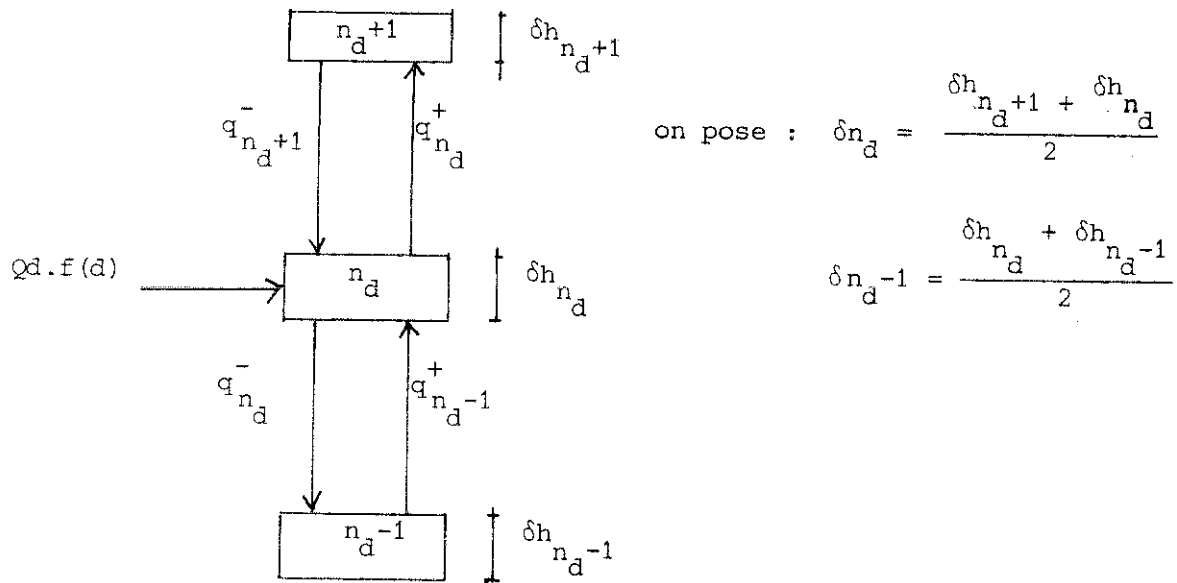
Par passage à la limite, en faisant tendre δh_{n_c-1} , δh_{n_c} , δh_{n_c+1} vers zéro, l'équation de bilan se ramène à la relation suivante :

$$P(h_c, d) \cdot \frac{Qc}{A} = \left\{ D \frac{\partial P}{\partial h} \right\}_{h_c^+} - \left\{ D \frac{\partial P}{\partial h} \right\}_{h_c^-} + 0 (\delta h) \quad (2-67)$$

qui est une approximation d'ordre 1 de la condition (2-25).

II-3-3-4 - Alimentation en phase dispersée

Pour les raisons déjà exposées au paragraphe précédent, les écoulements autour de cet étage sont représentés par le schéma suivant :



Avec :

$$\begin{aligned}
 q_{n_d}^+ &= A P_{n_d} \left\{ \left(\frac{Ud}{2} \right) - \frac{\mathcal{D}_{n_d}}{\delta n_d} \right\} & q_{n_d}^- &= A P_{n_d} \left\{ - \left(\frac{Ud}{2} \right) + \frac{\mathcal{D}_{n_d-1}}{\delta n_{d-1}} \right\} \\
 q_{n_d-1}^+ &= A P_{n_d-1} \left\{ \frac{Ud}{2} + \frac{\mathcal{D}_{n_d-1}}{\delta n_{d-1}} \right\} & q_{n_d+1}^- &= A P_{n_d+1} \left\{ - \frac{Ud}{2} + \frac{\mathcal{D}_{n_d}}{\delta n_d} \right\}
 \end{aligned} \quad (2-68)$$

Un bilan sur les gouttes de diamètre d dans l'étage n_d fait intervenir les termes suivants :

$$\begin{aligned}
 \text{Entrée} &: A P_{n_d-1} \left\{ \frac{Ud}{2} + \frac{\mathcal{D}_{n_d-1}}{\delta n_{d-1}} \right\} + A P_{n_d+1} \left\{ - \frac{Ud}{2} + \frac{\mathcal{D}_{n_d}}{\delta n_d} \right\} + Qd.f(d) \\
 \text{Sortie} &: A P_{n_d} \frac{(Ud)_+ - (Ud)_-}{2} + \frac{\mathcal{D}_{n_d-1}}{\delta n_{d-1}} + \frac{\mathcal{D}_{n_d}}{\delta n_d} \\
 \text{Production} &: A \delta h_{n_d} \mathcal{P}_{n_d} \\
 \text{Accumulation} &: A \delta h_{n_d} \frac{d P_{n_d}}{dt}
 \end{aligned}$$

Compte tenu de l'expression (2-22), le bilan conduit à l'équation différentielle :

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{n_d}}{dt} = & \frac{P_{n_d-1}}{\delta h_{n_d}} \left\{ \frac{Ud_{n_d-1}}{2} + \frac{D_{n_d-1}}{\delta n_{d-1}} \right\} - \frac{P_{n_d}}{\delta h_{n_d}} \left\{ \frac{Qd}{2A} + \frac{D_{n_d-1}}{\delta n_{d-1}} + \frac{D_{n_d}}{\delta n_d} \right\} \\
& + \frac{P_{n_d+1}}{\delta h_{n_d}} \left\{ -\frac{Ud_{n_d+1}}{2} + \frac{D_{n_d}}{\delta n_d} \right\} + \mathcal{P}_{n_d} + \frac{Qd}{A \cdot \delta h_{n_d}} \cdot f(d)
\end{aligned} \quad (2-69)$$

Par passage à la limite, en faisant tendre δh_{n_d-1} , δh_{n_d} , δh_{n_d+1} vers zéro, l'équation de bilan se ramène à l'expression suivante :

$$\{P(h_d, d) - f(d)\} \frac{Qd}{A} = \left\{ D \cdot \frac{\partial P}{\partial h} \right\}_{hd^+} - \left\{ D \cdot \frac{\partial P}{\partial h} \right\}_{hd^-} + 0(\delta h) \quad (2-70)$$

qui constitue une approximation à l'ordre 1 de la relation (2-23).

II-3-4 - ETUDE DES TERMES DE PRODUCTION

II-3-4-1 - Etude de la rupture

La vitesse de rupture des gouttes de diamètre d , au niveau h de la colonne peut être définie par une expression formellement identique à l'expression (2-27) du modèle continu, soit :

$$R(h, d) = - \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} \quad (2-71)$$

où V est le volume occupé par un certain nombre de gouttes de diamètre d .

Considérons les gouttes de diamètre d_i , dans un volume $A \cdot \delta h$ représentant un étage du modèle discrétisé, au niveau h de la colonne.

Le débit de disparition, par rupture est donné par :

$$\mathcal{D}_R^d(h, d_i) \cdot A \cdot \delta h = - R(h, d_i) \cdot P_i \cdot A \cdot \delta h$$

$$\text{d'où :} \quad \mathcal{D}_R^d(h, d_i) = - R(h, d_i) \cdot P_i \quad (2-72)$$

Le débit de disparition par rupture dans la classe i , entraîne un débit d'apparition dans les différentes classes de diamètre d_j , $j = 1$ à i .

On désigne par β_{ij} , la fraction du débit de disparition dans la classe i , qui se retrouve dans la classe j . On doit avoir :

$$\sum_{j=1}^i \beta_{ij} = 1$$

On peut ranger les coefficients dans un tableau, tel que celui représenté ci-dessous.

<div style="display: inline-block; transform: rotate(-45deg); transform-origin: left top;"> Diamètre goutte cassée </div> <div style="display: inline-block; transform: rotate(45deg); transform-origin: left top;"> Diamètre goutte formée </div>	d_1	d_2		d_j				
d_1	β_{11}	0						0
d_2	β_{21}	β_{22}	0					
				0				
d_i	β_{i1}	β_{i2}			β_{ii}			
							0	
								0
d_{NT}	β_{NT1}	β_{NT2}	β_{NTj}					β_{NTNT}

Etablissons maintenant le débit d'apparition, au sein de la population d_i , par rupture dans le même volume $A \delta h$.

Le débit provenant de la rupture dans la population d_k est donné par :

$$R(h, d_k) P_k \cdot A \delta h \beta_{ki} \quad (2-74)$$

Ce terme doit être sommé pour l'ensemble des populations d_k , $k = 1$ à NT .

On obtient :

$$\mathcal{P}_R^a(h, di) \cdot A \delta h = \sum_{k=i}^{NT} R(h, dk) \cdot P_k \cdot \beta_{ki} \cdot A \delta h$$

d'où :

$$\mathcal{P}_R^a(h, di) = \sum_{k=i}^{NT} R(h, dk) \cdot P_k \cdot \beta_{ki} \quad (2-75)$$

Les équations (2-72) et (2-75) sont la représentation discrète des équations (2-28 bis) et (2-31 bis)

Cependant, d'un point de vue pratique, il est préférable de conduire le calcul de la manière suivante : pour chaque classe de gouttes i , on calcule le terme :

$$R(h, di) \cdot P_i \quad (2-76)$$

On retranche ce terme du terme de production correspondant à la classe i , puis on passe en revue toutes les classes de gouttes j , $1 < j < i$ et on affecte à chaque classe de gouttes j le terme de production :

$$R(h, di) \cdot P_i \cdot \beta_{ij} \quad (2-77)$$

Cette procédure permet d'assurer automatiquement la validité des bilans matière.

Remarque :

Les distributions β_{ij} utilisées par la suite ont permis une simplification importante. Nous avons généralement fait l'hypothèse que la rupture d'une goutte i conduit à la formation de fines représentant une fraction de volume ϵ et de n_g gouttes de volume identique ; le volume des gouttes formées est alors donné par :

$$V_R = \frac{1}{n_g} (1 - \epsilon) \cdot V_i \quad (2-78)$$

Deux cas de figure peuvent se présenter :

a/ $V_R < V_1$: on affecte alors la totalité du débit de disparition de la classe d_i à la classe d_1 , soit :

$$\beta_{i1} = 1 \quad ; \quad \forall_j, 2 \leq j \leq i, \quad \beta_{ij} \equiv 0 \quad (2-79)$$

b/ $\exists k, 1 < k < i$, tel que $V_k < V_R < V_{k+1}$; on affecte alors le débit de disparition de la classe d_i à la classe d_1 et aux classes d_k et d_{k+1} , suivant le schéma :

$$\left. \begin{aligned} \beta_{i1} &= \varepsilon \\ \beta_{ik} &= (1 - \varepsilon) \omega_i \\ \beta_{i,k+1} &= (1 - \varepsilon) (1 - \omega_i) \quad \text{avec } \omega_i = \frac{V_{k+1} - V_R}{V_{k+1} - V_k} \end{aligned} \right\} \quad (2-80)$$

II-3-4-2 - Etude de la coalescence

Disparition par coalescence

En transposant les équations du modèle continu, on peut exprimer sous forme discrète le débit de disparition par coalescence des gouttes de diamètre d_i avec des gouttes de diamètre d_j :

$$\left\{ k_{CD} + k_{CE} \cdot \frac{\pi(d_j + d_i/2)^2 \cdot |v_i - v_j|}{V_i \cdot V_j} \right\} \cdot P_i \cdot P_j \cdot V_i \quad (2-81)$$

Apparition par coalescence

La coalescence d'une goutte de volume V_i avec une goutte de volume V_j , forme une goutte de volume $V_t = V_i + V_j$. Deux cas de figures sont à considérer :

a/ $v_t > v_{NT}$: on affecte alors le débit formé à la classe NT

b/ $\exists k < NT, v_k < v_t < v_{k+1}$: on affecte alors le débit formé aux deux classes $k+1$ et k , à savoir :

$$\text{à la classe } k \text{ avec la fraction } \omega_{ij} = \frac{v_{k+1} - v_t}{v_{k+1} - v_k} \quad (2-82)$$

à la classe $k+1$ avec la fraction $(1 - \omega_{ij})$

A chaque couple (i, j) on associe une valeur k et une valeur ω_{ij} :
on est donc amené à constituer le tableau NT . NT :

	d_1	d_2	d_3		d_i			d_{NT}
d_1	k_{11} ω_{11}				k_{1i} ω_{1i}			
d_2	0	k_{22} ω_{22}			k_{2i} ω_{2i}			
d_3		0	k_{33} ω_{33}		k_{3i} ω_{3i}			
			0					
				0	k_{ii} ω_{ii}			
d_j					0	k_{jj} ω_{jj}		
						0		
d_{NT}	0	0	0	0	0	0	0	$k_{NT NT}$ $\omega_{NT NT}$

$$v_{i,j} \quad 0 < \omega_{ij} < 1 \quad \text{et } k \text{ est un entier, } \max(i, j) < k \leq NT$$

Un seul tableau est donc nécessaire dans lequel on peut stocker $k + \omega_{ij}$ et il suffit ensuite de restituer la partie entière et la partie décimale des valeurs ainsi stockées.

Pour le calcul de la coalescence, on peut donc procéder comme suit :

- on passe en revue toutes les classes de $i = 1$ à NT
- pour chaque classe i , on passe en revue toutes les classes j , de $j = i$ à NT
- pour chaque couple i, j :

$$\text{on calcule } T_c = \{k_{CD} + k_{CE} \cdot \frac{\pi \cdot (d_j + d_i/2)^2 \cdot (v_i - v_j)}{v_i \cdot v_j}\} P_i \cdot P_j \quad (2-83)$$

On retranche $T_c \cdot V_i$ au terme de production de la classe i

On retranche $T_c \cdot V_j$ au terme de production de la classe j

On recherche, pour ce couple i, j les valeurs de k et ω_{ij} puis :

- on ajoute $\omega_{ij} (V_i + V_j) \cdot T_c$ au terme de production de la classe k

- on ajoute $(1 - \omega_{ij}) (V_i + V_j) T_c$ au terme de production de la classe $k+1$.

Cette manière d'opérer permet d'assurer que les bilans matière correspondant au processus de coalescence sont inévitablement satisfaits.

La discrétisation du modèle suivant des classes de gouttes distinctes permet donc d'éviter la résolution des équations intégrales (2-40) et (2-45).

II-4 - INTEGRATION DU MODELE

L'équation différentielle (2-16) et ses conditions aux limites (2-17), (2-18), (2-21), (2-23), (2-25) a été transformée par une double discrétisation en un système de N_c . NT équations différentielles ordinaires de condition initiale.

Ce système d'équation a été en général résolu par un algorithme de RUNGE et KUTTA MERSON du 4ème ordre.

Le schéma de calcul peut être décomposé comme suit : l'ensemble des P_i étant connu, à tous les étages, à l'instant t , l'équation (2-47) permet de calculer la retenue de phase dispersée à tous les niveaux.

On peut alors calculer le débit en tête Q_t par l'équation (2-17), puis la vitesse de la phase continue à chaque étage. L'équation (2-4) permet de passer à la vitesse des gouttes de diamètre d .

Les équations (2-49), (2-61), (2-63), (2-66) et (2-67) permettent de calculer enfin les dérivées $\frac{d P_i}{dt}$ pour chaque étage.

Le calcul des termes de production liés à la rupture et à la coalescence a déjà été présenté dans le paragraphe précédent.

Remarque

Lorsque le modèle à bacs avec débit de retour qui a présidé à l'établissement des équations précédentes n'est plus valable, le calcul bascule sur un modèle à bacs en cascade en substituant aux expressions (2-48), les expressions (2-60).

La traduction FORTRAN de ce schéma de calcul se retrouve sur le listing présenté dans l'annexe 1.

L'algorithme de RUNGE et KUTTA MERSON permet alors de calculer les ensembles des valeurs P_i pour le temps $t + \Delta t$; Δt est un pas de temps variable ajusté par cet algorithme.

Dans le cas d'un système d'équations, le pas est imposé par les équations qui présentent la dynamique la plus rapide.

Nous avons établi qu'en l'absence de rupture et de coalescence, l'ensemble des équations s'intégrait avec un pas voisin de 0,25 s. Cette valeur paraissait raisonnable devant le temps de mise en régime de la colonne qui est de quelques centaines de secondes.

Par contre, les termes de rupture, surtout pour les gouttes de grandes dimensions provoquent une diminution exorbitante du pas d'intégration alors que la dynamique globale du système n'est pas sensiblement modifiée.

Dans la mesure où nous n'étions pas essentiellement intéressés par l'analyse transitoire du fonctionnement de la colonne, nous avons pensé remédier à cet inconvénient en utilisant un algorithme de calcul différent.

Nous avons d'abord pensé utiliser une technique d'intégration appelée "False transient method"⁽¹²⁾ qui consiste à générer une dynamique fictive, indépendamment pour chaque équation du système. Cette méthode n'est pas adaptée quand il existe de forts couplages entre les équations.

Dans notre cas, les échanges entre étage, et sur chaque étage, les termes de rupture et de coalescence introduisent une très forte interaction entre les équations et cette méthode n'a donné aucun résultat.

Nous avons facilement utilisé une technique très empirique en modifiant l'algorithme de RUNGE et KUTTA MERSON de la manière suivante : nous avons bloqué le pas à la valeur 0,25 nominale. Pour les équations trop rapides qui ne convergent pas avec ce pas, nous avons introduit un terme permettant de ralentir leur dynamique.

En d'autres termes, au système :

$$\frac{dP_n}{dt} = f(P_{n-1}, P_n, P_{n+1}) \quad (2-84)$$

original, nous avons substitué le système :

$$\frac{dP_n}{dt} = k_n \cdot f(P_{n-1}, P_n, P_{n+1}) \quad (2-84 \text{ bis})$$

L'ajustement des k_n a été obtenu en remplaçant dans l'algorithme de RUNGE et KUTTA MERSON, la boucle de réajustement du pas par une boucle de réduction des k_n . Cette réduction a lieu jusqu'à ce que les équations concernées s'intègrent avec le pas imposé de 0,25 s. Les listings sont présentés dans l'annexe 1.

Cette technique altère la dynamique vraie du système, mais nous avons vérifié que les réductions de k_n n'étaient jamais excessives et que le système d'équation résolu restait semblable au système d'origine. D'un point de vue pratique, nous avons vérifié que les deux techniques conduisaient au même état d'équilibre et nous avons pu noter que la deuxième technique permettait un gain appréciable, les temps de calcul étant divisés par 2 ou 3 suivant les cas.

Néanmoins la résolution de ce système d'équations s'est avérée sur MITRA 125 extrêmement coûteuse et nous avons été amené à limiter strictement la dimension du système.

Nous avons généralement utilisé 7 à 8 classes de gouttes réparties entre 0,5 et 8 mm.

Le nombre d'étages utilisés a été imposé par la géométrie de la colonne simulée et n'a jamais excédé $N_e = 35$.

o
o o

- CHAPITRE II -

BIBLIOGRAPHIE

- 1 - CASAMATTA G., CARRIER J., MURATET G. - Rapport de fin de contrat D.G.R.S.T.
N° 77 7 0889, Juillet 1980
 - 2 - MIYAUCHI T., VERMEULEN T. - Ind. Engng. Chem. Fund., 2, 113 (1963)
 - 3 - PAKDEE PATRAKORN S. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Juin 1980, I.N.P. Toulouse,
p. 4 (tableau 1)
 - 4 - RICHARDSON J.F., ZAKI W.N. - Trans. Inst. Chem. Eng., 32, 35 (1954)
 - 5 - PERRUT M. - Thèse de Doctorat ès Sciences Physiques, Mars 1972, Université
de Nancy I, p. 25
 - 6 - OLIVER D.R. - Chem. Eng. Sci., 15, 230 (1961)
 - 7 - ZENZ F.A. - Petr. Refiner, 36, 147 (1957)
 - 8 - THORNTON J.D., PRATT H.R.C. - Trans. I. Chem. E., 31, 289 (1953)
 - 9 - HAFEZ M.M., BAIRD M.H.I., NIRDOSH I. - Proceedings of Isec'80, 1, 80-41 (1980)
 - 10 - CHARTRES R.H., KORCHINSKY W.J. - Trans. I. Chem. E., 53, 247 (1975)
 - 11 - MURATET G. - Thèse de Doctorat ès Sciences Physiques, Septembre 1974,
Université P. Sabatier, Toulouse, p. 57
 - 12 - WOHLFAHRT K., HOFFMANN H. - C.E.S., 34, 493 (1979)
-

- C H A P I T R E I I I -

EXPLOITATION DU MODELE CONTINU
ETUDE DU LIT DE PHASE DISPERSEE

III-1 - INTRODUCTION

III-2 - SIMPLIFICATION DU MODELE

III-1 - INTRODUCTION

Le modèle hydrodynamique proposé décrit dans sa généralité le fonctionnement d'une colonne ; il peut s'agir d'une colonne à pulvérisation ou mécaniquement agitée, à dispositif d'agitation rotatif ou pulsé. Ces possibilités sont représentées sur les schémas de la figure 3-1.

Le modèle fait appel à des lois de transport des gouttes, de rupture et de coalescence et nécessite la connaissance d'un coefficient de diffusion turbulente traduisant le mélange axial ; si on ne tient pas compte des termes de rupture et de coalescence, ce modèle apparaît particulièrement adapté à la description des contacteurs solide-liquide.

Nous essayerons tout d'abord de simplifier le modèle et nous démontrerons qu'il est possible de dégager à tout niveau de la colonne, une relation entre la retenue de phase dispersée, une propriété moyenne de la distribution des tailles de gouttes et le gradient de rétention locale : cette corrélation nous permettra de tirer des conclusions très intéressantes sur l'établissement du lit de phase dispersée. Nous faisons ensuite le lien avec l'analyse antérieure de THORNTON⁽¹⁾.

Cependant, nos tentatives pour simplifier le modèle n'ont conduit qu'à des résultats limités et, pour prédire le fonctionnement de la colonne, nous avons été amené à traiter le modèle complet.

Aussi, dans un quatrième chapitre, nous présenterons une étude globale de l'établissement du lit de phase dispersée où nous mettrons en évidence l'influence des mécanismes de transport, rupture, coalescence et mélange axial.

Les résultats des simulations seront confrontés avec les connaissances empiriques dont on dispose sur le fonctionnement des colonnes réelles.

III-2 - SIMPLIFICATION DU MODELE

Dans le modèle que nous proposons, le fonctionnement de la colonne est décrit par une fonction de deux variables $P(h,d)$, ce qui conduit à l'écriture d'une équation aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial P}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial h} \{P \cdot U_d\} + \frac{\partial}{\partial h} \{D \cdot \frac{\partial P}{\partial h}\} + \mathcal{P} \quad (3-1)$$

Le terme de production \mathcal{P} fait intervenir des termes intégraux de la variable d (cf. § II-2-5).

L'expression (3-1) est donc une équation intégral-différentielle des variables h , t et d .

Dans le but de simplifier le modèle, nous avons cherché à caractériser la population des gouttes par une propriété moyenne et nous avons intégré les équations de base du modèle pour l'ensemble des diamètres de gouttes.

Nous avons ainsi éliminé les termes intégraux de production, car par définition :

$$\int_0^{\infty} \mathcal{P}(h,d) \cdot \delta d = 0 \quad (3-2)$$

Si on intègre l'équation (2-3) pour toutes les classes de gouttes, on obtient le débit de phase dispersée au niveau h de la colonne, soit :

$$Q_d(h) = \int_0^{d_{\max}} A P(h,d) \cdot U_d(h,d) \cdot \delta d - A \cdot D(h) \cdot \int_0^{d_{\max}} \frac{\partial P(h,d)}{\partial h} \delta d \quad (3-3)$$

Et en tenant compte des relations (2-4) et (2-1 bis) :

$$\frac{Q_d(h)}{A} = \phi(h) \cdot U_c(h) + \int_0^{d_{\max}} P(h,d) \cdot U_r(h,d) \cdot \delta d - D(h) \cdot \frac{\partial \phi(h)}{\partial h} \quad (3-4)$$

En introduisant la relation (2-10) qui permet de calculer $U_c(h)$ et la relation (2-5) qui lie la vitesse relative $U_r(h,d)$ et la vitesse d'une goutte unique voyageant dans la colonne $U_r^*(d)$, il vient :

$$\begin{aligned} \frac{Q_d(h)}{A} + D(h) \cdot \frac{\partial \phi(h)}{\partial h} + \phi(h) \left\{ - \frac{Q_t}{A} + \alpha_c \cdot \frac{Q_c}{A} + \alpha_d \cdot \frac{Q_d}{A} \right\} = \\ \{1 - \phi(h)\}^2 \cdot \phi(h) \cdot \int_0^{d_{\max}} P^*(h,d) \cdot U_r^*(d) \cdot \delta d \end{aligned} \quad (3-5)$$

où $P^*(h,d) = \frac{P(h,d)}{\phi(h)}$ est la densité de probabilité qu'un point de la phase dispersée, au niveau h de la colonne, appartienne à une goutte de diamètre d .

$\int_0^{d_{\max}} P^*(h,d) \cdot Ur^*(d) \cdot \delta d$ est une vitesse moyenne des gouttes au niveau h de la colonne.

Si on admet que Ur^* est proportionnel à d , $\int_0^{d_{\max}} P^*(h,d) \cdot Ur^*(d) \cdot \delta d$ est à une constante multiplicative près, le diamètre moyen de la population des gouttes au niveau h de la colonne ; ce diamètre moyen est le d_{43} qui apparaît lorsqu'on traite la population des gouttes par une distribution en nombre (cf. Annexe 2).

Pour conserver sa généralité au raisonnement, nous ne ferons pas ici cette hypothèse et appellerons FP, l'intégrale $\int_0^{d_{\max}} P^*(h,d) \cdot Ur^*(d) \cdot \delta d$.

D'autre part, en régime permanent, le débit $Q_d(h)$ de phase dispersée traversant une section droite au niveau h de la colonne, peut être exprimé par :

$$Q_d(h) = Q_t - \alpha d \cdot Q_d \quad (3-6)$$

La relation (3-5) peut donc s'écrire sous la forme :

$$a \phi + b = \phi(1 - \phi)^2$$

$$a = \frac{1}{FP} \left\{ \alpha c \cdot \frac{Q_c}{A} + \alpha d \cdot \frac{Q_d}{A} - \frac{Q_t}{A} \right\}$$

$$b = \frac{1}{FP} \left\{ \frac{Q_t}{A} - \alpha d \cdot \frac{Q_d}{A} + d \cdot \frac{\partial \phi}{\partial h} \right\}$$

(3-7)

La recherche des solutions de l'équation (3-7) peut être effectuée par la détermination graphique des points d'intersection de la droite $y = a\phi + b$ et de la courbe $z = \phi(1-\phi)^2$.

On peut remarquer que la courbe $z = \phi(1-\phi)^2$ est unique et que tous les paramètres du problème sont regroupés dans les termes a et b . Dans le domaine utile $\phi \in \{0,1\}$, la courbe $z = \phi(1-\phi)^2$ a les propriétés caractéristiques suivantes (fig. 3-2).

Elle passe par les points $\{0,0\}$ et $\{1,0\}$.

Son maximum est situé au point $\{1/3, 0,15\}$.

Elle a un point d'inflexion de coordonnées $\{0,5; 0,125\}$.

La droite $y = a \phi + b$ dépend des débits admis, du débit de phase dispersée entraînée, du mélange axial et du facteur FP. On remarque que toutes choses égales par ailleurs, le terme de mélange axial $D \cdot \frac{\partial \phi}{\partial h}$ provoque un déplacement de cette droite parallèlement à elle-même.

Nous distinguerons les points remarquables suivants :

- le point d'intersection avec l'axe des ordonnées, de cote b, indépendant du débit Q_c .

- le point d'intersection avec l'axe des abscisses $\{\phi_0, 0\}$ avec :

$$\phi_0 = - \frac{b}{a} \quad (3-8)$$

La position de ce point ne dépend pas de la population des gouttes.

Enfin, le point situé à l'abscisse $\phi=1$, d'ordonnée $y_1 = a+b$, soit :

$$y_1 = \frac{1}{FP} \left\{ \alpha_c \frac{Q_c}{A} + D \cdot \frac{\partial \phi}{\partial h} \right\} \quad (3-9)$$

La position de ce point ne dépend pas du débit de phase dispersée Q_d .

Pour simplifier l'étude des racines, nous négligeons le terme de diffusion $D \cdot \frac{\partial \phi}{\partial h}$: on a déjà vu que cela conduit à décaler la droite $y = a\phi + b$, sans modifier sa pente.

III-2-1 - ETUDE DE LA PORTION DE COLONNE COMPRISE ENTRE LES ALIMENTATIONS

III-2-1-1 - Etude générale

Entre les alimentations, $\alpha_c = 1$ et $\alpha_d = 0$, donc, si on néglige le mélange axial :

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{FP} \left\{ \frac{Q_c}{A} - \frac{Q_t}{A} \right\} \\ b &= \frac{1}{FP} \left\{ \frac{Q_t}{A} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3-10)$$

On peut remarquer que ϕ_o est alors donné par :

$$\phi_o = -\frac{b}{a} = \frac{1}{1 - \frac{Qc}{Qt}} \quad (3-11)$$

Comme $\frac{Qc}{Qt} \in]0, +\infty[$, $\phi_o \notin \{0,1\}$; par ailleurs, on montre que l'équation (3-7) admet zéro ou deux racines dans l'intervalle $\{0,1\}$.

En traçant la tangente à la courbe $z = \phi(1-\phi)^2$, passant par le point de coordonnées $\{0,1\}$, on met en évidence 3 cas possibles, en fonction de la valeur prise par b, soit :

$$\begin{aligned} b &< 0 \\ (\text{cf. fig. 3-2}) \quad 0 &< b < 0,25 \\ b &> 0,25 \end{aligned} \quad (3-12)$$

Le coefficient b est obligatoirement positif puisque les termes FP, Qt et A sont positifs ; le premier cas n'a donc pas de signification physique. Le troisième cas peut également être écarté car, pour $b > 0,25$, la droite $y = a\phi + b$ n'a pas d'intersection avec la courbe z dans l'intervalle $\phi \in \{0,1\}$. Le seul cas intéressant est alors le deuxième. Si b est fixé entre 0 et 0,25, il ne peut y avoir de racines que si a est inférieur ou égal à la valeur a_{\max} telle que la droite $y = a_{\max}\phi + b$ et la courbe $z = \phi(1-\phi)^2$ soient tangentes.

Si $a < a_{\max}$, on obtient deux points d'intersection entre la droite $y = a\phi + b$ et la courbe $z = \phi(1-\phi)^2$, et donc les deux points de fonctionnement possibles correspondent aux rétentions ϕ_1 et ϕ_2 .

Si $a = a_{\max}$, on a une racine double, avec comme rétention ϕ_e : nous démontrerons plus loin que cette solution correspond à l'engorgement local de la colonne.

En conclusion, à un niveau quelconque de la colonne, on peut avoir, pour les mêmes valeurs des paramètres opératoires, des rétentions très différentes, ϕ_1 , ϕ_2 ou ϕ_e , telles que :

$$0 < \phi_1 < \phi_e < \phi_2 < 1$$

La valeur ϕ_1 correspond au point d'opération habituel d'une colonne, c'est-à-dire un fonctionnement en lit lâche.

La valeur ϕ_2 peut être très voisine de 1, elle correspond à un fonctionnement en lit dense ; on peut donc noter que ce type d'opération est inscrit dans le modèle que nous proposons.

III-2-1-2 - Etude de l'engorgement

La droite $y = a\phi + b$ passe par les trois points remarquables $\{0, b\}$, $\{1, y_1\}$, $\{\phi_0, 0\}$ avec :

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{Qt}{FP.A} \\ y_1 &= \frac{Qc}{FP.A} \\ \phi_0 &= \frac{1}{1 - \frac{Qc}{Qt}} \end{aligned} \right\} \quad (3-13)$$

b , y_1 et ϕ_0 sont des fonctions des paramètres Qt , Qc et FP , mais b ne contient pas Qc , y_1 ne contient pas Qt et ϕ_0 ne contient pas FP .

On peut donc étudier séparément l'influence de ces trois paramètres opératoires : lorsque seul Qc varie, la droite $y = a\phi + b$ pivote autour du point $\{0, b\}$, lorsque seul Qt varie, elle pivote autour du point $\{1, y_1\}$, et lorsque seul FP varie, elle pivote autour du point $\{\phi_0, 0\}$.

- Influence de FP

Si on suppose les débits Qc et Qt fixés, on peut remarquer que lorsqu'on augmente FP , la rétention ϕ_1 devient de plus en plus petite et la rétention ϕ_2 de plus en plus grande ; en d'autres termes, quand les gouttes ont des vitesses très grandes, c'est-à-dire ont un diamètre très important, le point d'opération en lit lâche, correspond à une rétention très faible : ceci est un résultat très naturel, mais on observe simultanément qu'il est possible d'obtenir un point d'opération avec une retenue ϕ_2 d'autant plus grande que FP est grand.

Quand on diminue FP , la rétention en lit lâche ϕ_1 augmente, ce qui est encore un comportement habituellement observé sur une colonne, mais la retenue en lit dense ϕ_2 diminue et tend vers ϕ_1 .

A la limite, on trouve un seul point de fonctionnement possible pour la colonne, où ϕ_1 et ϕ_2 sont confondus. Si on diminue FP au delà de ce point, il n'y a plus de fonctionnement possible.

-Influence du débit de phase continue Q_c

Quand on fait varier Q_c , toutes choses égales par ailleurs, la droite $y = a \phi + b$ pivote autour du point $\{0, b\}$.

Quand on augmente Q_c , la rétention en lit lâche ϕ_1 augmente et la rétention en lit dense ϕ_2 diminue ; les deux régimes se confondent au point Q_c et au delà d'une certaine valeur de Q_c , il n'y a plus de fonctionnement possible.

- Influence du débit de phase dispersée

Dans les expressions de a et de b , apparaît le débit de phase dispersée soutirée Q_t . D'une manière générale, Q_t est inférieur au débit admis Q_d , le reste étant entraîné par la phase continue ; si l'entraînement est négligeable, on a bien sûr $Q_t \approx Q_d$. Dans tous les cas, lorsqu'on modifie le débit de phase dispersée, la droite $y = a \phi + b$ pivote autour du point $\{1, y_1\}$. On remarque alors que le débit de phase dispersée exerce une influence comparable au débit de la phase continue.

- Conclusion

L'ensemble de ces observations montre que l'apparition d'une racine double correspond à une limite de fonctionnement que nous interprétons comme une condition d'engorgement local de la colonne.

Cependant, il faut bien remarquer que l'existence d'un point d'engorgement local n'implique pas automatiquement qu'il y ait entraînement de phase dispersée. Enfin, on peut noter que les évolutions de ϕ_1 et ϕ_2 en réponse à des variations de Q_c et Q_d sont tout à fait conformes aux observations expérimentales de PERRUT⁽²⁾ dans son étude du fonctionnement d'une colonne à pulvérisation. (Fig. 1 de l'annexe A-4).

III-2-1-3 - Influence du mélange axial

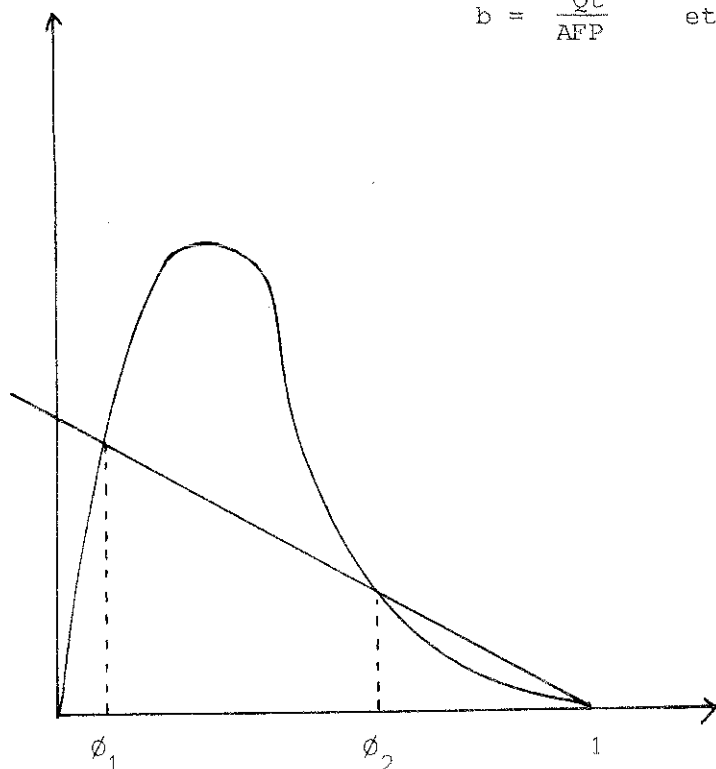
Toutes ces considérations ont été développées en négligeant le mélange axial ; le terme $D \cdot \frac{\partial \phi}{\partial h}$ tend à décaler la droite $y = a\phi + b$ parallèlement à elle-même. Dans la majorité des cas, l'introduction de ce terme ne modifie pas l'allure des racines de l'équation (3-7).

Les résultats expérimentaux de PARK⁽³⁾ permettent de penser que lorsqu'on s'approche des conditions d'engorgement, il se produit une accumulation de phase dispersée en bas de colonne : le gradient de rétention $\frac{\partial \phi}{\partial h}$ devient négatif, et le terme $D \cdot \frac{\partial \phi}{\partial h}$ semble alors de nature à éloigner le point opératoire du point d'engorgement. En d'autres termes le mélange axial tend à s'opposer à l'engorgement de l'installation : ceci explique sans doute pourquoi, PARK obtient des retenues largement supérieures à la retenue à l'engorgement prédite par l'analyse de THORNTON, avec des profils de rétention très accentués. (Fig. 2 de l'annexe A-4).

III-2-2 - ETUDE DU DECANTEUR

Dans cette région de la colonne, $\alpha_c = 0$ et $\alpha_d = 0$, on a donc :

$$\left. \begin{aligned} a &= - \frac{Qt}{AFP} \\ b &= \frac{Qt}{AFP} \end{aligned} \right\} \text{ et donc } a = -b \quad (3-14)$$



Quel que soit le point de fonctionnement, on a alors $\phi_0 = 1$ et la droite $y = a\phi + b$ pivote autour du point fixe $\{1, 0\}$. La courbe $z = \phi(1-\phi)^2$ étant tangente à l'axe des abscisses en ce point, il existe dans le décanteur deux points d'opérations possibles ϕ_1 et ϕ_2 .

Les expériences de PARK⁽⁴⁾ ont montré que si la coalescence des gouttes se faisait mal, il pouvait se développer dans le décanteur un lit dense de phase dispersée. Dans la réalité, il est donc possible d'atteindre les deux

valeurs ϕ_1 et ϕ_2 , éventuellement, de manière simultanée en deux points du décanteur. (Fig. 3 de l'annexe A-4).

III-2-3 - ETUDE DU PIED DE COLONNE

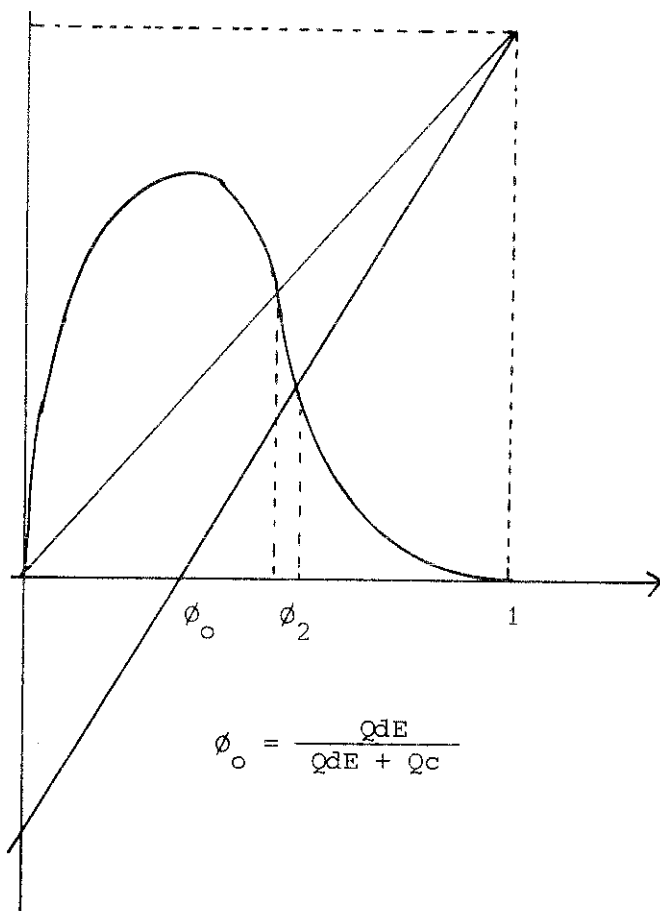
Dans la région située au-dessous du distributeur de phase dispersée, on a :

$$\alpha_c = \alpha_d = 1$$

et :

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{FP} \left\{ \frac{Q_c}{A} + \frac{Q_d}{A} - \frac{Q_t}{A} \right\} \\ b &= \frac{1}{FP} \left\{ \frac{Q_t}{A} - \frac{Q_d}{A} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3-15)$$

Si l'entraînement de phase dispersée n'est pas négligeable, Q_t est inférieur à Q_d et b est négatif. On peut noter également que ϕ_0 est égal à $\frac{Q_{dE}}{Q_c + Q_{dE}}$, où Q_{dE} est le débit de phase dispersée entraînée. On remarque que ϕ_0 est indépendant de la population des gouttes.



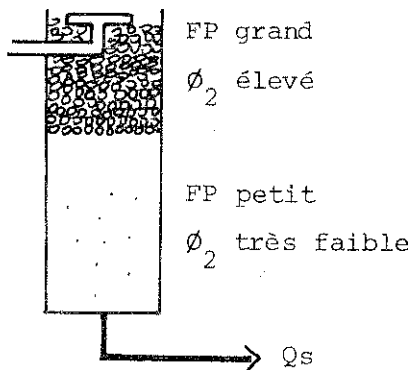
Si l'entraînement de phase dispersée est strictement nul, la droite $y = a\phi + b$ pivote autour du point $\{0,0\}$; on peut donc avoir la racine $\phi_1 = 0$ qui correspond au cas où le désengagement se fait parfaitement : le pied de colonne ne contient que de la phase continue. On peut également avoir une racine de type ϕ_2 .

Si l'entraînement de phase dispersée n'est pas strictement nul, b est négatif et la racine ϕ_1 disparaît. Seule la racine ϕ_2 subsiste. On remarque que ϕ_2 est, dans ce cas, supérieur à ϕ_0 ; si l'entraînement reste très faible ϕ_0 est lui-même très petit.

L'examen du schéma ci-contre montre que la valeur prise par la rétention ϕ_2 dépend de la propriété moyenne de la population des gouttes FP ; si FP est grand, c'est-à-dire si on a des grandes gouttes, ϕ_2 peut devenir très grand; cela signifie qu'on peut avoir un lit dense en pied de colonne;

si FP est petit, la racine ϕ_2 peut devenir très petite, on doit alors observer un lit diffus de fines en pied de colonne.

Les expériences faites par ailleurs sur une colonne pulsée à plateaux perforés ⁽⁵⁾ ont montré que les deux cas pouvaient exister simultanément.



D'un point de vue pratique, on observe alors une séparation assez nette entre la zone où on obtient un lit dense de grosses gouttes et la zone où on obtient un lit diffus de fines : cette observation a été mise à profit pour effectuer un contrôle de l'engorgement de l'installation.

III-2-4 - LIAISON AVEC L'ANALYSE DE THORNTON

Si on ne tient pas compte du terme de mélange axial, et si on suppose que l'entraînement de phase dispersée est négligeable, l'équation (3-5) devient :

$$\frac{Q_d}{A\phi} + \frac{Q_c}{A(1-\phi)} = (1-\phi) FP \quad (3-16)$$

On retrouve l'expression classique de THORNTON et on remarque que FP n'est autre que la vitesse caractéristique définie par cet auteur.

Dans des conditions de fonctionnement loin de l'engorgement, plusieurs auteurs ^(6, 7) ont observé que la vitesse caractéristique était indépendante des débits et de la rétention. Ils ont alors cherché à corrélérer FP avec les propriétés physico-chimiques du système, à la géométrie de la colonne et aux conditions d'agitation. Les relations obtenues ont en fait été utilisées pour décrire le fonctionnement de la colonne jusqu'au point d'engorgement. Il faut remarquer que FP est une caractéristique moyenne de la distribution des tailles de gouttes et cette démarche suppose que la population des gouttes est entièrement contrôlée par la rupture. En fait, dans le cas général et surtout au voisinage de l'engorgement, FP dépend à la fois de la rétention et des débits de phase dispersée et de phase continue. Il ne nous paraît donc pas réaliste de vouloir conférer à FP un caractère d'indépendance. On peut également retrouver l'analyse de THORNTON sur le point d'engorgement, en écrivant la condition de tangence entre la droite $y = a\phi + b$ et la courbe $z = \phi(1-\phi)^2$.

L'équation (3-7) se simplifie en :

$$\frac{Q_d}{A} + \left(\frac{Q_c}{A} - \frac{Q_d}{A} \right) \phi = FP \cdot \phi \cdot (1-\phi)^2 \quad (3-17)$$

La condition de tangence s'exprime par :

$$\frac{Q_c}{A} - \frac{Q_d}{A} = FP (1-\phi) \cdot (1-3\phi) \quad (3-18)$$

les deux équations permettent de retrouver la relation bien connue :

$$(3-19) \quad \frac{Q_c}{Q_d} = \frac{(1 - \phi_e) (1 - 2 \phi_e)}{2 \phi_e^2} \quad \text{ou, sous forme symétrique :}$$

$$(3-19 \text{ bis}) \quad \phi_e = \frac{-3 + \sqrt{9 + 4 \left(\frac{Q_d}{Q_c} - 1 \right)}}{2 \left(\frac{Q_c}{Q_d} - 1 \right)} \quad \text{qui permet de conclure que}$$

ϕ_e ne dépend que du rapport des débits admis.

L'analyse de THORNTON apparaît donc comme un cas particulier du modèle général que nous proposons.

III-2-5 - CONCLUSIONS

La simplification du modèle permet d'établir une relation entre ϕ , FP et $\frac{\partial \phi}{\partial h}$ à tout niveau de la colonne. L'étude de cette relation permet de démontrer qu'on peut avoir plusieurs états du lit, et d'obtenir des informations utiles sur le fonctionnement de la colonne. Cette simplification permet également de faire le lien avec l'analyse hydrodynamique de THORNTON toujours couramment utilisée de nos jours⁽⁸⁾ dont elle met en exergue les limitations.

Par contre, cette relation ne dit absolument pas comment s'établit la population à un niveau donné de la colonne, et tous les essais effectués pour calculer simultanément FP, ϕ et $\frac{\partial \phi}{\partial h}$ à partir de versions simplifiées du modèle n'ont pu aboutir.

Nous avons donc choisi d'utiliser la version intégrale du modèle pour étudier complètement le fonctionnement d'une colonne.

- CHAPITRE III -

BIBLIOGRAPHIE

- 1 - THORNTON J.D. - Chem. Eng. Sci., 5, 201 (1956)
 - 2 - PERRUT M. - Thèse de Doctorat ès Sciences Physiques, Mars 1972, Université de Nancy I, p. 23 (fig. 11)
 - 3 - PARK H.H. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Juin 1980, I.N.P. Toulouse, p. 19, fig. III-2
 - 4 - PARK H.H. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Juin 1980, I.N.P. Toulouse, p. 18, fig. III-1
 - 5 - CASAMATTA G., CARRIER J., MURATET G. - Rapport de fin de contrat D.G.R.S.T., n° 77 7 0889, Juillet 1980
 - 6 - KUNG E.Y., BECKMANN R.B. - A.I.Ch.E. Journal, 7, 319 (1961)
 - 7 - LOGSDAIL D.H., THORNTON J.D., PRATT H.R.C. - Trans. I. Chem. E., 35, 301 (1957)
 - 8 - HAFEZ M.M., BAIRD M.H.I., NIRDOSH I. - Proceedings of Isec'80, 1, 80-41 (1980)
-

- C H A P I T R E I V -

SIMULATION DU FONCTIONNEMENT D'UNE COLONNE

IV-1 - INTRODUCTION

IV-2 - ETUDE DES PROFILS DE RETENTION ET DES DIAMETRES MOYENS

IV-3 - ETUDE DES DISTRIBUTIONS DE TAILLES DE GOUTTES

IV-4 - ETUDE DE L'ENGORGEMENT

IV-5 - ETUDE DU PIED DE COLONNE

IV-6 - ETUDE DES LITS DENSES

IV-7 - CONCLUSIONS

IV-1 - INTRODUCTION

Pour effectuer des simulations de caractère réaliste, nous avons utilisé des lois de transport, de rupture et des valeurs du coefficient de mélange axial tirées d'études expérimentales.

Les lois de rupture et de transport ont été validées en utilisant des données expérimentales⁽¹⁾ obtenues dans notre laboratoire sur une colonne pulsée à plateaux perforés. Pour le coefficient de diffusion turbulente, nous avons employé des valeurs déterminées par étude de l'hydrodynamique de la phase continue dans des colonnes de même type⁽²⁾.

Par contre, nous proposons une loi de coalescence très générale, à deux paramètres ajustables, dont nous avons fixé des ordres de grandeur réalistes. Un ajustement plus précis de ces valeurs pourrait être obtenu à l'aide de données expérimentales obtenues dans des domaines de fonctionnement à haute retenue de phase dispersée.

En fait si les coefficients numériques utilisés ont été fixés en faisant référence à des résultats expérimentaux obtenus sur des colonnes pulsées, toutes les lois que nous avons employées (rupture, coalescence, transport), ont un domaine de validité beaucoup plus large et nous pensons que les comportements que nous décrivons dans ce chapitre ont une portée très générale.

IV-1-1 - GEOMETRIE DE LA COLONNE

Très généralement, les résultats obtenus représentent le fonctionnement d'une colonne de 5 cm de diamètre et de 1,38 m de hauteur, comportant entre les distributeurs, 24 compartiments de 5 cm de hauteur (fig. 4-1).

Sur la figure 4-1-a on trouve une représentation schématique de l'installation, et sur la figure 4-1-b la colonne telle qu'elle est décrite dans le modèle. Chaque étage représente un compartiment, c'est-à-dire, soit un élément de hauteur de 5 cm centré sur un plateau, soit un élément de garnissage répétitif.

Conformément à l'analyse théorique, l'interface est supposée avoir un niveau parfaitement déterminé et constitue le sommet de la colonne. La zone de décantation est traduite par un seul étage de 5 cm, dans lequel on ne trouve jamais de terme de rupture ; nous avons conservé dans cet étage la même valeur du coefficient de mélange axial que dans la partie centrale de la colonne.

En pied de colonne, nous avons décidé d'utiliser un coefficient de diffusion turbulente beaucoup plus faible ; en effet, il s'agit d'une zone non garnie et faiblement agitée où les phases circulent librement (d'un point de vue pratique, nous avons utilisé un coefficient de mélange axial égal au dixième de celui décrivant le mélangeage au coeur de la colonne).

Nous avons donc été amené, conformément à l'analyse faite au § II-3-2-2, à décrire le pied de colonne avec une hauteur d'étages plus faible que dans le reste de la colonne ; nous avons arbitrairement choisi d'utiliser 8 étages de 1 cm de hauteur.

Ceci nous a permis de simuler avec une grande précision le fonctionnement de cette zone ; en accord avec des observations expérimentales effectuées par ailleurs⁽³⁾, nous avons pu ainsi établir le rôle prépondérant joué par le pied de colonne.

Nous avons considéré qu'il n'y avait pas de rupture dans les zones de désengagement et que la rupture était uniforme sur tous les étages de la zone générée ; nous avons, enfin, fait l'hypothèse que la coalescence et le transport des gouttes obéissent aux mêmes lois sur toute la colonne.

Nous avons choisi comme système de référence le binaire eau-éther isopropylique dont les propriétés essentielles sont consignées sur le tableau T 4-1.

IV-1-2 - ETUDE DE LA RUPTURE

Toutes les simulations ont été effectuées en utilisant l'expression suivante de la vitesse de rupture :

$$R(d) = kR d^8 \quad (4-1)$$

Pour $\beta(d_o, d)$, nous avons fait l'hypothèse simple que, quel que soit son diamètre, toute goutte cassait en donnant 3 gouttes identiques.

Le choix de ce modèle simple se justifie car il s'est avéré bien adapté pour traduire la rupture dans une colonne expérimentale^(4.) ; on trouvera une discussion détaillée de ces résultats au chapitre V de ce mémoire.

La valeur de kR a été ajustée pour représenter le fonctionnement d'une colonne pulsée où circulerait le binaire eau-éther isopropylique, le produit amplitude fréquence valant 3,0 cm/s.

IV-1-3 - ETUDE DE LA COALESCENCE

Le modèle de coalescence a déjà été décrit au § II-2-5-2 et nous nous bornons à rappeler que seules deux constantes k_{CD} et k_{CE} doivent être estimées : nous avons utilisé des valeurs de k_{CD} comprises entre 10^3 et 10^6 $s^{-1} m^{-3}$ et des valeurs de k_{CE} comprises entre 10^{-3} et 1.

Pour illustrer ces valeurs, on peut dire que $k_{CD} = 10^6 s^{-1} m^{-3}$ correspond environ à un choc conduisant à la coalescence, par seconde, dans un compartiment de 5 cm de hauteur contenant une population monodispersée occupant 10 % du volume de la colonne.

k_{CE} représente la fraction des chocs efficaces, lors des rencontres de gouttes de diamètres différents, dues à la différence de leur vitesse d'ascension dans la colonne.

$k_{CE} = 1$ signifie que tous les chocs sont efficaces.

$k_{CE} = 10^{-3}$ signifie que seul un choc sur mille conduit à la coalescence d'une grande goutte avec la goutte plus petite rattrapée.

Nous avons, en général, choisi des couples de valeurs (k_{CD} , k_{CE}) tel que le terme de coalescence prépondérant était celui dû à la différence de vitesse d'ascension des gouttes en fonction de leur diamètre.

IV-1-4 - ETUDE DU TRANSPORT DES GOUTTES

Nous avons admis que la vitesse relative des gouttes de diamètre d voyageant dans la colonne, pouvait être exprimée par la relation de STRAND et OLNEY⁽⁵⁾ :

$$U_r^*(d) = CR \cdot U_t(d) \quad (4-2)$$

où U_t est la vitesse terminale d'une goutte de diamètre d , voyageant dans un milieu infini stagnant, et CR , un coefficient de resserrement traduisant l'influence de la colonne.

De plus, le modèle a été utilisé en supposant qu'on pouvait employer une relation linéaire entre U_t et le diamètre de la goutte. Les études de PAKDEE PATRAKORN⁽⁶⁾ ont confirmé cette hypothèse ; il a été établi qu'en utilisant la loi de VIGNES pour traduire U_t , le fonctionnement de sa colonne expérimentale était bien traduit si on prenait $CR \approx 0,5$.

En conséquence, pour toutes les simulations présentées dans ce chapitre, nous avons conservé la loi de VIGNES et fixé la valeur $CR = 0,5$.

III-3-1-5 - Etude du mélange axial

Nous avons traduit le mélange axial par un coefficient de diffusion turbulente unique pour la phase continue et toutes les classes de gouttes de la phase dispersée.

C'est une hypothèse bien acceptée aujourd'hui, comme le démontre la récente synthèse proposée par HAFEZ⁽⁷⁾ sur la modélisation des colonnes d'extraction liquide-liquide.

Nous pouvons apporter des informations complémentaires, à partir des résultats qui ont été obtenus depuis de nombreuses années dans notre laboratoire. En 1975, ARKTAYUKTI⁽⁸⁾ et plus récemment KEMANGKORN⁽⁹⁾, puis PARK⁽¹⁰⁾ ont constaté qu'en appliquant le modèle de MIAUCHI⁽¹¹⁾ et en affectant à la phase continue et à la phase dispersée deux coefficients de diffusion turbulente D_c et D_d différents, on observait les comportements schématisés sur la figure 4-2. Quand on augmente l'énergie d'agitation, D_c augmente logiquement, mais D_d diminue, les valeurs de D_d et D_c tendant l'une vers l'autre. Pour interpréter ce résultat, il faut noter que le coefficient D_d du modèle de MIAUCHI traduit à la fois la distribution des temps de séjour liée à la distribution des vitesses des gouttes et le mélange axial lié à l'agitation mécanique des phases. Par ailleurs, on a observé^(12,13) que l'augmentation de la vitesse de pulsation tend à resserrer la distribution des tailles de gouttes. Le coefficient D_d représente donc la superposition de deux phénomènes qui évoluent en sens inverse quand l'agitation augmente ; sa décroissance est liée à l'effet prépondérant du resserrement des distributions de tailles de gouttes. Le fait que D_d tende vers D_c à forte agitation semble indiquer que l'agitation mécanique seule exerce sur la phase dispersée et la phase continue des effets voisins.

Cette conclusion paraît tout à fait logique dans tous les cas où le mélange axial est le fait de tourbillons dont les dimensions sont grandes devant celles des gouttes.

Pour corroborer cette hypothèse, notons que PARK⁽¹⁰⁾ a constaté que la valeur du coefficient de diffusion turbulente D_C obtenue par la technique

des profils de concentration était très voisine de la valeur du coefficient de diffusion hydrodynamique obtenu en traçant la phase continue. Notons, enfin, que LAULAN⁽¹⁴⁾, en étudiant la distribution des temps de séjour des gouttes dans sa colonne à disques et couronnes, a conclu que l'hydrodynamique des gouttes pouvait être traduite par un coefficient de mélange axial voisin du coefficient Δ_c obtenu par PARK.

L'ensemble de ces observations renforce le caractère raisonnable de l'hypothèse faite en prenant un coefficient de mélange axial unique pour les deux phases ; nous pensons de plus, que pour dimensionner une colonne, sa valeur pourra être estimée par une étude de l'hydrodynamique de la phase continue seule.

Pour les simulations présentées ici, nous avons généralement utilisé des valeurs de Δ_c égales à $2.10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ ou $2.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ pour la zone centrale de la colonne.

IV-1-6 - ETUDE DU DISTRIBUTEUR

Nous avons voulu simuler trois cas de fonctionnement du distributeur :

- le distributeur fournit une population monodispersée de diamètre égal à 1 mm (distribution D_0)
- le diamètre moyen de la population d'alimentation est très voisin du précédent ($d_{43} = 1,1 \text{ mm}$) mais les tailles de gouttes sont distribuées entre 0 et 2 mm (distribution D_1)
- le distributeur donne une distribution très élargie avec des gouttes de diamètre compris entre 1 mm et 5 mm (distribution D_2).

Les distributions D_1 et D_2 sont présentées sur la figure 4 - 3.

IV-1-7 - CONDITIONS DES SIMULATIONS

L'étude du modèle hydrodynamique nous a conduit à envisager une grande variété de situations.

Afin de préciser sans ambiguïté les conditions d'une simulation, nous les caractérisons par un numéro de référence codé à quatre caractères (cf Tableau T.4-2^{*}).

^{*} le tableau T 4-2 se trouve en dernière page de l'annexe 3

Les deux premiers caractères du code représentent le couple de débits choisis ; leur signification est explicitée dans le tableau T-4-2-1.

Le troisième caractère est une lettre qui indique les conditions de rupture et de coalescence (cf. Tableau T 4-2-2).

- La rupture correspond à la valeur $k_R = 8,2 \cdot 10^{21}$
- La coalescence moyenne au couple ($k_{CD} = 10^5$, $k_{CE} = 0,1$)
- La coalescence forte au couple ($k_{CD} = 10^6$, $k_{CE} = 1,0$)

Le caractère C a été encadré car il correspond aux conditions nominales de rupture et de coalescence.

Le dernier caractère est un chiffre qui indique les conditions de mélange axial et de distribution des tailles de gouttes fournies au distributeur.

Les distributions D_0 , D_1 et D_2 ont déjà été présentées au paragraphe précédent.

D_1 et D_2 sont les valeurs du coefficient de mélange axial entre les points d'alimentation ; D_1 vaut $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ et D_2 , $2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$. Les conditions nominales de fonctionnement ont été encadrées.

IV-2 - ETUDE DES PROFILS DE RETENTION ET DES DIAMETRES MOYENS

Pour comprendre le fonctionnement des colonnes dans lesquelles une circulation à contre-courant est réalisée entre une phase dispersée et une phase continue, il nous est paru important d'effectuer une étude détaillée de l'établissement le long de la colonne des profils de rétention et des distributions de tailles de gouttes.

Les études antérieures portant sur ce type de colonne⁽¹⁵⁾ sont en général basées, explicitement ou non, sur une hypothèse selon laquelle les caractéristiques du lit de phase dispersée sont constantes le long de la colonne. Seuls les travaux très récents de JIRICNY⁽¹⁶⁾ se sont préoccupés de mettre en évidence les hétérogénéités de propriété le long des colonnes.

Il est bien établi que l'hypothèse de l'homogénéité a été vérifiée expérimentalement dans un certain nombre de cas^(17,18) : on peut noter que ce résultat est toujours obtenu dans des conditions opératoires qui donnent des

retenues de phase dispersée peu élevées. Au contraire, on trouve des références mentionnant l'existence de gradients de rétention importants⁽¹⁹⁾ ; dans notre laboratoire, en particulier, des études récentes permettent de penser que leur apparition correspond à des domaines de fonctionnement très normaux de la colonne^(3,20).

Nous avons pensé qu'il était important d'étudier ces phénomènes dans une large gamme de conditions opératoires et jusqu'à la frontière de l'engorgement ; en effet, dans une étude portant sur le contrôle optimal d'une colonne pulsée⁽³⁾, nous avons remarqué que l'efficacité pouvait être maximale au voisinage du point d'engorgement ; nous avons rejoint en cela les observations effectuées par de nombreux industriels⁽²¹⁾.

Nos résultats sont présentés suivant une progression : nous décrivons tout d'abord la formation d'un lit de phase dispersée, en l'absence de rupture et de coalescence, en simulant un comportement qui pourrait être celui d'un système solide-liquide. Puis nous introduisons les effets de la rupture et de la coalescence. L'étude de la rupture seule ne prétend pas décrire un cas habituel de fonctionnement, mais a pour but de mettre en exergue l'influence propre de la rupture sur l'hydrodynamique de la phase dispersée. En superposant alors rupture et coalescence, nous pouvons mettre en évidence le rôle de ce dernier processus.

IV-2-1 - ETUDE SANS RUPTURE NI COALESCENCE

Nous avons étudié l'établissement du lit de phase dispersée en observant les profils de rétention et de diamètre moyen des populations de gouttes le long de la colonne.

Nous avons opéré à débit de phase continue constant $Q_c = 40$ l/h et nous avons fait varier les autres paramètres de la manière suivante :

- débit de phase dispersée $Q_d = 5, 10, 15, 20, 25, 30$ l/h
- distribution formée par le distributeur D_0 ou D_1 (cf. Tableau T 4-2)
- coefficient de mélange axial \mathcal{D}_1 ou \mathcal{D}_2 (cf. Tableau T 4-2)

L'essentiel des simulations a été effectué avec la colonne de 1,38 m de hauteur totale ; nous avons repris certaines expériences avec une colonne

ayant des sections de désengagement identiques, mais ayant une hauteur totale de 4,38 m.

IV-2-1-1 - Influence de la charge et du distributeur

Pour interpréter les résultats de cette étude, nous avons tracé les profils de rétention et de diamètre moyen des gouttes pour chaque condition opératoire (fig. 4-4 à 4-9). Chaque figure correspond à un débit de phase dispersée différent ; sur une même figure, on trouve les résultats obtenus pour les différentes conditions de mélange axial et de distribution initiale étudiées.

Examinons dans un premier temps le cas d'une population de gouttes distribuée (population D_1), avec un mélange axial relativement intense (coefficient D_1). A faible débit de phase dispersée, le profil de rétention* présente une lente décroissance depuis le distributeur vers la tête de colonne. Ce phénomène s'accroît quand on augmente le débit de phase dispersée. A titre d'exemple, pour $Q_d = 30$ l/h, on passe de 50 % au distributeur à 15 % en tête de colonne ; on note que l'entraînement de phase dispersée est alors important, soit $Q_{de} = 6,8$ l/h.

L'examen du diamètre moyen de la population des gouttes montre que celui-ci est toujours en-dessous du diamètre moyen des gouttes formées au distributeur. Ceci s'explique par la variation des vitesses de gouttes avec leur diamètre : les plus grosses sont les plus rapides, elles séjournent moins longtemps dans la colonne. On constate également que le diamètre moyen croît légèrement du distributeur vers la tête de colonne : il y a donc une accumulation de petites gouttes au niveau du distributeur, ce qui explique le profil de rétention. On retrouve là les indications de JIRICNY⁽¹⁶⁾. Sous le distributeur, le diamètre moyen décroît rapidement : il y a dans cette zone une accumulation de fines.

Dans le cas d'une population monodispersée (population D_0), le profil de retenue** est pratiquement plat à faible débit de phase dispersée ; cependant, quand on augmente Q_d , on s'aperçoit que le taux de rétention décroît de plus en plus fortement du distributeur vers la tête de colonne. Ce résultat est a priori surprenant ; il montre que l'accumulation de la phase dispersée autour du distributeur n'est pas imputable uniquement à la présence de fines.

* Courbes notées A2

** Courbes notées A1

Pour interpréter ce comportement, il est nécessaire de reprendre l'étude de la rétention du paragraphe III-2-1, dans le cas où on néglige le mélange axial.

Les calculs donnent :

$$FP = 2,32 \text{ cm/s} \quad y_1 = 0,233$$

on en déduit la valeur maximale de b pour que l'on ait une racine en ϕ , soit $b_{\max} = 0,11$.

En négligeant l'entraînement de phase dispersée, on en déduit que le débit maximum admissible de phase dispersée est de 18,33 l/h. Or la simulation indique qu'on peut atteindre 25 l/h avec un entraînement ne dépassant pas 0.1 l/h. L'existence d'un tel point de fonctionnement ne peut s'expliquer que si on prend en compte l'influence du terme $\Delta \cdot \frac{\partial \phi}{\partial h}$. Lorsque la colonne est à la limite de l'engorgement, il se produit une accumulation de phase dispersée dans sa partie basse : ceci entraîne l'existence d'un gradient $\frac{\partial \phi}{\partial h}$ négatif. Sous l'action combinée de ce gradient et de l'agitation mécanique, il apparaît alors un deuxième mécanisme de transport de la phase dispersée qui complète le déplacement des gouttes sous l'effet de leur vitesse relative. Cette analyse rend bien compte de l'existence de très forts gradients de rétention à partir de $Qd = 20$ l/h. On peut noter également que la décroissance du profil de rétention, même pour des débits inférieurs à 18,33 l/h, indique que le mélange axial joue déjà un rôle au-dessous des conditions d'engorgement.

Sur la figure 4-10 nous avons porté l'évolution du débit de phase dispersée entraînée en fonction du débit de phase dispersée admise. Deux cas sont traités, le cas de la population monodispersée D_0 et le cas de la population d'alimentation distribuée D_1 . Avec une population monodispersée, on peut définir un critère d'engorgement très précis, tel que l'entraînement est négligeable jusqu'au point d'engorgement : on remarque que le mélange axial joue un rôle considérable, puisque le débit admissible passe de 18,3 l/h à presque 30 l/h.

La comparaison avec la population D_1 montre qu'en ramenant une population à une valeur moyenne, le débit de phase dispersée entraînée est de plus en plus sousestimé lorsqu'on augmente la charge.

Avec une population distribuée, l'entraînement de phase dispersée augmente progressivement avec la charge, sans seuil.

On peut penser que ce comportement est dû à l'engorgement successif de chaque classe de gouttes, depuis les petits diamètres jusqu'aux plus grands.

On peut donc conclure de cette étude que l'analyse de THORNTON, en ne prenant pas en compte le mélange axial ne permet pas de prédire les conditions d'engorgement, même dans le cas d'une population monodispersée. De plus, en négligeant l'entraînement de phase dispersée jusqu'au point d'engorgement, cette analyse s'appuie sur l'hypothèse implicite que la population des gouttes est monodispersée.

Dans la réalité, les populations sont en général distribuées et le comportement vrai du lit de phase dispersée est beaucoup plus complexe ; en particulier, il est certainement très difficile de définir un critère pratique d'engorgement.

IV-2-1-2 - Influence du mélange axial

La comparaison des courbes Q_{1A2} et Q_{1A3} (fig. 4-4) et des courbes Q_{1A2} et Q_{6A3} (fig. 4-9) permet de confirmer le rôle du mélange axial.

Pour $Q_d = 5$ l/h (fig. 4-4), on constate que toutes choses égales par ailleurs, diminuer le mélange axial tend à augmenter la retenue de phase dispersée et le gradient de rétention.

Pour $Q_d = 30$ l/h (fig. 4-9), le gradient de rétention reste très important, mais apparaît beaucoup plus localisé au voisinage du plateau d'alimentation en phase dispersée, la rétention au niveau de ce plateau n'est pas augmentée, mais l'entraînement de phase dispersée est accru.

Ces résultats corroborent l'hypothèse selon laquelle le mélange axial tend à favoriser l'écoulement de la phase dispersée.

Avec un coefficient de diffusion plus faible, la circulation de phase dispersée due au terme $D \cdot \frac{\partial \phi}{\partial h}$ se fait plus mal ; dans la région où l'écoulement de cette phase est difficile, il se crée un gradient de rétention très important qui tend à compenser la valeur de D ; néanmoins, cette compensation n'est que partielle et l'entraînement de phase dispersée s'avère plus important.

IV-2-1 -3 - Influence de la longueur de la colonne

L'étude précédente permet de penser que, toutes choses égales par ailleurs, si on augmente la hauteur de la colonne, on doit augmenter le nombre de PECLET, réduire l'influence du mélange axial et, donc observer un effet comparable à celui obtenu en diminuant la valeur du coefficient de diffusion turbulente. Cette hypothèse a été confirmée, en simulant l'établissement du lit de phase dispersée, avec un des points opératoires précédents, dans une colonne très longue ($H = 4,38 \text{ m/s}$).

Nous avons porté sur la figure 4-11 les profils de rétention, pour la colonne courte et la colonne longue, en fonction de la hauteur adimensionnelle $\frac{h}{H}$: on observe que le gradient de rétention est beaucoup plus important avec une colonne longue, la retenue au niveau de l'alimentation est plus grande et l'entraînement de phase dispersée est pratiquement doublé. Ce résultat permet de mettre en doute l'idée assez communément avancée que les hétérogénéités de propriétés dans une colonne seraient essentiellement rencontrées dans les colonnes courtes où les "effets d'extrémité" auraient plus d'importance.

Nos résultats, ainsi que ceux de JIRIGNY tendent à prouver le contraire, et il est probable que les hétérogénéités des propriétés sont encore plus sensibles dans les colonnes longues.

Ces études ont permis de mettre en évidence les caractères fondamentaux de l'établissement d'un lit de phase dispersée, elles seraient sans doute directement applicables au cas de dispersions solide-liquide.

Dans un contacteur liquide-liquide, on apporte en général une agitation mécanique destinée à casser les gouttes et donc à accroître l'aire d'échange.

Dans le paragraphe suivant, nous proposons d'évaluer l'effet de la rupture sur la formation du lit de phase dispersée.

IV-2-2 - ETUDE AVEC RUPTURE

Nous avons repris les simulations avec $Q_c = 40 \text{ l/h}$ et Q_d variant de 5 l/h à 30 l/h , en introduisant le terme de rupture caractérisé par la constante $K_R = 8,2 \cdot 10^{-21}$; nous avons utilisé le coefficient de diffusion turbulente D_1 et la distribution d'alimentation D_1 ($Q_i B_2$). Les résultats sont présentés sur les figures 4-12 à 4-14, avec la même présentation que dans l'étude sans rupture. Pour un débit de phase dispersée faible, par exemple $Q_d = 5 \text{ l/h}$, les profils de

rétenion avec et sans rupture sont comparables (fig. 4-4 et 4-12). Dès qu'on augmente la charge ($Q_d \geq 10$ l/h) on remarque qu'on obtient des rétentions plus élevées et des gradients de retenue plus marqués qu'en l'absence de rupture.

L'explication de ce comportement est très simple : la rupture tend à diminuer le diamètre moyen des populations et, donc, à faire apparaître plus rapidement les conditions d'engorgement. On peut noter corrolairement que l'entraînement de phase dispersée augmente très vite.

Quel que soit le débit de phase dispersée, on remarque que le profil de diamètre moyen des populations présente un minimum très peu marqué. La rupture, en provoquant l'élimination des plus grosses gouttes, s'oppose à l'effet de ségrégation des populations qui avait été constaté sans rupture. D'un point de vue pratique, on peut considérer que le diamètre moyen est à peu près constant le long de la colonne pour $Q_d \approx 15$ l/h ; ceci permet de constater qu'il est possible d'avoir un fonctionnement avec une population invariante le long de la colonne et, néanmoins, observer un gradient de rétention important.

Les études faites avec rupture et sans rupture ont mis en évidence l'existence de gradients de rétention importants et de profils de distributions de tailles de gouttes. Ceci constitue un caractère fondamental d'une circulation à contre-courant entre une phase dispersée et une phase continue, soumises à un phénomène de mélange axial.

L'hypothèse classique de l'invariance des propriétés du lit le long de la colonne n'est vérifiée que dans certains cas particuliers; dans les conditions de bon fonctionnement d'une colonne, une telle hypothèse a peu de chances d'être vérifiée.

IV-2-3 - ETUDE AVEC RUPTURE ET COALESCENCE

Nous avons été amené à distinguer deux parties dans cette étude. Dans ce paragraphe, on trouvera essentiellement des indications sur l'évolution des profils de rétention et de diamètre moyen pour la section de la colonne comprise entre les alimentations ; plus loin nous verrons dans une étude détaillée des conditions limites de fonctionnement, que la coalescence peut conférer au pied de colonne un rôle particulièrement important.

Pour illustrer le rôle de la coalescence, nous avons regroupé sur la figure 4-15, les profils de rétention et de diamètre moyen pour le même couple de débits $Q_c = 40$ l/h, $Q_d = 30$ l/h (Q_6) et pour différentes conditions de rupture et de coalescence. (Conditions A, B, C, D du tableau T-4-2).

On remarque essentiellement que la coalescence tend à uniformiser la rétention et le diamètre moyen des gouttes le long de la colonne. On note également que le diamètre moyen qui est inférieur au diamètre moyen d'alimentation dans le cas de la rupture seule, peut devenir beaucoup plus grand lorsque la coalescence agit. D'autre part, la coalescence a pour effet de diminuer considérablement le débit de phase dispersée entraîné : celui-ci décroît de 15,2 l/h à 0,045 l/h (coalescence moyenne) à $8,2 \cdot 10^{-3}$ l/h (coalescence forte).

La coalescence est particulièrement intense dans les zones de forte accumulation de phase dispersée ; elle tend à augmenter le diamètre moyen des gouttes et à réduire la rétention. Son action est donc d'homogénéiser la retenue de phase dispersée le long de la colonne. Avec une coalescence très forte le mécanisme se confirme et on remarque simultanément que la valeur moyenne de la rétention décroît.

La coalescence semblant retarder l'apparition de l'entraînement de la phase dispersée par la phase continue, nous avons exploré une gamme de débits de phase dispersée beaucoup plus étendue allant de $Q_d = 5$ l/h à $Q_d = 55$ l/h. Les résultats sont présentés sur les figures 4-16 à 4-21, où on trouve les profils de rétention ainsi que les valeurs locales ϕ_e des retenues correspondant à l'engorgement. Cette deuxième information sera exploitée ultérieurement.

L'examen des profils de rétention montre clairement que les forts gradients de retenue sont différés par la coalescence et apparaissent pour des débits de phase dispersée supérieurs à 35 l/h ; on retrouve les profils en S caractéristiques obtenues antérieurement.

On peut donc penser que ces profils sont tout à fait généraux, quelles que soient les conditions de rupture et de coalescence.

IV-2-4 - CONCLUSIONS

L'étude de l'établissement du lit de phase dispersée à travers l'observation des profils de rétention et de diamètre moyen des gouttes a permis d'évaluer le rôle des mécanismes de mélange axial, de rupture et de coalescence. La première conclusion est que chacun de ces processus a un rôle important qui a pu être identifié clairement.

A faible charge, loin des conditions d'engorgement, on obtient une retenue de phase dispersée faible et uniformément respectée dans la colonne : le terme de diffusion $D \cdot \frac{\partial \phi}{\partial h}$ peut alors être négligé.

Lorsqu'on augmente la charge, par exemple à débit de phase continue constant, en accroissant le débit de phase dispersée, on provoque une augmentation de la retenue qui ne s'opère pas de manière uniforme dans la colonne. Même dans le cas d'une population de gouttes monodispersée, il s'établit un gradient de rétention $\frac{\partial \phi}{\partial h}$ appréciable qui grandit quand on s'approche des conditions d'engorgement. Le mélange axial est alors un véritable processus de transport de la phase dispersée et le flux diffusionnel - $D \cdot \frac{\partial \phi}{\partial h}$ prend une importance considérable.

Il ne nous paraît donc pas raisonnable de vouloir prédire les conditions limites de fonctionnement d'une colonne en négligeant le mécanisme de mélange axial. Lorsqu'on fixe les débits d'alimentation et la population fournie par le distributeur, le point d'opération obtenu dépend du diamètre moyen des gouttes en tout point de la colonne.

La rupture et la coalescence, en modifiant ce diamètre moyen, exercent une action considérable sur l'établissement du lit.

La rupture diminue le diamètre moyen des gouttes, permet d'augmenter l'aire d'échange, mais provoque une augmentation de l'entraînement et une diminution de la capacité de l'installation.

La coalescence exerce un effet contraire ; de plus, elle tend à amoindrir l'influence du mélange axial, car son action est intense dans les régions de forte rétention.

On peut tirer un enseignement pratique de la comparaison effectuée à population et à débits d'alimentation constants (fig. 4-15) : suivant que la coalescence est négligeable ou très importante, on peut obtenir des lits de phase dispersée très différents, avec des rétentions variant dans un rapport de 1 à 5 et des gradients de rétention allant de 0 à 80 %/m.

Or, la coalescence est un phénomène très sensible à la présence d'impuretés, solubles ou non, susceptibles de se localiser aux interfaces, au passage d'un soluté à travers la surface des gouttes avec des effets très variables⁽²²⁾ suivant que le transfert s'effectue de la goutte ou vers la goutte ; on peut donc aisément comprendre pourquoi l'hydrodynamique d'une colonne peut être très sensible à l'évolution dans le temps de la pureté du système ou

au sens du transfert de matière^(23, 24). D'autre part, dans la mesure où il n'existe pas de modèles de coalescence prenant en compte l'influence des impuretés et du transfert de matière à travers les interfaces, on conçoit la difficulté qu'il y a à prédire la formation du lit de phase dispersée, même pour un système donné.

IV-3 - ETUDE DES DISTRIBUTIONS DE TAILLES DE GOUTTES

Dans l'étude précédente, nous avons présenté l'établissement du lit de phase dispersée à travers l'examen des rétentions et des diamètres moyens des populations de gouttes. Nous voulons compléter ces résultats, en présentant ici quelques comportements caractéristiques des distributions des tailles de gouttes à des niveaux stratégiques de la colonne. Nous avons porté sur les figures 4-22 et 4-23, les distributions de tailles de gouttes en différents points stratégiques de la colonne, à savoir l'étage situé en pied, l'étage d'alimentation et l'étage situé immédiatement au-dessous, le milieu et la tête de colonne. Ces résultats correspondent à une charge moyenne $Q_c = 40$ l/h, $Q_d = 20$ l/h. Sur la figure 4-22, on trouve les résultats dans le cas où :

- il n'y a ni rupture, ni coalescence (A2)
- il y a rupture et coalescence moyenne (C2)

Sur la figure 4-23, on trouve les résultats dans le cas où :

- la rupture agit seule (B2)
- il y a rupture et coalescence forte (D2)

En l'absence de rupture et de coalescence, on peut mettre en exergue les points suivants : en pied de colonne, on trouve presque exclusivement les fines formées au distributeur, et l'entraînement de phase dispersée est pratiquement entièrement dû à la présence de ces fines ; on remarque une discontinuité de distributions au niveau du distributeur de phase dispersée, puis on peut suivre la ségrégation des gouttes le long de la colonne : le pic à 1 mm s'accroît, les fines disparaissent au profit de gouttes de diamètres supérieur ou égal à 1,5 mm.

Avec le terme de rupture seul, si on retrouve la présence quasi exclusive des fines en pied, on observe que la population des gouttes tend à rester invariante sur toute la colonne, y compris la zone d'alimentation en phase dispersée. La rupture s'oppose à l'effet de ségrégation dû au terme de transport.

Si on ajoute un terme de coalescence moyen, on remarque encore que l'entraînement de phase dispersée est essentiellement le fait de fines ; au voisinage de l'alimentation de phase dispersée, la coalescence a un effet sensible et s'oppose à l'accumulation des gouttes en bas de colonne : on note un déplacement important des populations vers les grands diamètres ; ensuite à partir du milieu de la colonne, la tendance s'inverse et les populations deviennent stables, voire légèrement décroissantes. Ce résultat est dû au fait que la coalescence agit essentiellement dans les régions où la retenue de phase dispersée tend à être importante. Avec une coalescence très forte, les tendances sont amplifiées, puisqu'au niveau de l'alimentation de phase dispersée, on a déjà une population très voisine de celle qu'on trouvera en tête de colonne.

Il est remarquable de noter sur la figure 4-23 que les deux cas où la population des gouttes peut être considérée comme homogène sur toute la colonne, sont les cas extrêmes, rupture seule ou accompagnée d'une coalescence très forte. Dans le premier cas, on obtient un profil de retenue de phase dispersée très accentué et un fort entraînement de fines, dans le deuxième cas, peu de fines même en pied, un profil de rétention très plat et un entraînement de phase dispersée fortement diminué.

L'étude que nous avons présentée a permis d'examiner l'établissement du lit de phase dispersée dans des conditions très variées depuis des charges très faibles jusqu'à la frontière de l'engorgement ; nous avons essayé de montrer comment différents paramètres étudiés interviennent notamment sur l'entraînement de la phase dispersée par la phase continue.

Pour compléter ces résultats, nous voulons proposer, dans le paragraphe suivant, une étude plus détaillée des conditions limites de fonctionnement d'une colonne, pour cela, nous avons effectué simultanément l'étude de l'apparition de points d'engorgement dans la colonne et de l'entraînement de la phase dispersée.

IV-4 - ETUDE DE L'ENGORGEMENT

IV-4-1 - NOTION DE POINT D'ENGORGEMENT

Nous disons que la colonne est localement engorgée quand l'équation (3-7) du paragraphe III-2 présente une racine double. Par ailleurs, pour évaluer la distance à l'engorgement d'un point quelconque de la colonne, nous définissons, en ce point, une rétention à l'engorgement ϕE de la manière suivante : ϕE est

la rétention limite (racine double) qu'on obtiendrait, si, toutes choses égales par ailleurs, on augmentait le débit de la phase continue. En d'autres termes,

Φ_E est obtenue en faisant pivoter la droite $y = a\phi + b$ autour de son ordonnée à l'origine, jusqu'à ce qu'elle soit tangente à la courbe $z = \phi (1 - \phi)^2$.

On appelle a_{\max} la valeur de la pente de cette droite donnant une racine double en ϕ et le critère d'écart à l'engorgement sera en général évalué à l'aide de la valeur $|a - a_{\max}|$. On notera que cette définition de l'engorgement est en partie arbitraire : en effet, il aurait été possible de rechercher le fonctionnement limite en faisant varier un autre paramètre tel que FP ou Qt .

IV-4-2 - EXAMEN DES RETENTIONS

Pour illustrer l'étude des points d'engorgement, nous avons porté sur les figures 4-16 à 4-21 les valeurs locales des rétentions à l'engorgement Φ_E précédemment définies. On trouve également sur les figures 4-24 à 4-27, les résultats similaires obtenus pour $Q_c = 60 \text{ l/h}$ $\{Q_{iC2}\} - i = 1,8$.

On peut faire les mêmes observations pour les deux débits de phase continue. A charge peu élevée, les rétentions dans la colonne sont beaucoup plus faibles que celles qui correspondraient à l'engorgement. Lorsqu'on augmente le débit de phase dispersée, les retentions augmentent et l'écart entre les deux courbes diminue ; le premier point d'engorgement obtenu correspond au plateau d'alimentation, puis le point d'engorgement s'éloigne du distributeur de phase dispersée ; on observe alors simultanément dans la colonne deux zones : dans la première, comprise entre le distributeur de phase dispersée et le niveau où la retenue est égale à la valeur qui correspond à l'engorgement, on obtient des rétentions très largement supérieures à celles qui correspondent à l'engorgement ; dans la deuxième zone, comprise entre l'autre extrémité de la colonne et le point où la retenue est égale à la valeur qui correspond à l'engorgement, on observe des rétentions plus faibles. On peut noter que c'est dans ces conditions qu'on observe les gradients de rétention les plus importants. Ces résultats permettent de conclure que dans une même colonne peuvent exister des points de type ϕ_1 ou ϕ_2 suivant la dénomination du § III-2-1 et que, conformément aux prédictions qui avaient été faites dans ce paragraphe, on peut trouver dans une colonne des rétentions largement supérieures à celle qui correspond à l'engorgement.

On peut alors se demander quelle est la signification pratique du critère d'engorgement que nous avons défini. Pour répondre à cette question, nous avons essayé d'associer entraînement de phase dispersée et existence de points d'engorgement dans la colonne.

IV-4-3 - ENGORGEMENT ET ENTRAÎNEMENT DE LA PHASE DISPERSÉE

Nous avons présenté nos résultats sur les figures 4-28 à 4-31 ; en abscisse nous avons porté le débit de phase dispersée et en ordonnée les grandeurs suivantes :

à droite : le débit de phase dispersée entraînée et la fraction de débit de phase dispersée entraînée

à gauche : nous avons porté, d'une part, la valeur $|a - a_{\max}|_{\min}$ c'est-à-dire la plus petite valeur de cet écart repérée le long de la colonne, d'autre part l'endroit de la colonne où cette valeur est obtenue : ces deux grandeurs permettent de définir un critère d'engorgement et l'endroit de la colonne où il existe un point d'engorgement.

Pour toutes les conditions expérimentées on retrouve des caractéristiques communes : à faible charge, avant qu'aucun point d'engorgement n'apparaisse, le point le plus proche de l'engorgement est le plateau d'alimentation en phase dispersée ; le premier point d'engorgement apparaît à cet endroit, puis la zone engorgée progresse dans la colonne, pour se stabiliser en général aux 2/3 de la colonne à partir du distributeur. Pour associer à ce phénomène l'entraînement de la phase dispersée par la phase continue, il faut distinguer les cas où la coalescence agit ou n'agit pas.

Lorsqu'on n'introduit pas de terme de coalescence, avec ou sans rupture, on observe que l'entraînement de la phase dispersée est appréciable dès qu'il apparaît un point d'engorgement dans la colonne et augmente ensuite progressivement. Comme nous l'avons déjà remarqué, en l'absence de coalescence, il est très difficile de définir un critère d'engorgement pratique et il faudra se fixer simplement un taux d'entraînement admissible qui constituera la frontière du fonctionnement de la colonne.

Par contre, lorsque la coalescence entre gouttes peut exister, on peut noter sur les figures 4-30 et 4-31 qu'il existe un domaine de débits de phase dispersée tel qu'il apparaît un point d'engorgement dans la colonne, alors que l'entraînement de la phase dispersée reste négligeable. Nous appellerons Q_d^0 le débit de phase dispersée correspondant à l'apparition d'un point d'engorgement. Jusqu'à Q_d^0 la fraction de débit de phase dispersée entraînée décroît légèrement quand Q_d augmente. On peut mettre en évidence un deuxième point remarquable sur la courbe liant le débit entraîné au débit de phase dispersée admis : jusqu'à un débit Q_d^* supérieur à Q_d^0 l'entraînement reste négligeable ;

pour Q_d^* , on observe une cassure nette sur la courbe d'entraînement. Au-delà de Q_d^* , l'entraînement augmente très rapidement avec le débit de phase dispersée admis. Nous appellerons Q_d^* le point de charge maximal de la colonne. En conclusion, en l'absence de coalescence, il est difficile de proposer un critère d'engorgement en raison de la progression très régulière de l'entraînement de phase dispersée lorsqu'on augmente la charge ; par contre, avec coalescence, la cassure observée sur la courbe $Q_d E = f(Q_d)$ permet de dire qu'il existe un point de charge maximal. D'un point de vue pratique, il existe un domaine de charges où la colonne peut fonctionner avec, sur une grande hauteur, des rétentions, beaucoup plus élevées que la valeur dite à l'engorgement. Quand on augmente le débit de phase continue, le débit de phase dispersée admissible correspondant au point de charge maximal, Q_d^* , diminue, mais si on ajoute les débits de phase continue et de phase dispersée admissibles, on peut remarquer que les points de fonctionnement que nous venons de décrire correspondent à une charge totale pouvant atteindre $50 \text{ m}^3/\text{h m}^2$ qui est largement supérieure aux valeurs habituellement préconisées.

IV-4-4 - MECANISMES DE FORMATION DU LIT AU VOISINAGE DE L'ENGORGEMENT

Il nous a paru important d'étudier les mécanismes pour lesquels les points de fonctionnement que nous venons de décrire étaient obtenus. Nous avons été amenés à mettre en valeur le comportement du lit de phase dispersée en pied de colonne.

Nous avons repris les résultats des simulations Q_{ic2} et S_{ic2} et nous les avons analysés comme indiqué sur les figures 4-32 à 4-37.

Chaque figure correspond à un étage stratégique, à savoir, le plateau situé sous l'alimentation de phase dispersée, le plateau d'alimentation en phase dispersée et enfin un étage moyen de la colonne. Sur chaque figure, on trouve en encadré l'évolution du diamètre moyen et de la retenue de phase dispersée pour l'étage considéré, et sur la partie inférieure les distributions de tailles de gouttes pour différents débits de phase dispersée, jusqu'à la valeur correspondant au point de charge maximal Q_d^* .

Les observations les plus remarquables sont celles qu'on peut faire pour le plateau situé sous le distributeur (fig. 4-32 et 4-35).

A faible charge, la rétention et le diamètre moyen des populations de gouttes augmentent progressivement lorsqu'on accroît le débit de phase dispersée ; puis, pour la valeur Qd^0 qui correspond à l'apparition d'un point d'engorgement dans la colonne, il y a un changement de pente sur les courbes de rétention et de diamètre moyen : on observe l'apparition d'un lit de phase dispersée sous le distributeur, qui est parfaitement établi pour $Qd = Qd^*$; il s'agit alors d'un lit dense où la coalescence est intense. Si on observe les distributions de tailles de gouttes, on peut remarquer qu'à partir de ce point, le pied de colonne réémet essentiellement de très grosses gouttes qui regagnent la colonne.

C'est grâce à ce mécanisme de formation d'un lit en pied qu'on n'observe aucun entraînement de phase dispersée par la phase continue, alors qu'il existe un point d'engorgement dans la colonne.

Enfin, quand on dépasse le point de charge maximal Qd^* , toutes les propriétés sur l'étage deviennent invariantes : l'excès de phase dispersée introduite est définitivement refusé par la colonne, le lit de phase dispersée se propage jusqu'au pied de l'installation et l'entraînement de phase dispersée apparaît brutalement.

En observant ce qui se passe au niveau du distributeur (fig. 4-33 et 4-36), on peut remarquer les mêmes tendances, cependant, les grandes gouttes réémises par le pied de colonne semblent très rapidement cassées et les distributions de tailles de gouttes subissent des variations plus modérées. Il en est de même au milieu de la colonne (fig. 4-34 et 4-37), les populations de gouttes évoluent très peu lorsqu'on augmente la charge jusqu'à sa valeur maximale. Cette variation, bien que faible, s'accompagne d'une augmentation appréciable de la rétention : l'apparition d'un lit de phase dispersée sous le distributeur provoque un glissement des propriétés du lit sur l'ensemble de la colonne, ce qui permet de différer l'apparition de l'entraînement de la phase dispersée.

Tous ces comportements ont pu être mis en évidence expérimentalement⁽³⁾, en particulier l'existence d'un point de charge maximal, a pu être associée à la formation d'un lit dense de phase dispersée sous le distributeur et nous avons pu vérifier que l'entraînement de phase dispersée restait négligeable jusqu'à ce point.

Cependant, l'observation expérimentale a montré que l'établissement du lit de phase dispersée dans la colonne était instable lorsque le pied de colonne réémettait des gouttes de grandes dimensions. Nous avons observé que ces grosses gouttes ne pouvaient plus être cassées et au contraire, en coalesçant avec les gouttes plus petites rattrapées, donnaient naissance à des trains de très grandes gouttes qui traversaient la colonne rapidement. Après leur passage, le lit de phase dispersée se reconstituait progressivement, et on obtenait un fonctionnement périodique qui a été décrit sous le nom de "transient flooding" (25).

Les simulations n'ont jamais mis en évidence ce phénomène ; nous pensons que cela provient vraisemblablement du fait que la loi de rupture utilisée a été validée pour ce type de colonne, à basse rétention et pour des gouttes de petite taille : lorsque ces deux conditions ne sont pas remplies, cette loi n'est certainement plus valable.

Malgré cette limitation, nous pensons que les simulations effectuées traduisent bien le fonctionnement d'une colonne, et permettent de bien mettre en évidence le rôle joué par le pied de colonne.

IV-4-5 - OPTIMUM DE FONCTIONNEMENT

i=1,12 i=1,8

A l'aide des résultats correspondant aux conditions Q_{iC2} et $SiC2$, nous avons caractérisé le fonctionnement de la colonne par les propriétés moyennes suivantes :

- diamètre moyen des populations de gouttes
- rétention moyenne
- aire spécifique moyenne

Nous avons porté sur les figures 4-38 et 4-39, leur évolution en fonction du débit de phase dispersée

Chaque figure correspond à un débit de phase continue différent ($Q_c = 40$ l/h et $Q_d = 60$ l/h), les autres conditions étant identiques.

On peut remarquer que, malgré l'augmentation du diamètre moyen des populations avec Q_d , l'aire spécifique d'échange augmente jusqu'au point de charge maximal Q_d^* mis en évidence au paragraphe IV-4-3. Comme l'entraînement

de phase dispersée croît rapidement quand on dépasse Q_d^* , le point de charge maximal semble donc correspondre à un point de fonctionnement hydrodynamique optimal de la colonne.

Les considérations du paragraphe IV-4-4 permettent, de plus, de penser que cet optimum peut être détecté par la formation d'un lit dense sous le distributeur. Les études expérimentales d'optimisation du point de fonctionnement d'une colonne⁽²⁶⁾ ont confirmé cette hypothèse et ont permis de confirmer que :

- l'efficacité de l'installation est maximale au point de charge maximal ;
- un contrôle du fonctionnement au voisinage de l'optimum est possible par détection du lit dense sous le distributeur ;

Dans le paragraphe précédent le rôle particulier joué par le pied de colonne a été mis en évidence.

En particulier, on a démontré que les modifications locales à ce niveau de la colonne qui résultent de l'apparition d'un point d'engorgement dans la partie supérieure de l'installation, peuvent entraîner à leur tour, un déplacement du point de fonctionnement sur l'ensemble de la colonne tel que l'écoulement des deux phases peut à nouveau s'établir. On peut alors penser que des modifications sensibles du fonctionnement d'une colonne pourraient être obtenues en modifiant localement des paramètres tels que la distribution initiale des gouttes ou la géométrie du pied de colonne.

Pour évaluer la validité de cette hypothèse, nous avons repris certaines expériences en modifiant d'abord la distribution d'alimentation, puis en simulant un élargissement de section en pied de colonne.

IV-5 - PIED DE COLONNE

IV-5-1 - ROLE DU DISTRIBUTEUR

Nous avons repris les expériences effectuées avec rupture et coalescence moyenne, $Q_c = 40$ l/h, mais en utilisant la distribution à l'alimentation D2 (fig. 4-3), soit Q_{IC4} . Les résultats obtenus ont été superposés aux résultats précédents sur les figures 4-17 à 4-21.

Pour $Q_d = 30$ l/h, (fig. 4-17), la distribution D1 donne un profil de rétention en S, mais très peu marqué ; on peut noter que la distribution D2 permet d'obtenir un profil à maximum, la rétention au niveau du distributeur étant légèrement diminuée.

Pour $Q_d = 40$ l/h (fig. 4-18), on retrouve les profils en S habituels, avec une influence de la distribution initiale qui paraît négligeable.

L'écart entre ces profils s'accroît pour $Q_d = 45$ l/h, puis redevient très faible pour $Q_d = 55$ l/h (fig. 4-19 à 4-21).

Ces résultats montrent que la distribution des gouttes d'alimentation n'a pas une influence très grande sur les profils de rétention.

Dans le domaine des fortes charges, le lit qui s'établit en pied, réémet des grosses gouttes formées à partir des fines refusées par la colonne ; ce mécanisme tend à limiter la sensibilité de la colonne aux variations de distribution dans l'alimentation de phase dispersée.

Une influence plus nette de la distribution des tailles initiales peut être observée si on considère l'engorgement de la colonne et l'entraînement de phase dispersée. Nous avons porté sur la figure 4-40 les données obtenues avec la population décalée D2. En comparant ces résultats avec ceux obtenus dans les mêmes conditions avec la population D1 (fig. 4-30), on peut remarquer les différences suivantes : le plateau d'alimentation en phase dispersée n'est plus le point le plus proche de l'engorgement, celui-ci apparaît plus haut dans la colonne. On peut noter que la plage de débits telle qu'il existe un point d'engorgement dans la colonne et que l'entraînement de phase dispersée reste négligeable est plus importante. Il faut atteindre $Q_d = 55$ l/h pour obtenir la charge maximale de l'installation.

En conclusion, le distributeur de phase dispersée joue un rôle relativement important : le maximum de rétention ne se situe plus au niveau de l'alimentation de phase dispersée, et l'engorgement apparaît plus haut dans la colonne ; d'un point de vue pratique, la capacité de l'installation est sensiblement augmentée.

IV-5-2 - ROLE DE LA GEOMETRIE DU PIED DE COLONNE

Le rôle privilégié joué par le pied de colonne permet de penser également qu'il peut s'avérer très intéressant de modifier sa géométrie.

Nous avons donc choisi de compléter nos études en simulant un élargissement de section conformément au schéma présenté sur la figure 4-41. Nous avons repris les expériences correspondant aux conditions habituelles de rupture et de coalescence et à $Q_c = 40 \text{ l/h}$ (Q_{ic2}).

Nous avons étudié un point de fonctionnement correspondant au cas où il n'y a pas encore apparition d'un lit sous le distributeur ($Q_d = 40 \text{ l/h}$), puis un cas où l'entraînement de phase dispersée était important sous l'élargissement de section ($Q_d = 50 \text{ l/h}$). Les résultats sont présentés sur les figures 4-42 et 4-43. Dans le premier cas, on observe qu'en doublant le diamètre du pied de colonne, on obtient un profil de rétention semblable au précédent, les retenues étant à tous les niveaux supérieures lorsqu'on élargit le pied de colonne. Simultanément, on peut voir que l'entraînement de phase dispersée est divisé par 8 environ ; ces deux résultats semblent indiquer que l'élargissement du pied de section est d'un grand intérêt pratique.

Dans le deuxième cas, en raison des difficultés numériques nous avons dû limiter l'élargissement à $\sqrt{2}$; on peut remarquer que, toutes conditions identiques par ailleurs, on se retrouve à un point de fonctionnement qui est en-dessous du point de charge maximal ; ceci est obtenu au prix d'un gradient de rétention encore accru, avec une retenue au plateau d'alimentation qui est voisine de 100 %. En conclusion, cette étude, bien que sommaire, confirme l'intérêt qu'il peut y avoir à agir localement sur le pied de colonne ; on peut penser qu'il y aurait intérêt à accorder une importance particulière à la conception du pied de colonne, ce paramètre étant plus important sans doute que le distributeur de phase dispersée lui-même.

IV-6 - ETUDE DE LITS DENSES

L'établissement de lits denses correspondant à des retenues de phase dispersée très importantes, (supérieures à 90 %) a été très largement étudiée⁽²⁷⁾ dans les colonnes à pulvérisation, et des espoirs importants ont été fondés sur leur existence. En effet, sans apport d'énergie externe, les lits

denses permettraient d'augmenter considérablement l'aire d'échange et donc l'efficacité des colonnes à pulvérisation. Cependant, leur stabilité a été fortement mise en doute ; en particulier, il semble que la coalescence puisse jouer un rôle important et leur développement a été fortement compromis par l'influence néfaste que le transfert de matière ou la présence d'impuretés jouent sur ce processus.

Nous nous sommes néanmoins intéressé à leur étude de manière à bien démontrer le caractère général de notre approche.

IV-6-1 - CONDITIONS DE L'ETABLISSEMENT DE LITS DENSES

L'étude préalable de la rétention présentée au § III-2, permet de penser que des points de fonctionnement à très forte retenue, donc largement au-dessus de la rétention à l'engorgement peuvent être obtenus dans une colonne, il nous restait à établir les conditions dans lesquelles des retenues supérieures à 90 % pourraient être effectivement décrites à l'aide de notre modèle.

Les études expérimentales sur le sujet ⁽²⁸⁾ avaient permis d'affirmer clairement que pour générer un lit dense, il fallait retarder la coalescence de la phase dispersée à l'interface du décanteur ; on provoquait ainsi une accumulation de la phase dispersée à l'interface du décanteur, qui se propageait progressivement dans la colonne.

Dans le cadre de ces travaux, nous avons simulé cette situation de la manière suivante : dans toutes les études antérieures, nous avons supposé que le passage des gouttes à travers l'interface se faisait sans résistance ; nous n'avons pas introduit de discontinuité sur la vitesse des gouttes à leur arrivée au voisinage immédiat de l'interface, soit :

$$U^*_{d(d)} = U_d(H,d) \quad (4-3)$$

Pour se placer dans les conditions d'une vitesse de coalescence contrôlante nous avons supposé que la vitesse $U^*_{d(d)}$ était inférieure à $U_d(H,d)$ et, en accord avec la pratique expérimentale, nous avons fait l'hypothèse que cette diminution de $U^*_{d(d)}$ pouvait être entière attribuée au ralentissement des gouttes, nous avons donc utilisé une relation du type :

$$U_d^*(d) = Ri \cdot U_d(H,d) \quad \text{avec} \quad 0 < Ri < 1 \quad (4-4)$$

IV-6-2 - FORMATION DU LIT DENSE

Nous avons tout d'abord recherché les valeurs de Ri pour lesquelles on obtenait un lit dense pour trois couples de débits $Q_c = 5$ l/h, $Q_d = 5, 10, 15$ l/h ; nous avons choisi, à dessein, une charge très faible pour bien montrer que les lits denses peuvent apparaître, même si le point de fonctionnement attendu en lit lâche correspond à des retenues de phase dispersée très faible ; nous n'avons pas introduit de terme de rupture pour nous placer dans le cas d'une colonne à pulvérisation et nous avons supposé que la coalescence entre gouttes pouvait être négligée.

Pour chaque couple de débits, nous présentons sur les figures 4-44 à 4-46, les résultats obtenus.

Pour $Q_d = 5$ l/h, même lorsque la vitesse de coalescence à l'interface est égale au 1/10ème de la vitesse d'entrée de la goutte, il n'y a établissement d'un lit dense que sur une distance très courte à partir du décanteur.

Pour $Q_d = 10$ l/h, on peut noter l'établissement progressif du lit quand Ri varie de 0,4 à 0,1, et pour $Q_d = 15$ l/h, on remarque que le lit dense occupe toute la colonne même si $Ri = 0,4$.

Cette étude permet de mettre en évidence la très forte influence du débit de phase dispersée sur l'établissement du lit dense et on peut penser qu'il existe certainement des problèmes très importants liés à la réponse du lit aux fluctuations éventuelles du débit de phase dispersée.

Nous nous sommes donc intéressé à l'étude dynamique de l'établissement des lits denses.

IV-6-3 - DYNAMIQUE

IV-6-3-1 - Créneau sur Q_d

Nous avons considéré une colonne initialement remplie de phase continue, dont l'alimentation Q_d a été ouverte au temps zéro. Après avoir laissé le lit dense s'établir jusqu'au pied de colonne ($t = 2000$ s), on coupe l'alimentation de phase dispersée.

On peut voir sur la figure 4-47 que la progression du lit dense à partir du décanteur est très lente, et le pied de colonne n'est atteint qu'au bout de 20 mn environ ; à titre de comparaison, l'établissement d'un lit de phase dispersée dans les conditions habituelles demande environ 1 à 2 mn. On remarque également que la croissance du lit dense est linéaire au cours du temps. Quand on coupe l'alimentation de phase dispersée, on remarque la réversibilité de la progression du lit et sa remontée dans la colonne.

Sur la figure 4-48 nous avons présenté la même expérience, sous un autre aspect : nous avons porté l'évolution au cours du temps de la retenue, en pied de colonne, au niveau du distributeur de phase dispersée et au milieu de la colonne, quand, après avoir établi le lit dense jusqu'au pied, on coupe le débit de phase dispersée. On peut noter qu'on dispose d'un délai de 100 s environ entre le moment où le lit arrive au plateau d'alimentation et le moment où la colonne est complètement engorgée. Même si on laisse le lit envahir le pied de colonne, on peut remarquer, en coupant le débit de phase dispersée, la réversibilité du phénomène, le dégorgement très rapide du pied, puis la remontée très progressive du lit dans la colonne.

L'étude de la dynamique du lit, en réponse à un créneau sur Qd, permet donc de penser qu'il est possible d'envisager le contrôle du niveau du lit dense par une action de type tout ou rien sur le débit de phase dispersée.

Nous avons également voulu mettre en évidence l'influence que peut exercer la coalescence sur la stabilité des lits denses ; ce point est étudié au paragraphe suivant.

IV-6-3-2 - Echelon sur la coalescence

Nous avons repris l'établissement en temps réel d'un lit dense, sans coalescence, puis, nous avons supposé qu'à un certain moment, une coalescence très faible pouvait intervenir : nous avons imaginé qu'une rencontre sur 100 entre gouttes pouvait, soudain, conduire à une coalescence.

Le résultat obtenu est présenté sur la figure 4-49 : on peut remarquer l'effondrement quasi instantané et simultané du lit en pied et au niveau du distributeur et l'augmentation transitoire de la retenue au milieu de la colonne : le lit est alors composé de très grosses gouttes qui s'élèvent rapidement dans la colonne : on peut s'attendre, ensuite, à ce que l'augmentation

de leur vitesse d'impact à l'interface conduise à terme à une disparition complète du lit dense.

IV-6-4 - CONCLUSIONS

En conclusion, nous pouvons affirmer que les lits denses s'inscrivent naturellement dans notre description de la phase dispersée ; nous avons retrouvé des éléments importants de la dynamique de leur établissement et la possibilité de contrôler leur développement en agissant sur le débit de phase dispersée, et nous avons confirmé l'influence dramatique que peut jouer la coalescence sur leur stabilité.

C'est certainement ce dernier point qui a constitué la faiblesse essentielle des lits denses et qui a compromis leur utilisation industrielle.

IV-7 - CONCLUSIONS

Notre approche de la description hydrodynamique d'une colonne dans laquelle une phase dispersée circule à contre-courant d'une phase continue, nous a permis de décrire l'établissement du lit de phase dispersée dans un domaine de conditions très vaste et nous pouvons inclure dans les applications possibles, les colonnes solide-liquide et les colonnes liquide-liquide avec ou sans dispositif d'agitation.

Les modèles de transport et de rupture utilisés ont été plus spécialement adaptés au cas d'une colonne pulsée à plateaux perforés, mais nous pensons que qualitativement les résultats obtenus ont une généralité beaucoup plus grande.

Nous avons pu décrire des points de fonctionnement très variés, depuis les charges les plus faibles, jusqu'aux conditions d'engorgement, en incluant des comportements considérés jusqu'ici comme marginaux tels que les lits denses. Nous voulons mettre en exergue les conclusions suivantes.

Depuis l'analyse de THORNTON, aucune description de l'engorgement n'avait été proposée. Nous pensons clairement mettre en évidence les limitations de cette analyse et proposer de nouvelles définitions permettant de traduire de manière concrète l'engorgement d'une colonne, nous voulons insister en particulier sur le rôle prépondérant joué par le pied de colonne et la coalescence qui permettent de mettre en évidence l'existence d'un point de charge maximale.

L'utilité de faire fonctionner les colonnes au voisinage des conditions d'engorgement ayant été souvent démontrée, nous pensons qu'il s'agit là d'un élément important de la description du fonctionnement des colonnes d'extraction. Nous voulons également mettre en exergue l'existence intrinsèque de gradients des propriétés le long d'une colonne ; l'élément le plus marquant nous semble être qu'un gradient de rétention peut exister même dans le cas d'une population monodispersée et ne saurait donc être attribué entièrement aux distributions de vitesses des gouttes en fonction de leur diamètre.

Nous avons essayé de préciser la contribution des termes de transport, de mélange axial, de rupture et de coalescence sur cette propriété essentielle. Nous avons également établi que les gradients de rétention sont particulièrement importants lorsqu'on s'approche de l'engorgement d'une colonne et qu'on peut trouver simultanément dans une installation des points avec des rétentions supérieures ou inférieures à la retenue à l'engorgement.

o

o o

- CHAPITRE IV -

BIBLIOGRAPHIE

- 1 - PAKDEE PATRAKORN S. - Thèse de Docteur Ingénieur, Juin 1980, I.N.P., Toulouse
- 2 - KHEMANGKORN V. - Thèse de Docteur 3ème cycle, Décembre 1976, I.N.P., Toulouse, p. 64
- 3 - CASAMATTA G., CARRIER J., MURATET G. - Rapport de fin de contrat D.G.R.S.T. n° 77 7 0889, juillet 1980
- 4 - PAKDEE PATRAKORN S., MURATET G., CASAMATTA G. - Proceedings of Isec'80, 80 231 (1980)
- 5 - STRAND C.P., OLNEY R.B., ACKERMAN G.H. - A.I.Ch.E. Journal, 8 (23), 252 (1962)
- 6 - PAKDEE PATRAKORN S. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Juin 1980, I.N.P. Toulouse, p. 27
- 7 - HAFEZ M.M., BAIRD M.H.I., NIRDOSH I. - Proceedings of Isec'80, 1, 80-41 (1980)
- 8 - ARTAYUKTI W. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Juin 1975, Université P. Sabatier, p. 33 (fig. 19, 24, 25)
- 9 - KHEMANGKORN V. - Thèse de Docteur 3ème cycle, Décembre 1976, I.N.P. Toulouse, p. 59, (fig. 26, 27)
- 10 - PARK H.H. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Juin 1980, I.N.P. Toulouse, p. 36 (fig. IV-4 et IV-5)
- 11 - MIYAUCHI T., VERMEULEN T. - Ind. Engng. Chem. Fund., 2, 113 (1963)
- 12 - PAKDEE PATRAKORN S. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Juin 1980, I.N.P. Toulouse, p. 24, (fig. 13, 14, 15)
- 13 - KHEMANGKORN V. - Thèse de Docteur 3ème Cycle, Décembre 1976, I.N.P. Toulouse, p. 65 (fig. 28)
- 14 - LAULAN A. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Novembre 1980, I.N.P. Toulouse, p. 32.
- 15 - CHARTRES R.H., KORCHINSKY W.J. - Trans. I. Chem. E., 53, 247 (1975)
- 16 - JIRICNY V., KRATKY M., PROCHAZKA J. - Summer School of Varna (1979)
- 17 - CHARTRES R.H., KORCHINSKY W.J. - Trans. I. Chem. E., 56, 91 (1978)
- 18 - KORCHINSKY W.J., CRUZ-PINTO J.J.C. - Proceedings of Isec'80, 80-176 (1980)

- 19 - PROCHAZKA J. - Communication privée, Septembre 1980
- 20 - PARK H.H. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Juin 1980, I.N.P. Toulouse, p. 19, fig. III-2
- 21 - Journée d'Information du 23 Mars 1979, E.I.V.S. Corning, p. 38
- 22 - PERRUT M. - Thèse de Doctorat ès Sciences Physiques, Mars 1972, Université de Nancy I, p. 49 (fig. 36)
- 23 - PARK H.H. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Juin 1980, I.N.P. Toulouse, p. 20, fig. III-3
- 24 - KHEMANGKORN V. - Thèse de 3ème cycle, Décembre 1976, I.N.P. Toulouse, p. 84
- 25 - STRAND M.J., GARKIO K.L. - Canadian J. of Chem. Eng., 53, 680 (1975)
- 26 - CARRIER J. - Thèse de Docteur-Ingénieur en préparation (fig. C-1, C-2, C-3)
- 27 - BAUERLE G.L., ALBERT R.C. - Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., 4, 225(1965)
- 28 - LOUTATY R., VIGNES A. - Chimie et Ind. - Génie Chimique, 101, 231 (1969)
-

- C H A P I T R E V -

ETUDE DU TRANSPORT DES GOUTTES ET DE LEUR RUPTURE
DANS UNE COLONNE FONCTIONNANT A FAIBLE TAUX DE RETENTION

V-1 - INTRODUCTION

V-2 - DISPOSITIF EXPERIMENTAL

V-3 - ADAPTATION DU MODELE

V-4 - PRINCIPAUX RESULTATS

V-5 - CONCLUSIONS

V-1 - INTRODUCTION

Le comportement de la phase dispersée est une source constante de difficultés dans la conception, voire le fonctionnement d'une colonne d'extraction liquide-liquide. Il a été démontré⁽¹⁾, en particulier, que la distribution des tailles de gouttes est un facteur important de l'efficacité et des nombreuses tentatives ont été faites dans le but de prédire une distribution moyenne dans la colonne.

Nous ne pensons pas que celle-ci puisse être prédite directement et les résultats présentés au chapitre précédent montrent clairement que la distribution des tailles de gouttes est le résultat des trois mécanismes : transport, rupture et coalescence. Plus encore, en se fixant des lois pour ces trois phénomènes, on a pu établir que la formation du lit de phase dispersée conduit, en général, à observer des gradients significatifs des distributions des tailles de gouttes et de la rétention d'une extrémité à l'autre de l'installation.

On peut penser, alors, que loin d'essayer de prédire directement une distribution des tailles de gouttes, on aura avantage à étudier le transport, la rupture et la coalescence des gouttes dans les contacteurs usuels de l'extraction liquide-liquide.

Nous retrouvons là des conclusions qui avaient été déjà tirées dans le cas d'études portant sur l'extraction dans des mélangeurs-décanteurs^(2,3). Il y a donc un champ de recherches important visant à la conception de dispositifs expérimentaux permettant à l'échelle du laboratoire d'étudier ces phénomènes.

Cependant, dans le cas où on peut négliger la coalescence, nous avons voulu démontrer qu'à partir des résultats expérimentaux obtenus sur une colonne d'extraction liquide-liquide, il était possible de valider des lois simples de transport et de rupture.

D'un point de vue pratique, nous avons utilisé les données obtenues par S. PAKDEE PATRAKHORN⁽⁴⁾ sur une colonne pulsée à plateaux perforés fonctionnant à faible taux de rétention ; en nous appuyant sur l'examen des profils de

distribution des tailles de gouttes et de rétention, nous avons cherché à valider les lois de rupture et de transport présentées aux chapitres II et IV et nous avons identifié leurs paramètres.

V-2 - DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Les dispositifs expérimentaux ont été décrits de manière détaillée dans la thèse de PAKDEE PATRAKHORN et nous rappellerons simplement ici les éléments principaux. Les mesures ont été faites dans une colonne de 1 m de haut et de 5 cm de diamètre. Les plateaux perforés délimitaient 20 compartiments de 5 cm de hauteur. La phase continue était de l'eau et la phase dispersée du tétrachlorure de carbone (CCl_4) ; les débits étaient respectivement :

$$Q_c = 40 \text{ l/h}$$

$$Q_d = 1,1 \text{ l/h}$$

Nous avons validé les lois de transport et de rupture dans la gamme d'amplitude et de fréquence de pulsation :

$$2,334 \text{ cm/s} < AF < 4,0 \text{ cm/s}$$

Pour cela nous avons disposé des distributions de tailles de gouttes et des rétentions expérimentales sur les compartiments 2, 3, 6, 10, 14 et 18. Les distributions de tailles de gouttes ont été déterminées par une technique photographique. Pour éliminer complètement la coalescence, les expériences ont été faites à des retenues de phase dispersée très faibles et toujours inférieures à 1 %. Ceci a nécessité la mise au point d'une technique de mesure particulière de la retenue.

V-3 - ADAPTATION DU MODELE

V-3-1 - DISCRETISATION ET TRAITEMENT DES EQUATIONS

Pour représenter au mieux l'installation expérimentale, le modèle a été discrétisé conformément à la figure 5-1.

Avec les conditions de fonctionnement choisies, l'entraînement de phase dispersée est toujours demeuré négligeable, et le pied de colonne ne joue aucun rôle. L'observation des distributions de tailles de gouttes expérimentales, nous a conduit à traduire cette grandeur à l'aide de 7 classes de gouttes équidistantes, soit :

Classe	1	2	3	4	5	6	7
d mm	0,302	0,657	1,01	1,37	1,72	2,08	2,43 ₅

Ne disposant pas de données sur la distribution des gouttes dans l'alimentation de phase dispersée, nous l'avons considérée comme une variable du calcul et nous avons imposé la distribution des tailles de gouttes dans l'étage N° 2 : nous l'avons prise identique à la distribution expérimentale déterminée dans le même étage. Ceci a conduit à apporter au programme de calcul quelques modifications mineures.

Pour chaque condition opératoire, nous avons comparé les distributions des tailles de gouttes et les rétentions en régime stationnaire. Les valeurs simulées ont été obtenues en intégrant les équations dynamiques jusqu'à ce que l'influence du temps apparaisse négligeable.

V-3-2 - TERMES DE TRANSPORT, RUPTURE, COALESCENCE ET MELANGE AXIAL

Le modèle a été utilisé en éliminant les termes de production liés à la coalescence. Le transport des gouttes est traduit dans le modèle général par les équations (2-5) et (4-2).

Dans le domaine de diamètres où elle est linéaire, la loi de VIGNES⁽⁵⁾ peut être écrite sous la forme :

$$U_t(d) = k \cdot d \quad (5-1)$$

soit alors :

$$U_r^*(d) = CR \cdot k \cdot d \quad (5-2)$$

Nous avons posé :

$$K = CR \cdot k \quad (5-3)$$

K représente la constante de vitesse d'une goutte voyageant dans la colonne ; nous avons considéré que K était un paramètre ajustable.

La rupture doit être traduite par les deux lois $R(d)$ et $\beta(d_0, d)$ définies au paragraphe II-2-5-1.

Pour la vitesse de rupture $R(d)$, nous avons testé deux types de lois :

$$\star R(d) = kR \left\{ \frac{d}{d_{\max \text{ st}}} - 1 \right\} \quad (5-4)$$

où $d_{\max \text{ st}}$ est le diamètre maximum stable d'une goutte imposé par les conditions hydrodynamiques dans la colonne⁽⁶⁾.

Un ordre de grandeur de $d_{\max \text{ st}}$ a été obtenu à l'aide des distributions de tailles de gouttes expérimentales ; nous avons utilisé différentes valeurs de $d_{\max \text{ st}}$ voisines de la valeur estimée et conservé kR comme paramètre ajustable

$$\star R(d) = kR \cdot d^\alpha \quad (5-5)$$

nous avons employé des valeurs entières de α , arbitrairement choisies dans le domaine $\alpha \in [1, 9]$; kR demeure un paramètre ajustable.

Pour la loi de distribution des gouttes formées par rupture $\beta(d_0, d)$ nous avons également testé deux types de lois.

Nous avons d'abord fait l'hypothèse que toute goutte cassait en donnant deux gouttes de même diamètre et une fine, puis ng gouttes de même diamètre.

Dans le premier cas, $\beta(d_0, d)$ n'introduisant aucun paramètre ajustable, et, dans le deuxième cas, le seul paramètre ng .

Une estimation grossière du coefficient de diffusion turbulente \mathcal{D} a été faite en utilisant des études antérieures sur le mélange axial pour une colonne du même type⁽⁵⁾.

Nous avons noté qu'en prenant pour la phase dispersée, un coefficient de diffusion turbulente égal à \mathcal{D}_c , même pour les plus petites gouttes, les nombres de PECLET de la phase dispersée étaient toujours supérieurs à 30. Aussi, et en accord avec les conclusions de CHARTRES⁽¹⁾, nous avons fait l'hypothèse que le mélange axial de la phase dispersée, n'était pas significatif devant le mélange en avant subi par cette phase du fait des distributions de tailles de gouttes.

En conséquence, nous avons pensé que cette estimation rapide de \mathcal{D} était suffisante.

V-3-3 - COMPARAISON ENTRE THEORIE ET EXPERIENCE

Pour chaque jeu de paramètres K , kR , α (ou $d_{\max st}$) et ng , nous avons calculé les profils de distribution des tailles de gouttes et de rétentions théoriques. Le modèle comporte globalement 4 paramètres ajustables ; pour chaque valeur de $d_{\max st}$ voisine de l'estimation expérimentale ou pour chaque valeur de $\alpha \in [1,9]$, nous avons identifié les 3 paramètres K , kR et ng , à l'aide de la méthode d'identification paramétrique mise au point par MURATET⁽⁷⁾.

Le critère d'écart entre données expérimentales et théoriques a été exprimé par deux équations différentes.

$$C^* = \sum_{\substack{i=3,6,10 \\ 14,18}} \sum_{j=1}^{NT} \{p_{ij}^{ex} - p_{ij}^{th}\}^2 \quad (5-6)$$

ou :

$$C^* = \sum_{\substack{i=3,6,10 \\ 14,18}} \sum_{j=1}^{NT} \{p_{ij}^{*ex} - p_{ij}^{*th}\}^2 + EF^2 \cdot \sum_{\substack{i=3,6,10 \\ 14,18}} (\phi_i^{ex} - \phi_i^{th})^2 \quad (5-7)$$

Les deux critères d'écart ont une signification voisine, puisque $p_{ij} = p_{ij}^* \cdot \phi_i$. Cependant, la forme (5-7) permet de donner des poids séparés aux rétentions et aux distributions de taille de gouttes par l'intermédiaire du facteur EF .

V-4 - PRINCIPAUX RESULTATS

En prenant les résultats correspondant au produit amplitude-fréquence moyen $AF = 3,334 \text{ cm/s}$, nous avons d'abord effectué le choix d'un modèle de rupture convenable ; puis nous avons cherché à corrélérer les paramètres de ce modèle avec l'intensité d'agitation dans la colonne, en utilisant l'ensemble des données expérimentales disponibles, soit :

$$2,334 \text{ cm/s} < AF < 4,0 \text{ cm/s}$$

$$V-4-1 - \text{ETUDE DE LA LOI } R(d) = kR \left(\frac{d}{d_{\max \text{ st}}} - 1 \right)$$

V-4-1-1 - Estimation expérimentale de $d_{\max \text{ st}}$

Sur la figure 5-2, nous avons porté l'évolution du diamètre maximal observé sur les populations le long de la colonne, pour les différentes conditions expérimentales disponibles.

Pour chaque condition opératoire, le diamètre maximal observé décroît quand on s'éloigne du distributeur de phase dispersée, puis tend vers une limite dans les étages supérieurs de la colonne. On peut penser que le diamètre maximum stable peut être obtenu en recherchant l'asymptote des courbes $d_{\max \text{ observé}} = f(h)$; en effet, il est probable que pour une longueur infinie de colonne, toutes les gouttes de diamètre supérieur à $d_{\max \text{ st}}$ auront disparu. On peut remarquer que le $d_{\max \text{ st}}$ ainsi déterminé, décroît quand on augmente l'intensité d'agitation, mais que les valeurs semblent converger lorsque AF devient plus grand que 3,334 cm/s.

Notons enfin que pour AF = 3,334 cm/s, $d_{\max \text{ st}}$ est voisin de 1,35 mm.

V-4-1-2 - Validation du modèle

Dans un premier temps, nous avons voulu limiter le nombre de paramètres ajustables dans le modèle de rupture et nous avons fait l'hypothèse que toute goutte cassait en donnant deux gouttes identiques et une fine.

Nous avons alors obtenu un très mauvais lissage des résultats expérimentaux. L'analyse détaillée de cet échec a permis de constater que la fine jouait un rôle négligeable et qu'en fixant à deux le nombre de gouttes filles les plus petites gouttes formées par rupture ont un diamètre égal à :

$\frac{d_{\max \text{ st}}}{3\sqrt{2}}$. Cette limitation est incompatible avec les distributions expérimentales.

Nous avons envisagé de diminuer $d_{\max \text{ st}}$, mais nous avons conclu que pour obtenir une amélioration sensible du lissage, il fallait utiliser des valeurs de $d_{\max \text{ st}}$ inférieures à 1 mm, ce qui est en complet désaccord avec l'estimation expérimentale de ce paramètre.

Nous avons donc pensé qu'il était surtout important de modifier la loi $\beta(d_0, d)$ en augmentant le nombre de gouttes formées par rupture. En raison du rôle mineur joué par les fines, nous avons supprimé ces dernières et nous avons fait l'hypothèse simple que la rupture donnait ng gouttes de même diamètre.

Nous avons repris l'identification pour différentes valeurs de $d_{\max \text{ st}}$ comprises entre 1 mm et 1,35 mm, en ajoutant le paramètre ajustable ng ; ng a toujours été initialisé à 3.

Sur le tableau 5-1, nous avons porté les résultats de l'identification pour différentes valeurs de $d_{\max \text{ st}}$, suivant la forme choisie pour le critère C^* . Quelle que soit la forme du critère, les résultats sont assez voisins, le meilleur résultat étant obtenu pour $d_{\max \text{ st}} \sim 1,3$ mm, ce qui est conforme à l'estimation expérimentale de ce paramètre.

On peut noter cependant qu'avec le critère (5-6), il existe un certain couplage entre les termes de transport et de rupture, la valeur de K identifiée dépendant de la valeur choisie pour $d_{\max \text{ st}}$. Ce couplage peut être supprimé grâce à l'utilisation du critère (5-7) ; on remarque alors que la valeur de K obtenue, soit $K \sim 35 \text{ s}^{-1}$ est très voisine de celle qui avait été proposée par PAKDEE PATRAKHORN⁽⁸⁾ à partir de ses mesures de la rétention locale et de la détermination d'un diamètre moyen d_{43} des populations de gouttes.

Sur les figures 5-3 à 5-7, nous avons porté les distributions P_{ij}^* sur les étages 3, 6, 10, 14 et 18 ; les distributions théoriques correspondent au critère (5-7) et à la valeur $d_{\max \text{ st}} = 1,3$ mm.

Sur la figure 5-8, on trouve le profil de rétention expérimental et théorique obtenu dans les mêmes conditions.

On peut voir que les distributions des tailles de gouttes sont correctement traduites par le modèle, sauf sur le compartiment 3 où l'écart entre théorie et expérience est important.

L'ajustement des profils de rétention (fig. 5-8) apparaît lui aussi très satisfaisant, avec encore un désaccord marqué sur le compartiment 3. Ce problème se retrouvera toujours par la suite ; en fait, nous savions que le fonctionnement du distributeur était défectueux et fournissait une population de gouttes mal répartie sur toute la colonne : ceci permet de considérer les données expérimentales concernant le compartiment 3 comme aberrantes.

La loi de rupture $R(d) = KR\left(\frac{d}{d_{\max \text{ st}}} - 1\right)$ semble pouvoir traduire correctement les données expérimentales, mais il faut remarquer que, dans tous les cas, la valeur du paramètre ng est voisine de 10. Ce résultat est en désaccord complet avec les études de rupture effectuées par ailleurs au laboratoire^(9, 10).

V-4-1-3 - Conclusions

Deux éléments principaux peuvent être mis en exergue :

- Il est possible de valider des lois de rupture et de transport avec un couplage très faible entre les deux processus, à l'aide des distributions de tailles de gouttes et de la rétention. Même si certains aspects de la loi de rupture sont suspects, le terme de transport paraît estimé de manière très satisfaisante.

- Une loi de rupture du type $R(d) = kR \left(\frac{d}{d_{\max \text{ st}}} - 1 \right)$ permet d'obtenir des résultats corrects, mais l'ordre de grandeur du nombre de gouttes formées par rupture d'une goutte ne nous paraît pas réaliste.

En conséquence, nous avons choisi d'étudier la validité d'une loi du type $R(d) = kR \cdot d^\alpha$: la notion de $d_{\max \text{ st}}$ disparaît, mais pour des valeurs de α élevées, on peut penser que les deux types de lois ont une signification assez voisine.

V-4-2 - ETUDE DE LA LOI $R(d) = kR \cdot d^\alpha$

Nous avons conservé le modèle très simple $\beta(d_0, d)$, chaque goutte cassant en ng gouttes identiques. Nous avons tout d'abord repris la recherche pour $AF = 3,334 \text{ cm/s}$, puis étendu l'étude aux autres conditions expérimentales disponibles.

D'une manière générale, les résultats obtenus sont apparus très satisfaisants et l'accord entre expérience et simulation de très grande qualité pour des valeurs de α élevées.

V-4-2-1 - Examen des distributions de tailles de gouttes et des rétentions

Nous avons porté sur les figures 5-9 à 5-13, les distributions de tailles de gouttes expérimentales et théoriques correspondant à $AF = 3,334 \text{ cm/s}$.

L'accord est très mauvais pour des valeurs faibles de α et s'améliore beaucoup pour des valeurs élevées de α .

On peut cependant noter que l'accord reste très moyen pour le compartiment 3, ce qui confirme le doute émis sur les mesures effectuées à ce compartiment.

A cause d'une rupture intense, l'effet du distributeur s'atténue le long de la colonne et sur les compartiments 6 à 18, l'accord est très bon.

Que ce soit sur les résultats expérimentaux ou théoriques, l'influence de la rupture est clairement mise en évidence, on peut noter en particulier que :

- le diamètre moyen décroît le long de la colonne
- les distributions de tailles de gouttes deviennent de plus en plus étroites.

La comparaison des profils de rétention⁽⁶⁾ révèle également un très bon accord ; on note toujours le problème du compartiment 3. (Fig. 5-14)

Pour les autres conditions opératoires, nous avons obtenu des comportements comparables. Les résultats correspondant à $AF = 2,334$ cm/s sont consignés sur les figures 5-15 à 5-20, $AF = 3,0$ cm/s sur les figures 5-21 à 5-26 ; on a également porté sur les figures 5-27 à 5-32 et 5-33 à 5-38, les résultats correspondant à la valeur $AF = 4,0$ cm/s, respectivement obtenue avec $\{A = 3$ cm, $f = 8/6$ Hz $\}$ et $\{A : 4$ cm, $f = 1$ Hz $\}$.

On peut remarquer que pour ces dernières conditions opératoires, les données expérimentales semblent erratiques puisque les profils de diamètre moyen semblent passer par un minimum ; il faut simplement noter que PAKDEE considérait que cette valeur du produit amplitude-fréquence était la limite supérieure au-delà de laquelle sa technique de détermination des tailles de gouttes était défailante.

V-4-2-2 - Rôle du paramètre α . Comparaison des lois de rupture

Dans tous les cas on peut mettre en exergue le fait que les meilleurs résultats sont obtenus pour des valeurs de $\alpha \in \{6, 9\}$, mais sur la figure 5-39, on peut voir que le critère d'écart entre résultats expérimentaux et théoriques C^* est peu sensible à α , à partir de $\alpha = 6$; on peut proposer raisonnablement une valeur optimale de α comprise entre 7 et 9. Ceci est en accord avec les prédictions de NARSIMHAN⁽¹¹⁾ qui a établi une loi théorique de la forme :

$$R(d) : kR \cdot d^8$$

La figure 5-40 où nous avons porté la vitesse de rupture $R(d)$ en fonction de d , pour les lois $R(d) : kR \left\{ \frac{d}{d_{\max}} - 1 \right\}$ et $R(d) = kR \cdot d^{\alpha}$ indique clairement que

pour α élevé, ces deux lois donnent d'un point de vue pratique des comportements assez semblables.

A l'existence d'une cassure nette pour la première loi, la deuxième substitue un domaine de tailles de gouttes où la vitesse de rupture augmente rapidement : on a donc une description beaucoup plus souple et sans discontinuité de la rupture des gouttes en fonction de leur diamètre, avec une augmentation très forte de la probabilité de rupture pour les très grandes gouttes. Ce comportement peut être modulé en faisant varier la valeur de α . Comme l'indique la figure 4-41. Cette souplesse semble conférer à la loi $R(d) = kR d^\alpha$, une meilleure validité que la loi $R(d) = kR \left\{ \frac{d}{d_{\max}} - 1 \right\}$; en effet, on constate :

- d'une part une amélioration assez sensible du critère d'écart C^*
- d'autre part, les valeurs identifiées du nombre de gouttes formées par rupture sont revenues de 10 environ avec la loi (5-4) à 3 environ pour la loi (5-5) : ce résultat est beaucoup plus plausible au vu des études de rupture de goutte unique effectuées par PAKDEE PATRAKHORN, mais également des observations effectuées par LAULAN⁽¹⁰⁾ sur une colonne pulsée à garnissage de type disques et couronnes.

Nous devons cependant noter que les résultats de LAULAN étaient compatibles avec la notion de diamètre maximum stable, alors qu'elle semble moins satisfaisante pour traduire les données expérimentales de PAKDEE PATRAKHORN.

V-4-2-3 - Etude des paramètres identifiés K, ng et kR

Le déroulement de la recherche paramétrique a dans tous les cas révélé une sensibilité convenablement répartie vis-à-vis de ces trois paramètres et nous pouvons donc proposer une étude intéressante de chacun d'eux en fonction des conditions opératoires.

Etude de la vitesse des gouttes

Les résultats obtenus ont été regroupés sur le tableau 5-2. On peut noter que pour une valeur de AF donnée, la valeur identifiée de K dépend très faiblement de α . Cela signifie que, comme précédemment, l'identification de la constante de vitesse effective K, interfère très peu avec la validité de la loi de rupture.

On peut également mettre en évidence le fait que K ne semble pas dépendant de AF ; ce résultat est cohérent avec une étude antérieure⁽¹²⁾ de l'influence de la vitesse de pulsation sur la vitesse des gouttes.

La valeur moyenne de K , pour toutes les données du tableau 5-2 est :

$$\bar{K} = 36,1 \text{ s}^{-1}$$

La déviation maximale par rapport à \bar{K} est toujours inférieure à 5 % et on peut donc conclure qu'en décrivant convenablement le comportement de la phase dispersée dans une colonne, les vitesses de gouttes peuvent être identifiées avec une grande précision. On rappelle que la valeur trouvée de \bar{K} est très voisine de celle directement obtenue à partir des retenues et d'un diamètre moyen des populations par PAKDEE PATRAKHORN.

En utilisant la corrélation de VIGNES, pour évaluer la vitesse terminale des gouttes en milieu infini et stagnant, on peut estimer le facteur de resserrement dû au fait que les gouttes voyagent dans une colonne à :

$$CR \sim 0,47$$

Nombre de gouttes formées par rupture n_g

Les données sont regroupées sur le tableau (5-3), on peut voir que n_g dépend peu de α et nous avons restreint l'examen du comportement de n_g pour les valeurs de α voisines de l'optimum, c'est-à-dire, $6 < \alpha < 9$. Dans ce domaine, n_g dépend encore plus faiblement de α et on peut considérer également que n_g ne dépend pas de AF . On peut remarquer une anomalie pour $AF = 4,0 \text{ cm/s}$, mais on a déjà noté que les distributions de tailles de gouttes étaient erratiques pour cette valeur du produit amplitude-fréquence.

Vitesse de rupture des gouttes

On a porté sur la figure 5-42, la fonction $R(d)$ en fonction de d pour différentes valeurs de AF . On peut noter une augmentation sensible de la vitesse de rupture avec AF . Pour $AF = 4,0 \text{ cm/s}$, on peut remarquer encore une déviation qui peut être toujours attribuée à des données expérimentales erronées.

V-5 - CONCLUSIONS

Sur la base de notre analyse hydrodynamique, appliquée au cas d'une colonne pulsée à plateaux perforés, nous avons validé des modèles simples de transport et de rupture.

Une identification simultanée des paramètres de rupture et de transport s'est révélée très satisfaisante et nous avons noté peu d'interférences.

Chacun des paramètres identifiés a pu être corrélé très correctement avec l'intensité d'agitation traduite par le produit amplitude-fréquence de la pulsation.

Bien que la fonction $\beta(d_0, d)$ ait été exprimée de manière très grossière, le modèle de rupture peut être considéré dans son ensemble comme très satisfaisant et les résultats pratiques sont assez voisins de prédictions antérieures⁽¹¹⁾ faites sur des bases théoriques.

Nous pensons qu'il est raisonnable d'envisager la possibilité de corréler les paramètres de rupture avec la géométrie de la colonne et, donc que cette analyse pourrait être utilisée avec profit pour la conception d'une colonne.

o

o o

- CHAPITRE V -

BIBLIOGRAPHIE

- 1 - 1 - CHARTRES R.H., KORCHINSKY W.J. - Trans. I. Chem. E., 53, 247 (1975)
 - 2 - VALENTAS K.J., BILOUS O., AMUNDSON M.R. - I.E.C. Fund., 5, 272 (1966)
 - 3 - ROSS S.L., VERHOFF F.M., CURL R.L. - I.E.C. Fund., 17 (2), 101 (1978)
 - 4 - PAKDEE PATRAKORN P. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Juin 1980, I.N.P. Toulouse
 - 5 - VIGNES A. - Génie Chimique, 93 (5), (1969)
 - 6 - SLEICHER C.A. - A.I.Ch.E. Journal, 8 (4), 471 (1962)
 - 7 - MURATET G. - Thèse de Doctorat ès Sciences, Septembre 1974, Université
P. Sabatier, p. 18
 - 8 - PAKDEE PATRAKORN S. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Juin 1980, I.N.P. Toulouse,
p. 27
 - 9 - PAKDEE PATRAKORN S. - Thèse de Docteur Ingénieur, Juin 1980, I.N.P. Toulouse,
p. 28
 - 10 - LAULAN A. - Thèse de Docteur-Ingénieur, Novembre 1980, I.N.P. Toulouse,
p. 24
 - 11 - NARSIMHAN G., GUPTA J.P., RAMKRISNA D. - C.E.S., 34, 257 (1979)
 - 12 - MOLINIER J. - Thèse de Doctorat ès Sciences, Septembre 1976, I.N.P. Toulouse,
p. 39
-

- C H A P I T R E V I -

MODELE AVEC TRANSFERT DE MATIERE

VI-1 - INTRODUCTION

VI-2 - VARIABLES DE DESCRIPTION DU SYSTEME

VI-3 - MODELE AVEC TRANSFERT CONTINU

VI-4 - COMPARAISON AVEC LES MODELES EXISTANTS

VI-5 - DISCRETISATION DU MODELE AVEC TRANSFERT

VI-6 - EXPLOITATION DU MODELE AVEC TRANSFERT

VI-1 - INTRODUCTION

Dans les chapitres précédents ainsi que dans les travaux de JIRICNY⁽¹⁾, il a été démontré que l'hydrodynamique de la phase dispersée dans un contacteur liquide-liquide pouvait être décrite en prenant en compte les termes de transport de rupture et de coalescence des gouttes. Les recherches effectuées ont permis d'acquérir des informations primordiales sur le développement du lit de phase dispersée.

Les résultats obtenus permettent de penser que les modèles avec transfert de matière classiques^(2, 3) sont basés sur une analyse insuffisante, voire erronée du comportement de la phase dispersée. Nous pensons, en particulier, que, dans la mesure où on recherche des points de fonctionnement voisins de l'engorgement, il n'est pas possible d'établir un modèle avec transfert de matière en négligeant les hétérogénéités de propriétés le long de la colonne.

Dans ce chapitre nous voulons démontrer qu'il est possible d'écrire un modèle avec transfert de matière basée sur une description réaliste de l'hydrodynamique de la phase dispersée.

VI-2 - VARIABLES DE DESCRIPTION DU SYSTEMEVI-2-1 - PHASE CONTINUE

La phase continue est décrite par la variable $U_c(h)$ déjà utilisée dans le modèle hydrodynamique et la variable $y(h)$ qui est la concentration moyenne en soluté dans cette phase, au niveau h de la colonne.

VI-2-2 - PHASE DISPERSEE

Pour décrire la phase dispersée, on définit la double densité de probabilité $P_x(h, d, x)$ de la manière suivante :

C'est la densité de probabilité qu'un point quelconque au niveau h de la colonne appartienne à une goutte de diamètre d et de concentration x .

En d'autres termes, $P(h, d, x) \cdot \delta x \cdot \delta d$, est la fraction de volume occupée par les gouttes de diamètre $d \pm \frac{\delta d}{2}$ (classe d) et de concentration $x \pm \frac{\delta x}{2}$ (classe x) au niveau h de la colonne.

Il est très important de noter que la densité de probabilité $P(h, d)$ qui avait été utilisée pour le modèle hydrodynamique peut être exprimée par la relation :

$$P(h, d) = \int_0^{\infty} P_x(h, d, x) \delta x \quad (6-1)$$

D'un point de vue pratique, la concentration en soluté dans la phase dispersée est majorée par une valeur x_{\max} et :

$$\forall x > x_{\max}, P_x(h, d, x) \equiv 0$$

Donc :

$$P(h, d) = \int_0^{x_{\max}} P_x(h, d, x) \delta x \quad (6-1 \text{ bis})$$

On définit également la concentration moyenne en soluté, dans les gouttes de la classe d au niveau h de la colonne par :

$$\bar{x}(h,d) = \frac{1}{P(h,d)} \cdot \int_0^{x_{\max}} x \cdot P_x(h,d,x) \cdot \delta x \quad (6-2)$$

Et enfin, la concentration moyenne en soluté de la phase dispersée au niveau h de la colonne, par :

$$\bar{x}(h) = \frac{1}{\phi(h)} \cdot \int_0^{d_{\max}} \int_0^{x_{\max}} x \cdot P_x(h,d,x) \cdot \delta x \cdot \delta d \quad (6-3)$$

ou encore, en tenant compte de la relation (6-2) :

$$\bar{x}(h) = \frac{1}{\phi(h)} \cdot \int_0^{d_{\max}} \bar{x}(h,d) \cdot P(h,d) \cdot \delta d \quad (6-4)$$

VI-2-3 - MODELE PISTON. DIFFUSION

Le débit de soluté dans la phase continue à travers une section droite au niveau h de la colonne, s'exprime par :

$$Q_c^t(h) = A \cdot \{1-\phi(h)\} \cdot U_c(h) \cdot y(h) - A \cdot D \cdot \frac{\partial}{\partial h} \{ (1-\phi(h)) \cdot y(h) \} \quad (6-5)$$

En tenant compte de la relation (2-2), qui permet de calculer le débit de phase continue $Q_c(h)$ à travers une section droite au niveau h de la colonne, on peut établir que :

$$Q_c^t(h) = Q_c(h) \cdot y(h) - A \cdot D \cdot \{1-\phi(h)\} \cdot \frac{\partial y(h)}{\partial h} \quad (6-6)$$

On retrouve ainsi l'expression classique du modèle piston-diffusion.

De manière analogue, le débit de soluté dans les gouttes des classes d et x, à travers une section droite de la colonne, s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} \delta^2 Q_d^t(h) &= A \cdot x \cdot P_x(h,d,x) \cdot U_d(h,d) \cdot \delta x \cdot \delta d \\ &- A \cdot D \cdot \frac{\partial}{\partial h} \{ x \cdot P_x(h,d,x) \cdot \delta x \cdot \delta d \} \end{aligned} \quad (6-7)$$

Pour les expressions (6-5) et (6-7), les termes $U_d(h,d)$ et $U_c(h)$ sont ceux qui avaient été définis par les relations (2-4) et (2-10) du modèle hydrodynamique.

Dans la suite, on conservera également l'utilisation de l'équation (2-5) :

$$U_r(h,d) = \{1-\phi(h)\} \cdot U_r^*(d)$$

En toute rigueur, le transfert de matière pouvant affecter les propriétés physico-chimiques telles que la tension interfaciale ou la viscosité des phases, U_r^* peut également être une fonction de la concentration en soluté. Nous faisons l'hypothèse qu'on peut négliger cette influence.

Le débit de soluté à travers une section droite, dans les gouttes de la classe d est donné par la relation :

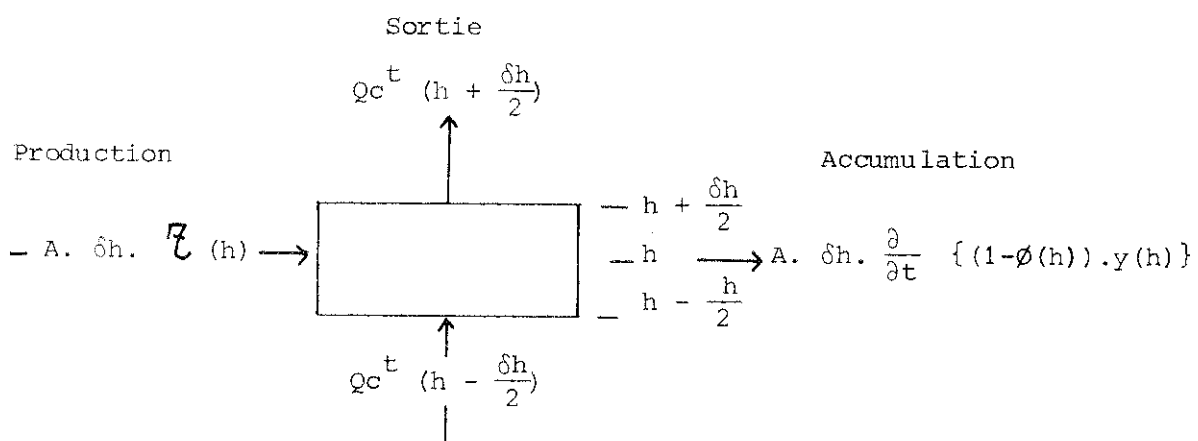
$$\delta Q_d^t(h) = A \cdot P(h,d) \cdot \bar{x}(h,d) \cdot U_d(h,d) \cdot \delta d - A \cdot D \cdot \frac{\partial}{\partial h} \{P(h,d) \cdot \bar{x}(h,d) \cdot \delta d\} \quad (6-3)$$

On remarque que les expressions du modèle avec transfert de matière peuvent se déduire du modèle hydrodynamique, en remplaçant respectivement $(1-\phi(h))$ et $P(h,d)$ par $\{1-\phi(h)\} \cdot y(h)$ et $P(h,d) \cdot \bar{x}(h,d)$. L'existence du mélange axial implique la continuité des fonctions $y(h)$ et $P_x(h,d,x)$, donc des fonctions $\bar{x}(h,d)$ et $\bar{x}(h)$.

VI-3 - MODELE AVEC TRANSFERT CONTINU

VI-3-1 - BILAN SUR LA PHASE CONTINUE

On considère un élément de colonne de hauteur δh , situé au niveau h . Les différents termes apparaissant dans le bilan sont les suivants :



Le bilan s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ (1-\phi) \cdot y \} = - \frac{1}{\delta h} \cdot \left[(1-\phi) U_c \cdot y \right]_{h-\frac{h}{2}}^{h+\frac{h}{2}} + \frac{1}{\delta h} \left[D \cdot \frac{\partial}{\partial h} (1-\phi) \cdot y \right]_{h-\frac{h}{2}}^{h+\frac{h}{2}} - \mathcal{Z} \quad (6-9)$$

Cette expression, par passage à la limite $\delta h \rightarrow 0$ permet d'obtenir l'équation aux dérivées partielles suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ (1-\phi) \cdot y \} = - \frac{\partial}{\partial h} \{ (1-\phi) U_c \cdot y \} + \frac{\partial}{\partial h} D \frac{\partial}{\partial h} \{ (1-\phi) \cdot y \} - \mathcal{Z} \quad (6-10)$$

Le terme \mathcal{Z} est le terme d'échange de soluté avec la phase dispersée ; ce terme sera explicité ultérieurement dans l'étude des termes de production.

L'étude des extrémités de la colonne et des étages d'alimentation permet d'une manière analogue à l'analyse faite au niveau hydrodynamique, d'établir les conditions limites du problème.

Conditions en tête de colonne

Le bilan sur un élément de volume de hauteur δh , situé en tête fait apparaître les termes suivants :

Sortie : 0

Entrée : $A(1-\phi) \cdot U_c \cdot y - A D \frac{\partial}{\partial h} \{ (1-\phi) \cdot y \}_{H-\delta h}$

Production : $- A \cdot \delta h \cdot \mathcal{Z}$

Accumulation : $A \cdot \delta h \cdot \frac{\partial}{\partial t} \{ (1-\phi) y \}$

Lorsque $\delta h \rightarrow 0$, on trouve la condition aux limites suivantes :

$$\left[A(1-\phi) U_c \cdot y - A \cdot D \cdot \frac{\partial}{\partial h} \{ (1-\phi) \cdot y \} \right]_H = 0 \quad (6-11)$$

Si on tient compte de la condition limite hydrodynamique, cette expression se ramène à :

$$\left[(1-\phi) \cdot D \cdot \frac{\partial y}{\partial h} \right]_H = 0 \quad (6-11 \text{ bis})$$

Conditions à l'alimentation de phase continue

Un bilan sur un un élément de colonne de hauteur δh situé autour de h_c , fait intervenir les termes suivants :

$$\left[A(1-\phi) \cdot y \cdot U_c - A \cdot D \cdot \frac{\partial}{\partial h} \{ (1-\phi) \cdot y \} \right]_{h_c - \frac{\partial h}{2}}^{h_c + \frac{\partial h}{2}} = \text{sortie} - \text{entrée}$$

$$\text{Accumulation : } A \delta h \frac{\partial}{\partial t} (1-\phi)$$

$$\text{Production : } - A \cdot \delta h \cdot \mathcal{E} + Q_c \cdot y_c$$

où y_c est la concentration de la phase continue à l'alimentation.

En tenant compte de la discontinuité sur U_c , exprimée par la relation (2-13), le passage à la limite $\delta h \rightarrow 0$ donne la condition :

$$\{1-\phi(h_c)\} \cdot y(h_c) \cdot \frac{Q_c}{A} - \frac{Q_c}{A} \cdot y_c = \left[D \cdot \frac{\partial}{\partial h} \{ (1-\phi) \cdot y \} \right]_{h_c^-}^{h_c^+} \quad (6-12)$$

En tenant compte de la condition hydrodynamique, il vient :

$$\left[\{1-\phi(h_c)\} \cdot D \cdot \frac{\partial y}{\partial h} \right]_{h_c^-}^{h_c^+} = \frac{Q_c}{A} \{y(h_c) - y_c\} \quad (6-12 \text{ bis})$$

Conditions à l'alimentation de phase dispersée

Le bilan effectué autour de h_d donne, après passage à la limite :

$$\{1-\phi(h_d)\} \cdot y(h_d) \cdot \frac{Q_d}{A} = \left[D \cdot \frac{\partial}{\partial h} (1-\phi) \cdot y \right]_{h_d^-}^{h_d^+} \quad (6-13)$$

et, en tenant compte de la condition hydrodynamique :

$$\left[\{1-\phi(h_d)\} \cdot D \cdot \frac{\partial y}{\partial h} \right]_{h_d^-}^{h_d^+} = 0$$

Conditions en pied de colonne

On note y_s la concentration de la phase continue à la sortie en pied de colonne ; un bilan sur un élément de colonne de hauteur δh situé au fond de la colonne, fait apparaître les termes suivants :

Entrée : 0

Sortie : $\left[A \cdot \{1-\phi(h)\} \cdot y(h) \cdot U_c(h) - A \cdot D \cdot \frac{\partial}{\partial h} \{ (1-\phi(h)) \cdot y(h) \} \right]_{\delta h} + Q_s \cdot \{1-\phi(o)\} \cdot y_s$

Accumulation : $A \cdot \delta h \cdot \frac{\partial}{\partial t} \{1-\phi(h)\} \cdot y(h)$

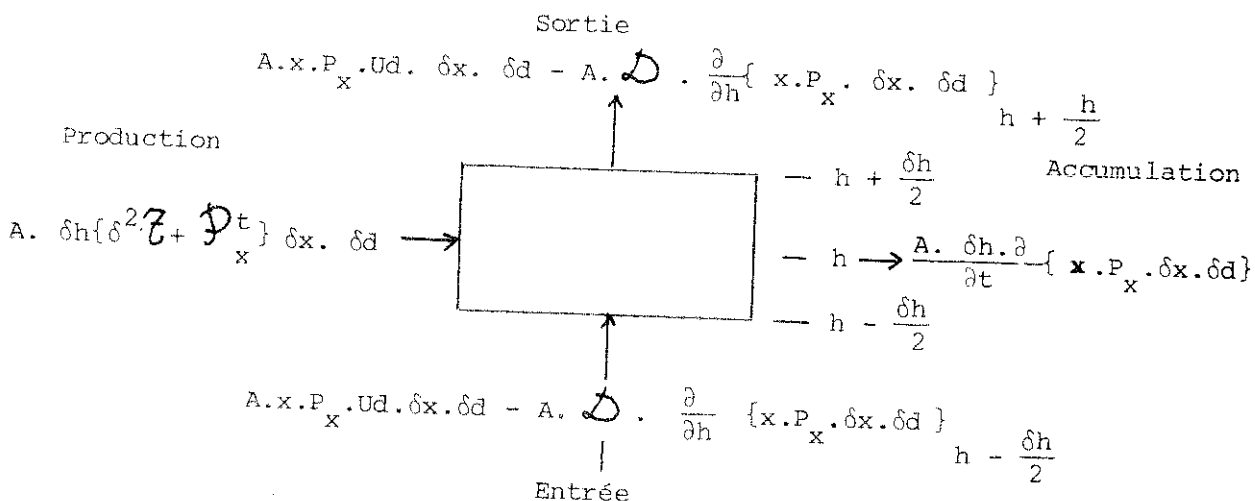
Production : $- A \cdot \delta h \cdot \tau$

Le passage à la limite $\delta h \rightarrow 0$ donne la condition suivante :

$$\{1-\phi(o)\} \cdot y_s \cdot U_c(o) - \left[D \cdot \frac{\partial}{\partial h} \{ (1-\phi(h)) \cdot y(h) \} \right]_{h=0} + \frac{Q_s}{A} \{1-\phi(o)\} \cdot y_s = 0 \quad (6-14)$$

VI-3-2 - BILAN SUR LA PHASE DISPERSEE

On considère un élément de hauteur δh situé au niveau h de la colonne ; on effectue un bilan sur la classe des gouttes de diamètre $d \pm \frac{\delta d}{2}$ et de concentration $x \pm \frac{\delta x}{2}$.



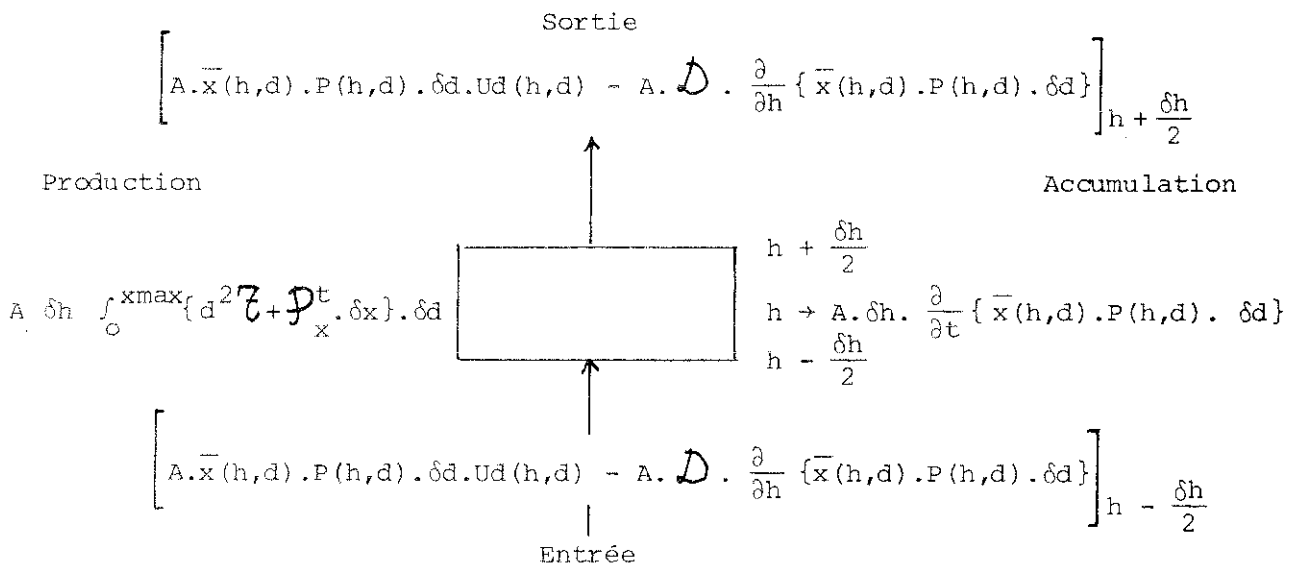
Le terme de production dans la classe considérée résulte de l'addition des effets du transfert de matière avec la phase continue, soit $\delta^2 \mathcal{T}$ et de la rupture et de la coalescence, soit \mathcal{P}_x^t . Ces termes seront explicités ultérieurement.

Ce bilan fait intervenir des termes analogues au bilan hydrodynamique effectué au paragraphe II-2-3, en substituant à la variable $P(h,d)$, la variable $x.P_x(h,d,x)$.

Le modèle avec transfert de matière a donc une structure comparable au modèle hydrodynamique, mais avec une dimension supplémentaire.

Envisager de traiter le modèle avec transfert de cette manière, conduirait donc à une triple discrétisation ; bien que cela puisse être envisagé théoriquement, nous avons pensé que cela n'était pas une politique raisonnable.

Pour réduire la dimension du système, nous avons pensé à écrire les bilans sur les gouttes de la classe $d \pm \frac{\delta d}{2}$ et de concentration quelconque. En d'autres termes, nous avons intégré le bilan précédent sur δx ; nous avons obtenu les termes suivants :



Le bilan s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \{ \bar{x}(h,d) \cdot P(h,d) \} = & - \frac{\partial}{\partial h} \{ \bar{x}(h,d) \cdot P(h,d) \cdot U_d(h,d) \} + \frac{\partial}{\partial h} D \frac{\partial}{\partial h} \{ \bar{x}(h,d) \cdot P(h,d) \} \\ & + \int_0^{x_{\max}} (d^2 \mathcal{T} + \mathcal{P}_x^t) \delta x \end{aligned} \quad (6-15)$$

Si on substitue à la variable $\bar{x}(h,d) \cdot P(h,d)$ la variable $P(h,d)$, on retrouve l'équation (2-16) du modèle hydrodynamique.

On démontrera au paragraphe VI-3-4 qu'il est possible d'expliciter le terme de production $\int_0^{x_{\max}} (d^2 \bar{z} + P_x^t) \cdot \delta x$ à l'aide des variables $\bar{x}(h,d)$ et $P(h,d)$.

On peut donc conclure qu'il n'est pas nécessaire de se préoccuper de la distribution des concentrations pour un diamètre de goutte donné.

En d'autres termes, le transfert de matière peut être décrit sans faire appel à l'histoire antérieure des gouttes de diamètre d présentes à un niveau quelconque de la colonne.

VI-3-3 - ETUDE DES CONDITIONS LIMITES POUR LA PHASE DISPERSEE

VI-3-3-1 - Conditions en tête de colonne

Le débit de soluté sortant en tête de colonne peut être exprimé par :

$$Q_t^t = A \cdot \int_0^{d_{\max}} \bar{x}(H,d) \cdot P(H,d) \cdot U d^*(d) \cdot \delta d \quad (6-16)$$

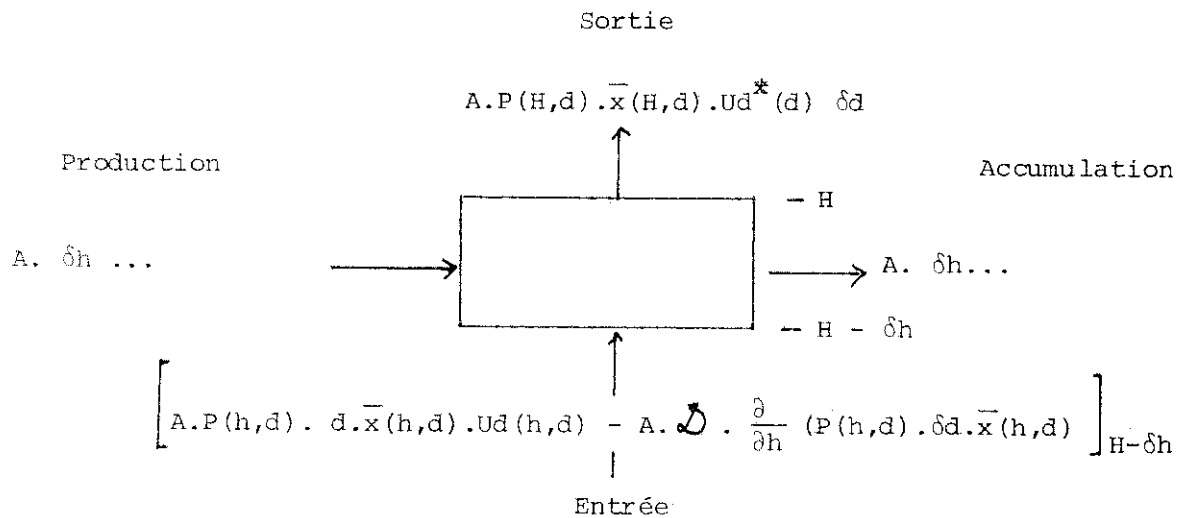
On peut définir la concentration moyenne de la phase dispersée en tête de colonne par :

$$x_t = \frac{Q_t^t}{Q_t} \quad (6-17)$$

soit, en tenant de la relation (2-17) :

$$x_t = \frac{\int_0^{d_{\max}} \bar{x}(H,d) \cdot P(H,d) \cdot U d^*(d) \cdot \delta d}{\int_0^{d_{\max}} P(H,d) \cdot U d^*(d) \cdot \delta d} \quad (6-17 \text{ bis})$$

Un bilan sur le soluté dans les gouttes de diamètre $d \pm \frac{\delta d}{2}$ dans un élément de colonne de hauteur δh situé en haut de colonne fournit une condition aux limites pour l'équation (6-15).



Le passage à la limite $\delta h \rightarrow 0$ élimine les termes de production et d'accumulation ; on trouve donc la relation :

$$P(H,d) \cdot \bar{x}(H,d) \{U_d(H,d) - U_d^*(d)\} = D \cdot \frac{\partial}{\partial h} \{ P(H,d) \cdot \bar{x}(H,d) \} \quad (6-18)$$

La comparaison avec la condition aux limites hydrodynamiques (2-18) permet de mettre en évidence la similitude des modèles avec transfert et hydrodynamique.

Remarque :

En tenant compte de la condition (2-18), on peut extraire la condition limite sur la variable $\bar{x}(H,d)$, soit :

$$P(H,d) \cdot D \cdot \left[\frac{\partial}{\partial h} \bar{x}(h,d) \right]_{h=H} = 0 \quad (6-19)$$

VI-3-3-2 - Conditions en pied de colonne

On peut définir la concentration moyenne de la phase dispersée entraînée par :

$$x_s = \int_0^{d_{\max}} \bar{x}(0,d) \cdot P^*(0,d) \cdot \delta d \quad (6-20)$$

D'autre part, le bilan effectué sur un élément de hauteur δh situé en pied de colonne pour les gouttes de la classe d , permet, après passage à la limite $\delta h \rightarrow 0$, de trouver la condition suivante :

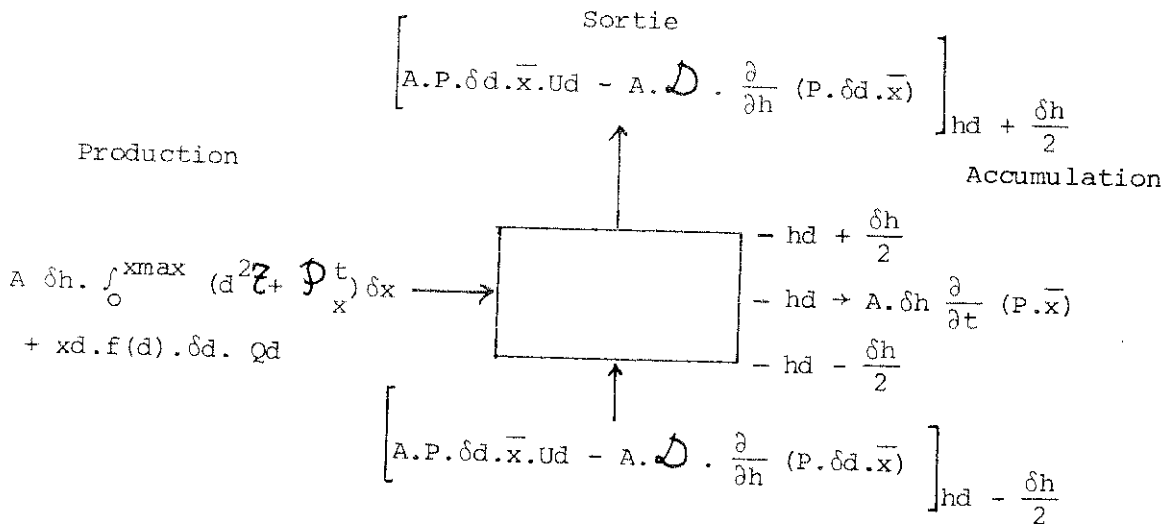
$$P(0,d) \cdot \bar{x}(0,d) \cdot U_d(0,d) - \left[D \cdot \frac{\partial}{\partial h} P(h,d) \cdot \bar{x}(h,d) \right]_{h=0} + \frac{Q_s}{A} \cdot P(0,d) \cdot \bar{x}(0,d) = 0 \quad (6-21)$$

Cette expression est semblable à la condition hydrodynamique (2-21) et on peut extraire la condition limite sur la variable $\bar{x}(h,d)$:

$$P(0,d) \cdot \left[D \cdot \frac{\partial}{\partial h} \bar{x}(h,d) \right]_{h=0} = 0 \quad (6-22)$$

VI-3-3-3 - Conditions à l'alimentation de phase dispersée

Le bilan sur le soluté contenu dans les gouttes de la classe d , dans un élément de volume de hauteur δh autour de l'alimentation en phase dispersée fait apparaître les éléments suivants :



Par passage à la limite $\delta h \rightarrow 0$ et en tenant compte de l'expression (2-22), on obtient en h_d la condition :

$$\{\bar{x}(h_d) \cdot P(h_d, d) - x_d \cdot f(d)\} \frac{Q_d}{A} = \left[D \frac{\partial}{\partial h} \bar{x}(h, d) \cdot P(h, d) \right]_{h_d^-}^{h_d^+} \quad (6-23)$$

On remarque encore la similitude entre la condition (6-23) et la condition hydrodynamique (2-23).

En tenant compte de la relation hydrodynamique, on peut extraire la condition limite sur $\bar{x}(h,d)$:

$$f(d) \cdot \frac{Qd}{A} \{xd - \bar{x}(hd,d)\} = P(hd,d) \cdot \left[D \cdot \frac{\partial}{\partial h} \bar{x}(h,d) \right]_{hd^-}^{hd^+} \quad (6-24)$$

VI-3-3-4 - Conditions à l'alimentation de phase continue

On rencontre à ce niveau une situation analogue à celle qui existe au niveau hd , ce qui permet d'établir la relation suivante :

$$P(hc,d) \cdot \bar{x}(hc,d) \cdot \frac{Qc}{A} = \left[D \cdot \frac{\partial}{\partial h} (P \cdot \bar{x}) \right]_{hc^-}^{hc^+} \quad (6-25)$$

qui est encore semblable à la condition hydrodynamique (2-25).

En tenant compte de la relation hydrodynamique, on peut trouver la condition limite sur la variable $\bar{x}(h,d)$:

$$P(hc,d) \cdot \left[D \cdot \frac{\partial}{\partial h} \bar{x}(h,d) \right]_{hc^-}^{hc^+} \quad (6-26)$$

VI-3-4 - ETUDES DES TERMES DE PRODUCTION

VI-3-4-1 - Termes de transfert

Pour évaluer le transfert de matière entre la phase continue et les gouttes de diamètre $d \pm \frac{\delta d}{2}$ et de concentration $x \pm \frac{\delta x}{2}$, nous ferons appel à une expression classique faisant intervenir les termes d'aire d'échange, de coefficient d'échange et de potentiel d'échange.

Nous ferons l'hypothèse que la loi d'équilibre de partition du soluté entre les deux phases est linéaire et définie par le coefficient de partage m ; cette hypothèse est en général raisonnable dans le cas de solutions diluées.

Le coefficient d'échange global côté phase continue sera pris comme une fonction de la seule variable d , soit $Kc(d)$.

A tout niveau de la colonne, on peut écrire :

$$\delta^2 \mathcal{E} = \frac{6}{d} \cdot P_x(h,d,x) \cdot \delta x \cdot \delta d \cdot Kc(d) \cdot \{y(h) - m \cdot x\} \quad (6-27)$$

Le débit de soluté transféré entre la phase continue et toutes les gouttes de la classe d , peut s'exprimer alors par la relation :

$$\delta \mathcal{Z} = \frac{6}{d} \cdot Kc(d) \cdot P(h,d) \cdot \delta d \cdot \{y(h) - m \cdot \bar{x}(h,d)\} \quad (6-28)$$

Cette expression prouve bien que le transfert de matière peut être exprimé à l'aide des variables $P(h,d)$ et $\bar{x}(h,d)$.

Le terme de transfert entre la phase continue et l'ensemble de la phase dispersée apparaissant dans l'équation (6-10), peut être traduit par :

$$\mathcal{Z}(h) = \int_0^{d_{\max}} \frac{6}{d} \cdot Kc(d) \cdot P(h,d) \cdot \{y(h) - m \cdot \bar{x}(h,d)\} \cdot \delta d \quad (6-29)$$

Dans le cas général, cette expression ne peut être simplifiée ; cependant, dans le cas où le coefficient d'échange $Kc(d)$ peut être considéré comme indépendant du diamètre, et si la concentration des gouttes ne dépend pas de leur diamètre, (cette dernière hypothèse ne peut être vérifiée que si la rupture et la coalescence sont intenses), on a alors :

$$\forall d, \bar{x}(h,d) = \bar{\bar{x}}(h)$$

et :

$$\mathcal{Z}(h) = Kc \cdot \frac{6}{d_{32}(h)} \cdot \phi(h) \cdot \{y(h) - m \bar{\bar{x}}(h)\} \quad (6-29 \text{ bis})$$

où d_{32} est le diamètre de SAUTER de la population des gouttes au niveau h considéré (cf. Annexe 2).

L'expression (6-29 bis) est la forme habituellement adoptée pour le transfert de matière.

VI-3-4-2 - Etude des termes de rupture et de coalescence

Le terme $\mathcal{P}_x^t(h,d)$ apparaissant dans l'équation (6-15) peut être décomposé en deux parties $\mathcal{P}_{xR}^t(h,d)$ et $\mathcal{P}_{xc}^t(h,d)$ traduisant respectivement les mécanismes de rupture et de coalescence ; on pose donc :

$$\mathcal{P}_x^t(h,d) = \mathcal{P}_{xR}^t(h,d) + \mathcal{P}_{xc}^t(h,d) \quad (6-30)$$

où $\mathcal{P}_x^t(h,d) \cdot \delta x \cdot \delta d$ est le débit de soluté apparaissant par rupture et coalescence dans la classe $\{d,x\}$ par unité de volume de colonne.

a) Etude des termes de rupture

Le transfert de matière peut influencer sur les lois de rupture des gouttes, mais nous ferons ici l'hypothèse qu'on peut négliger cette influence ; nous conserverons donc la loi $R(d)$ (cf. paragraphe II-2-5) du modèle hydrodynamique. Le débit de disparition par rupture dans la classe des gouttes de diamètre $d \pm \frac{\delta d}{2}$ et de concentration $x \pm \frac{\delta x}{2}$ est alors donné par l'expression :

$$- A \cdot \delta h \cdot R(d) \cdot x \cdot P_x(h,d,x) \cdot \delta x \cdot \delta d \quad (6-31)$$

Le débit de disparition par rupture des gouttes de diamètre $d \pm \frac{\delta d}{2}$ et de concentration quelconque est donc donné par :

$$- A \cdot \delta h \cdot \delta d \cdot R(d) \cdot P(h,d) \cdot \delta d \cdot \bar{x}(h,d) \quad (6-32)$$

Dans ces conditions, le débit d'apparition du soluté dans la classe d par rupture des gouttes de diamètre d_0 ($d_0 > d$) s'exprime par :

$$A \cdot \delta h \cdot R(d_0) \cdot \beta(d_0,d) \cdot P(h,d_0) \cdot \delta d_0 \cdot \bar{x}(h,d_0) \quad (6-33)$$

Et pour l'ensemble des gouttes de diamètre supérieur à d :

$$A \cdot \delta h \int_0^{d_{\max}} R(d_0) \cdot \beta(d_0,d) \cdot P(h,d_0) \cdot \delta d_0 \cdot \bar{x}(h,d_0) \quad (6-34)$$

Le débit de soluté apparaissant par rupture dans la classe d , par unité de volume de colonne est alors donné par :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_R^t(h,d) = \int_0^{x_{\max}} \mathcal{P}_{xR}^t(h,d) \cdot \delta x = & -R(d) \cdot P(h,d) \cdot \bar{x}(h,d) \\ & + \int_0^{d_{\max}} R(d_0) \cdot P(h,d_0) \cdot \bar{x}(h,d_0) \cdot \beta(d_0,d) \cdot \delta d_0 \end{aligned} \quad (6-35)$$

b) Etude des termes de coalescence

Le transfert de matière exerce probablement une influence importante sur les lois de coalescence, mais il ne nous paraît pas réaliste, à l'heure actuelle, de vouloir le prendre en compte, nous ferons donc l'hypothèse que les lois utilisées dans l'étude hydrodynamique peuvent être employées ici.

La coalescence de deux gouttes de diamètre d_0 et d_1 fait intervenir un terme de la forme :

$$k_{CD} + k_{CE} \cdot \frac{\pi \cdot (d_1 + d_0/2)^2 \cdot |v_0 - v_1|}{V(d_1) \cdot V(d_0)} \quad (\text{expression 2-38})$$

Pour simplifier la forme des équations apparaissant dans cette étude, nous poserons :

$$k_C(d_0, d_1) = k_{CD} + k_{CE} \cdot \frac{\pi \cdot (d_1 + d_0/2)^2 \cdot |v_0 - v_1|}{V(d_1) \cdot V(d_0)} \quad (6-36)$$

- Disparition par coalescence

Le nombre de chocs actifs par unité de temps et de volume des gouttes de diamètre $d_0 \pm \frac{\delta d_0}{2}$ et de concentration $x_0 \pm \frac{\delta x_0}{2}$, et des gouttes de diamètre $d_1 \pm \frac{\delta d_1}{2}$ et de concentration $x_1 \pm \frac{\delta x_1}{2}$, s'exprime par :

$$k_C(d_0, d_1) \cdot P_x(h, d_1, x_1) \cdot \delta x_1 \cdot \delta d_1 \cdot P_x(h, d_0, x_0) \cdot \delta x_0 \cdot \delta d_0 \quad (6-37)$$

La disparition du soluté contenu dans les gouttes de diamètre $d_0 \pm \frac{\delta d_0}{2}$ et de concentration $x_0 \pm \frac{\delta x_0}{2}$, par coalescence avec toutes les autres gouttes est alors donnée par l'expression :

$$-x_0 \cdot P_x(h, d_0, x_0) \cdot \delta x_0 \cdot \delta d_0 \int_0^{d_{\max}} k_C(d_0, d_1) \int_0^{x_{\max}} P_x(h, d_1, x_1) \delta x_1 \cdot \delta d_1 \quad (6-38)$$

ou encore :

$$-x_0 \cdot P_x(h, d_0, x_0) \cdot \delta x_0 \cdot \delta d_0 \cdot \int_0^{d_{\max}} kC(d_0, d_1) \cdot P(h, d_1) \cdot \delta d_1 \quad (6-38 \text{ bis})$$

Et la disparition du soluté contenu dans les gouttes de diamètre $d_0 \pm \frac{\delta d_0}{2}$ et de concentration quelconque s'exprime par :

$$-P(h, d_0) \cdot \delta d_0 \cdot \bar{x}(h, d_0) \cdot \int_0^{d_{\max}} kC(d_0, d_1) \cdot P(h, d_1) \cdot \delta d_1 \quad (6-39)$$

- Apparition par coalescence

La coalescence d'une goutte de diamètre d_0 et de concentration x_0 , et d'une goutte de la classe $d_1 \pm \frac{\delta d_1}{2}$ et $x_1 \pm \frac{\delta x_1}{2}$ conduit à l'apparition d'une goutte de la classe $d \pm \frac{\delta d}{2}$, $x \pm \frac{\delta x}{2}$, telle que :

$$\left. \begin{aligned} d^3 &= d_0^3 + d_1^3 & x &= x_0 \cdot \left(\frac{d_0}{d}\right)^3 + x_1 \cdot \left(\frac{d_1}{d}\right)^3 \\ d^2 \cdot \delta d &= d_1^2 \cdot \delta d_1 & \delta x &= \left(\frac{d_1}{d}\right)^3 \cdot \delta x_1 \end{aligned} \right\} \quad (6-40)$$

La probabilité de disparition de la goutte $\{d_0, x_0\}$, par unité de temps et de volume avec une goutte de la classe $d_1 \pm \frac{\delta d_1}{2}$ et $x_1 \pm \frac{\delta x_1}{2}$, est donnée par :

$$\pi(d_0/d_1) = kC(d_0, d_1) \cdot P_x(h, d_1, x_1) \cdot \delta x_1 \cdot \delta d_1 \quad (6-41)$$

Réciproquement, toute goutte de diamètre $d \pm \frac{\delta d}{2}$ et de concentration $x \pm \frac{\delta x}{2}$ formée par coalescence de la goutte $\{d_0, x_0\}$, ne peut provenir que de la coalescence de la goutte $\{d_0, x_0\}$ avec une goutte $d_1 \pm \frac{\delta d_1}{2}$, $x_1 \pm \frac{\delta x_1}{2}$ et :

$$\pi(d_0/d_1) = kC(d_0, d_1) \cdot P_x(h, d_1, x_1) \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^5 \cdot \delta x \cdot \delta d \quad (6-42)$$

Si on considère maintenant l'ensemble des gouttes de diamètre $d_0 \pm \frac{\delta d_0}{2}$ et de concentration $x_0 \pm \frac{\delta x_0}{2}$ contenues dans un élément de volume $A \cdot \delta h$, le débit d'apparition de soluté dans les gouttes de la classe $d \pm \frac{\delta d}{2}$, $x \pm \frac{\delta x}{2}$ est donné par :

$$A \cdot \delta h \cdot P_x(h, d_0, x_0) \cdot \delta x_0 \cdot \delta d_0 \cdot kC(d_0, d_1) \cdot \left\{ x_0 \cdot \left(\frac{d_0}{d}\right)^3 + x_1 \cdot \left(\frac{d_1}{d}\right)^3 \right\} \cdot P_x(h, d_1, x_1) \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^5 \cdot \delta x \cdot \delta d \quad (6-43)$$

Si on considère enfin l'ensemble des gouttes de diamètre $d_0 \pm \frac{\delta d_0}{2}$ et de concentration quelconque contenues dans l'élément de volume $A \cdot \delta h$, le débit d'apparition de soluté dans la classe des gouttes de diamètre $d \pm \frac{\delta d}{2}$ et de concentration quelconque, s'obtient en sommant l'expression précédente sur x entre 0 et x_{\max} et sur x_0 entre des bornes à déterminer, soit :

$$A \cdot \delta h \cdot \delta d_0 \cdot \delta d \cdot kC(d_0, d_1) \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^5 \cdot \int_0^{x_{\max}} x \cdot \int_{-} P_x(h, d_0, x_0) \cdot P_x(h, d_1, x_1) \cdot \delta x_0 \cdot \delta x$$

avec
$$\begin{cases} x = x_0 \cdot \left(\frac{d_0}{d}\right)^3 + x_1 \cdot \left(\frac{d_1}{d}\right)^3 \\ d^3 = d_0^3 + d_1^3 \end{cases} \quad (6-44)$$

Comme $d^3 = d_0^3 + d_1^3$, x se présente sous la forme :

$$\left. \begin{aligned} x &= \alpha \cdot x_0 + (1 - \alpha) \cdot x_1 \\ \alpha &= \left(\frac{d_0}{d}\right)^3 < 1 \end{aligned} \right\} \quad (6-45)$$

Les bornes de l'intégration sur la variable x_0 doivent satisfaire les conditions :

$$\forall x_1 \quad 0 < x_1 < x_{\max} \quad (6-46)$$

$$\text{D'après (6-45),} \quad x_1 = \frac{x - \alpha \cdot x_0}{1 - \alpha}$$

La double inégalité (6-46) peut donc se décomposer en :

$$\left. \begin{aligned} x_0 &< \frac{x}{\alpha} \\ x_0 &> \frac{(1-\alpha) \cdot x_{\max} - x}{\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (6-47)$$

L'expression (6-44) devient alors :

$$A \cdot \delta h \cdot \delta d \cdot kC(d_0, d_1) \left(\frac{d}{d_1}\right)^5 \int_0^{x_{\max}} x \cdot \int_{\frac{(1-\alpha) \cdot x_{\max} - x}{\alpha}}^{\frac{x}{\alpha}} P_x(h, d_0, x_0) \cdot P_x(h, d_1, x_1) \cdot \delta x_0 \cdot \delta x_1 \quad (6-48)$$

avec

$$\left\{ \begin{aligned} x &= \alpha \cdot x_0 + (1-\alpha) x_1 \\ \alpha &= \left(\frac{d_0}{d}\right)^3 \quad 1-\alpha = \frac{d_1^3}{d} \end{aligned} \right.$$

La position des bornes de l'intégrale interne peut être résumée comme suit :

$$\left. \begin{aligned} \text{Si } \frac{x}{\alpha} > x_{\max}, \forall x_0 \in]x_{\max}, \frac{x}{\alpha}] &\rightarrow P_x(h, d_0, x_0) \equiv 0 \\ \text{Si } \frac{(1-\alpha)x_{\max} - x}{\alpha} < 0, \forall x_0 \in \left\{ \frac{(1-\alpha)x_{\max} - x}{\alpha}, 0 \right\} &\rightarrow P_x(h, d_0, x_0) \equiv 0 \\ \text{Si } \frac{x}{\alpha} < x_{\max}, \forall x_0 \in \left[\frac{x}{\alpha}, x_{\max} \right] &\rightarrow x_1 < 0 \rightarrow P_x(h, d_1, x_1) \equiv 0 \\ \text{Si } \frac{(1-\alpha)x_{\max} - x}{\alpha} > 0, \forall x_0 \in \left[0, \frac{(1-\alpha)x_{\max} - x}{\alpha} \right] &\rightarrow x_1 > x_{\max} \rightarrow P_x(h, d_1, x_1) \equiv 0 \end{aligned} \right\} \quad (6-49)$$

Donc, l'intégrale peut être prise entre les bornes 0 et x_{\max} . On peut alors permuer l'ordre d'intégration, et on arrive à l'expression :

$$A \cdot \delta h \cdot \delta d \cdot \delta d_0 \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^5 \cdot kC(d_0, d_1) \cdot \int_0^{x_{\max}} P_x(h, d_0, x_0) \cdot \int_0^{x_{\max}} x \cdot P_x(h, d_1, x_1) \cdot \delta x \delta x_0$$

$$\text{avec : } \left\{ \begin{aligned} x_1 &= \frac{x - \alpha x_0}{1 - \alpha} \\ \alpha &= \left(\frac{d_0}{d}\right)^3 \quad (1 - \alpha) = \frac{d_1^3}{d} \end{aligned} \right. \quad (6-50)$$

On effectue le changement de variable :

$$\left. \begin{aligned} x &= \left(\frac{d_0}{d}\right)^3 x_0 + \left(\frac{d_1}{d}\right)^3 x_1 \\ \delta x &= \left(\frac{d_1}{d}\right)^3 \delta x_1 \end{aligned} \right\} \quad (6-51)$$

Il vient :

$$\begin{aligned} & A \cdot \delta h \cdot \delta d_0 \cdot \delta d \cdot kC(d_0, d_1) \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 \int_0^{x_{\max}} P_x(h, d_0, x_0) \int_0^{x_{\max}} \left\{ \left(\frac{d_0}{d}\right)^3 x_0 + \left(\frac{d_1}{d}\right)^3 x_1 \right\} \cdot P_x(h, d_1, x_1) \delta x_1 \cdot \delta x_0 \\ &= A \cdot \delta h \cdot \delta d_0 \cdot \delta d \cdot kC(d_0, d_1) \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 \int_0^{x_{\max}} P_x(h, d_0, x_0) \cdot \left\{ \left(\frac{d_0}{d}\right)^3 x_0 \cdot P(h, d_1) + \left(\frac{d_1}{d}\right)^3 \cdot P(h, d_1) \cdot \bar{x}(h, d_1) \right\} \delta x_0 \\ &= A \cdot \delta h \cdot \delta d_0 \cdot \delta d \cdot kC(d_0, d_1) \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 \cdot P(h, d_0) \cdot P(h, d_1) \cdot \left\{ \left(\frac{d_0}{d}\right)^3 \cdot \bar{x}(h, d_0) + \left(\frac{d_1}{d}\right)^3 \cdot \bar{x}(h, d_1) \right\} \delta d_0 \end{aligned} \quad (6-51)$$

Dans ces conditions, le débit d'apparition de soluté dans la classe des gouttes de diamètre $d \pm \frac{\delta d}{2}$, par toutes les coalescences possibles entre les gouttes d_0 et d_1 adéquates peut être exprimé par l'expression :

$$\begin{aligned} & A \cdot \delta h \cdot \delta d \cdot \int_0^{d_{\max}} \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 \cdot P(h, d_1) \cdot P(h, d_0) \cdot \left\{ \left(\frac{d_0}{d}\right)^3 \cdot \bar{x}(h, d_0) + \left(\frac{d_1}{d}\right)^3 \cdot \bar{x}(h, d_1) \right\} \cdot \delta d_0 \\ & \text{avec} \quad d^3 = d_0^3 + d_1^3 \end{aligned} \quad (6-52)$$

L'addition des termes de disparition et d'apparition par coalescence dans la classe d , permet de proposer les relations :

$$P_C^t(h, d) = \int_0^{x_{\max}} P_{XC}^t(h, d) \cdot \delta x \quad (6-53)$$

et $\mathcal{P}_C^t(h,d) = - P(h,d) \cdot \bar{x}(h,d) \int_0^{d_{\max}} kC(d,d_1) \cdot P(h,d_1) \cdot \delta d_1$

$$+ \int_0^{d_{\max}} \left(\frac{d}{d_1}\right) \cdot P(h,d_1) \cdot P(h,d_0) \cdot \left\{ \left(\frac{d_0}{d}\right)^3 \cdot \bar{x}(h,d_0) + \left(\frac{d_1}{d}\right)^3 \cdot \bar{x}(h,d_1) \right\} \cdot \delta d_0$$

avec : $d^3 = d_0^3 + d_1^3$ (6-54)

VI-3-5 - CONCLUSIONS

L'établissement du modèle avec transfert de matière a permis de conclure

- La phase continue peut être décrite par la variable $(1-\phi).y$; avec cette variable toutes les équations de bilan, y compris les conditions limites sont identiques à celles du modèle hydrodynamique, établies avec la variable $(1-\phi)$.

- La phase dispersée peut être décrite par la variable $P(h,d) \cdot \bar{x}(h,d)$ et on peut faire la même remarque que pour la phase continue.

- Les termes de production, transfert, rupture et coalescence, peuvent être explicités à l'aide des variables $P(h,d)$ et $\bar{x}(h,d)$.

Dans ces conditions, la résolution du modèle avec transfert peut se faire en cherchant simultanément la solution des équations hydrodynamiques et des équations semblables obtenues par remplacement de $(1 - \phi)$ en $(1 - \phi).y$ et $P(h,d)$ en $P(h,d) \cdot \bar{x}(h,d)$.

VI-4 - COMPARAISON AVEC LES MODELES EXISTANTS

La modélisation des colonnes d'extraction s'est développée suivant deux grands axes :

- le modèle piston-diffusion⁽²⁾
- Les modèles de l'école ROD⁽⁴⁾, MISEK⁽⁵⁾, OLNEY⁽⁶⁾, CHARTRES⁽³⁾

Dans le premier cas, la phase dispersée n'est pas décrite : on considère globalement que la phase dispersée est soumise à un mélange axial, traduit par un coefficient de diffusion turbulente \mathcal{D}_d . La retenue de phase dispersée est

considérée comme constante le long de la colonne et le mélange axial n'intervient donc que par des termes du type - $\mathcal{D} \cdot \frac{\partial C}{\partial h}$.

Dans le deuxième cas, on prend en compte deux contributions séparées, qui sont le mélange axial et le mélange en avant de la phase dispersée, lié à la distribution des tailles de gouttes. On suppose qu'il existe une distribution moyenne des tailles de gouttes qui rend compte de cette propriété pour toute la colonne. Là encore, la rétention est considérée comme constante le long de la colonne, et le mélange axial n'intervient que dans les équations de transfert de matière, par l'intermédiaire des termes du type - $\mathcal{D} \cdot \frac{\partial C}{\partial h}$. Enfin, les zones de désengagement ne sont pas décrites.

Pour effectuer une comparaison entre notre approche et les études antérieures, nous avons repris les hypothèses qui étaient faites dans ces travaux.

Nous avons simplifié les équations de notre modèle en conséquence, en n'examinant que la section de colonne comprise entre les alimentations et en supposant le régime permanent atteint.

Les hypothèses principales sont les suivantes :

- on néglige l'entraînement de phase dispersée, soit $Q_t = Q_d$
- on suppose le coefficient de mélange axial constant, soit $\mathcal{D}(h) = \mathcal{D}$
- on suppose enfin que la distribution des tailles de gouttes est une fonction du diamètre seulement, soit $P(h,d) = P(d)$, et la rétention devient également constante.

En conséquence, dans le modèle hydrodynamique, les termes de type $\mathcal{D} \cdot \frac{\partial P}{\partial h}$ et $\mathcal{D} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial h}$ disparaissent. L'examen de l'équation (2-5) montre que U_r devient une fonction de d seulement ; l'équation (2-10) indique alors que la vitesse de la phase continue U_c devient une constante et on établit aisément la relation :

$$U_c = - \frac{Q_c}{A(1-\phi)} \quad (6-55)$$

C'est la forme utilisée dans le modèle de CHARTRES pour décrire l'hydrodynamique d'une colonne.

L'équation (6-10) décrivant la phase continue dans le modèle avec transfert de matière devient alors :

$$- U_c \cdot \frac{\partial y}{\partial h} + D \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial h^2} - \frac{\tau}{(1 - \phi)} = 0 \quad (6-56)$$

On retrouve ainsi l'équation habituellement utilisée dans les différents modèles piston-diffusion ; on remarque en particulier que le coefficient de diffusion turbulente que nous avons introduit au niveau hydrodynamique est identique à celui qui est utilisé dans ces modèles.

L'examen de l'équation (2-16) du modèle hydrodynamique décrivant la phase dispersée, montre que si $P(h,d) = P(d)$, le terme de production lié à la rupture et à la coalescence $\mathcal{P}(h,d)$ est identiquement nul. Cela signifie que si on considère que la distribution des tailles de gouttes est invariante le long de la colonne, à tout niveau, les termes de rupture et de coalescence doivent s'équilibrer exactement.

D'autre part, la vitesse U_d des gouttes de diamètre d devient une fonction de d seulement, soit :

$$U_d = - \frac{Q_c}{A (1 - \phi)} + (1 - \phi) U_r^*(d) \quad (6-57)$$

On retrouve ainsi l'expression proposée par CHARTRES.

L'étude de l'équation (6-15) introduisant le transfert de matière, permet de transformer celle-ci en :

$$-U_d \cdot \frac{\partial \bar{x}}{\partial h} + D \cdot \frac{\partial^2 \bar{x}}{\partial h^2} + \frac{d\tau}{P} + \frac{1}{P} (\mathcal{P}_R^t + \mathcal{P}_C^t) = 0 \quad (6-58)$$

Si on néglige les termes de rupture et de coalescence, et le terme de mélange axial $D \cdot \frac{\partial^2 \bar{x}}{\partial h^2}$, on retrouve l'équation utilisée par CHARTRES.

On peut noter que pour réintroduire l'influence de la rupture et de la coalescence, CHARTRES reprenait la notion de hauteur de coalescence, c'est-à-dire la hauteur de colonne nécessaire pour que toutes les gouttes égalisent leur concentration.

On peut poursuivre la comparaison avec les modèles antérieurs, en examinant la phase dispersée dans son ensemble.

Cela revient à intégrer l'équation (6-58) pour l'ensemble des classes de gouttes. On aboutit à :

$$-\int_0^{d_{\max}} P. \{Uc + (1-\phi) Ur^*\} \cdot \frac{\partial \bar{x}}{\partial h} \delta d + \phi \int_0^{d_{\max}} P. \frac{\partial^2 \bar{x}}{\partial h^2} \delta d + \tau = 0 \quad (6-59)$$

ou encore :

$$-Uc \cdot \phi \cdot \frac{\partial \bar{x}}{\partial h} - (1-\phi) \int_0^{d_{\max}} P. \frac{\partial \bar{x}}{\partial h} \cdot Ur^* \cdot \delta d + \phi \cdot \phi \cdot \frac{\partial^2 \bar{x}}{\partial h^2} + \tau = 0 \quad (6-59 \text{ bis})$$

On ne peut aller au delà de cette réduction, sans accepter l'hypothèse supplémentaire que la phase dispersée a une concentration uniforme, soit :

$$\forall d, \bar{x}(h, d) = \bar{x}(h)$$

On peut alors transformer l'expression (6-59 bis) en :

$$-Uc \cdot \phi \cdot \frac{\partial \bar{x}}{\partial h} - (1-\phi) \cdot \frac{\partial \bar{x}}{\partial h} \cdot \phi \cdot FP + \phi \cdot \phi \cdot \frac{\partial^2 \bar{x}}{\partial h^2} + \tau = 0 \quad (6-60)$$

ou encore :

$$-\phi \cdot \frac{\partial \bar{x}}{\partial h} \{Uc + (1-\phi) \cdot FP\} + \phi \cdot \phi \cdot \frac{\partial^2 \bar{x}}{\partial h^2} + \tau = 0 \quad (6-60 \text{ bis})$$

On établit aisément que :

$$Uc + (1-\phi) \cdot FP = \frac{Qd}{A\phi} \quad (6-61)$$

Et, finalement :

$$-\frac{Qd}{A\phi} \cdot \frac{\partial \bar{x}}{\partial h} + \phi \cdot \frac{\partial^2 \bar{x}}{\partial h^2} + \frac{\tau}{\phi} = 0 \quad (6-62)$$

Cette deuxième forme constitue l'expression habituelle des modèles piston-diffusion pour la phase dispersée.

D'un point de vue hydrodynamique, on retrouve l'expression de THORNTON⁽⁷⁾ :

$$\frac{Qd}{A\phi} + \frac{Qc}{A(1-\phi)} = (1-\phi) \cdot FP \quad (3-16)$$

Dans la mesure où la vitesse des gouttes est une fonction linéaire de leur diamètre, FP est proportionnel au diamètre d_{43} (cf. paragraphe III-2).

On remarque alors que dans le cas où il est justifié de représenter la phase dispersée à partir de propriétés moyennes (rupture et coalescence intenses), l'hydrodynamique doit être représentée par un diamètre d_{43} et le transfert de matière par un diamètre d_{32} .

Notre approche théorique a pour but de décrire plus fidèlement le fonctionnement d'une colonne d'extraction liquide-liquide, à partir des mécanismes fondamentaux de transport des gouttes, de rupture et de coalescence et de mélange axial.

Un certain nombre d'hypothèses simplificatrices permettent de retrouver les analyses antérieures ; l'examen de ces hypothèses met clairement en évidence les insuffisances des modèles traditionnels, et nous voulons mettre en exergue les points suivants.

L'analyse hydrodynamique a permis de prouver que les hétérogénéités de propriétés pouvaient jouer un rôle considérable sur l'établissement du lit de phase dispersée. Les modèles classiques, en négligeant ce phénomène, ne peuvent traduire correctement le fonctionnement d'une colonne.

D'autre part, quand ils en tiennent compte, ils introduisent les mécanismes de rupture et de coalescence de manière indirecte, en négligeant leur influence primordiale sur l'établissement du lit de phase dispersée.

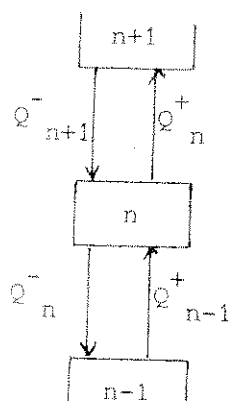
Nous pensons enfin qu'il n'est pas réaliste de vouloir décrire la phase dispersée à l'aide d'une propriété moyenne, car cela revient en particulier à ne pas tenir compte des distributions de concentration dans la phase dispersée ; il faudrait, en fait, une rupture et une coalescence très intenses pour que cette hypothèse soit vérifiée.

VI-5 - DISCRETISATION DU MODELE AVEC TRANSFERT

Pour résoudre le modèle avec transfert, il est nécessaire de mettre en oeuvre une technique de discrétisation comparable à celle du modèle hydrodynamique. Le transfert de matière introduit la variable $\bar{x}(h,d)$; cette variable a été discrétisée de la même manière que la variable $P(h,d)$; on a donc défini N_e valeurs $x_n(di)$ de la composition moyenne des gouttes de la classe di dans l'étage n , et N_e valeurs y_n de la composition de la phase continue dans l'étage n .

Les considérations faites au paragraphe VI-3-5 nous ont conduit à reprendre les modèles à bacs utilisés pour le modèle hydrodynamique et à ajouter un bilan sur le soluté pour chaque étage.

VI-5-1 - ETUDE DE LA PHASE CONTINUE



Sur le schéma ci-contre on a illustré l'écoulement de la phase continue entre les étages $n-1$ et $n+1$. Les débits de phase continue sortant de l'étage n ont pour expressions :

$$\left. \begin{aligned} Q_n^+ &= A (1-\phi_n) \cdot \left\{ \frac{Uc^n}{2} + \frac{D_n}{\delta h} \right\} \\ Q_n^- &= A (1-\phi_n) \cdot \left\{ -\frac{Uc^n}{2} + \frac{D_{n-1}}{\delta h} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (6-63)$$

Comme précédemment, lorsque le modèle à bacs avec débit de retour n'est plus valable, on bascule sur un modèle à bacs en cascade, tel que :

$$\left. \begin{aligned} Q_n^+ &= 0 & Q_n^- &= -A (1-\phi_n) Uc^n & \text{si } Uc^n < 0 \\ Q_n^- &= 0 & Q_n^+ &= A \cdot (1-\phi_n) \cdot Uc^n & \text{si } Uc^n > 0 \end{aligned} \right\} \quad (6-64)$$

Le bilan sur le soluté pour l'étage n s'écrit :

$$\begin{aligned}
 A \cdot \delta h \cdot \frac{d}{dt} \{ (1-\phi_n) y_n \} = & Q_{n-1}^+ \cdot y_{n-1} + Q_{n+1}^- \cdot y_{n+1} - (Q_n^+ + Q_n^-) \cdot y_n \\
 & - A \cdot \delta h \cdot \sum_{di} K_c(di) \cdot \frac{6 \cdot P_n(di)}{\delta h} \cdot \{ y_n - m \cdot x_n(di) \}
 \end{aligned} \quad (6-65)$$

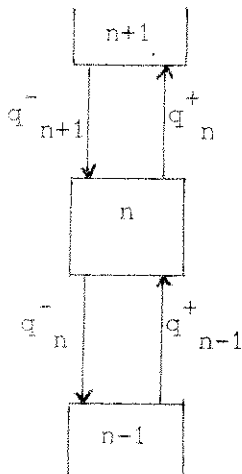
Dans l'hypothèse du modèle à bacs avec débit de retour, on peut expliciter les débits de phase continue, et on obtient :

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \{ (1-\phi_n) \cdot y_n \} = & (1-\phi_{n-1}) \cdot y_{n-1} \left\{ \frac{U_c^{n-1}}{2 \cdot \delta h} + \frac{D_{n-1}}{\delta h^2} \right\} + (1-\phi_{n+1}) y_{n+1} \left\{ - \frac{U_c^{n+1}}{2 \cdot \delta h} + \frac{D_n}{\delta h^2} \right\} \\
 & - \frac{D_n + D_{n-1}}{\delta h^2} \cdot (1-\phi_n) \cdot y_n - \zeta_n
 \end{aligned} \quad (6-66)$$

Dans cette équation, seul le terme ζ_n doit être évalué à partir des variables P_n , y_n , $x_n(di)$; les autres termes ont déjà été rencontrés dans le modèle hydrodynamique et il suffit de remplacer la variable $(1-\phi_n)$ par le produit $(1-\phi_n) \cdot y_n$.

L'étude des conditions, en tête de colonne, en pied et aux alimentations corrobore cette constatation : toutes les relations nécessaires peuvent être empruntées au modèle hydrodynamique en faisant cette substitution de variable.

VI-5-2 - ETUDE DE LA PHASE DISPERSEE. ETAGE n



On a repris le schéma de l'écoulement d'une classe de gouttes présenté au paragraphe III-3-2. Pour le modèle avec transfert de matière, il suffit d'effectuer un bilan matière sur le soluté à partir de cette description de la phase dispersée. Ce bilan se présente sous la forme :

$$A \cdot \delta h \frac{d}{dt} \{P_n \cdot x_n\} = q_{n-1}^+ \cdot x_{n-1} + q_{n+1}^- \cdot x_{n+1} - (q_n^+ + q_n^-) \cdot x_n + A \cdot \delta h \cdot (\delta z_n + P_{Rn}^t + P_{Cn}^t) \quad (6-67)$$

Soit :

$$\frac{d}{dt} \{P_n \cdot x_n\} = P_{n-1} \cdot x_{n-1} \cdot \left\{ \frac{U_d^{n-1}}{2 \cdot \delta h} + \frac{\Delta_{n-1}}{\delta h^2} \right\} - P_n \cdot x_n \cdot \frac{\Delta_n + \Delta_{n-1}}{\delta h^2} + P_{n+1} \cdot x_{n+1} \cdot \left\{ -\frac{U_d^{n+1}}{2 \cdot \delta h} + \frac{\Delta_n}{\delta h^2} \right\} + \delta z_n + P_{Rn}^t + P_{Cn}^t \quad (6-68)$$

Sauf les termes de production qui nécessitent une étude particulière, les autres termes sont identiques à ceux apparaissant dans le modèle hydrodynamique, en remplaçant la variable P_n par la variable $P_n \cdot x_n$.

L'étude des étages de tête, de pied et situés aux alimentations, confirme ce comportement.

VI-5-3 - ETUDE DES TERMES DE PRODUCTION

VI-5-3-1 - Terme de transfert

Le transfert de matière entre la phase continue et la classe des gouttes di a été exprimé par la relation :

$$dZ_n(di) = Kc(di) \cdot \frac{6 P_n(di)}{di} \{y_n - m \cdot x_n(di)\} \quad (6-69)$$

Connaissant à chaque instant, $P_n(di)$ par le modèle hydrodynamique et le produit $P_n(di) \cdot x_n(di)$ par le modèle avec transfert, le calcul des $dZ_n(di)$ se fait sans difficulté en passant en revue toutes les classes de gouttes di , $i=1, NT$.

VI-5-3-2 - Termes de rupture

On applique une technique identique à celle du modèle hydrodynamique ; on passe en revue toutes les classes de gouttes, $i = 1, NT$, et on calcule le terme :

$$R(di) \cdot P_n(di) \cdot x_n(di) \quad (6-69)$$

qu'on retranche de la classe i ; on passe en revue toutes les classes j ,
 $1 \leq j \leq i$ et on affecte à chaque classe j , le terme d'apparition par rupture.

$$R(di) \cdot P_n(di) \cdot x_n(di) \cdot \beta_{ij} \quad (6-70)$$

VI-5-3-3 - Termes de coalescence

De la même manière, on passe en revue toutes les classes de gouttes
 $i = 1, NT$;

Pour chaque classe i , on passe en revue toutes les classes j , de $j = i$ à NT .

Pour chaque couple (i,j) , on calcule $kC(i,j)$

On retranche $kC(i,j) \cdot V_i \cdot x_n(di)$ de la classe i

$kC(i,j) \cdot V_j \cdot x_n(dj)$ de la classe j

On rajoute le terme $kC(i,j) \{V_i x_n(di) + V_j x_n(dj)\}$ à la classe k définie au
 paragraphe II-3-4-2.

VI-5-4 - INTEGRATION

Le listing du modèle avec transfert se trouve dans l'annexe 1.

Le modèle avec transfert s'est intégré dans des conditions identiques
 au modèle hydrodynamique. La dynamique des termes de transfert étant apparue
 comme non limitante, nous avons retrouvé le même pas d'intégration que précé-
 demment. Les temps de calcul ont été cependant augmentés par l'augmentation
 du nombre d'équations traitées et surtout parce que la mise en régime au point
 de vue transfert de matière est beaucoup plus longue que la mise en régime
 hydrodynamique.

VI-6 - EXPLOITATION DU MODELE AVEC TRANSFERTVI-6-1 - INTRODUCTION

Nous avons effectué des simulations dans les conditions hydrodynamiques A2 du tableau T 4-2, c'est-à-dire sans rupture ni coalescence.

Nous avons supposé que le coefficient de partage favorisait largement la phase extrait, et nous avons pris $m = 0,1$.

Dans ces conditions, on peut penser que la résistance au transfert est localisée dans la phase raffinat, soit pour nous la phase aqueuse continue. Une estimation du coefficient de transfert $K_c(d)$ peut donc être faite à partir des corrélations habituelles $Sh_c = A + B.Re_p^p.Sc^q$ (8).

$$Re_p = \frac{d.U_t.\rho_c}{\mu_c}$$

où U_t est la vitesse terminale d'une goutte de diamètre d .

Si on accepte que U_t est proportionnel à d , on peut dire que Sh_c est une fonction de d^{2p} .

p est en général compris entre $1/3$ et $1/2$; dans le cas où $p = 1/2$, Sh_c devient proportionnel à d , et donc k_c est indépendant de d .

Dans le cadre de cette étude, nous avons accepté cette hypothèse et en s'inspirant de valeurs obtenues dans notre laboratoire, nous avons pris :

$$K_c(d) = K_c = 2.10^{-4} \text{ m/s}$$

Nous nous sommes placé dans le cas où la phase dispersée devait extraire un soluté dont la concentration dans la phase continue à l'alimentation était $y_e = 50 \text{ g/l}$.

Nous avons choisi d'effectuer cette extraction sur la colonne de 1,38 m de haut, en maintenant dans toutes les simulations un facteur d'extraction ϵ égal à 1,25.

Nous avons donc conservé le rapport des débits constant et égal à $1/8$.

Nous avons observé les résultats obtenus en fonction du débit de phase continue admis, en faisant varier cette grandeur entre 20 l/h et 100 l/h.

VI-6-2 - ANALYSE TRANSITOIRE

Nous sommes toujours parti d'une colonne remplie de la phase aqueuse à traiter et nous avons examiné la mise en régime de l'installation au point de vue hydrodynamique et transfert de matière.

Nous avons porté sur la figure 6-1 les résultats obtenus pour le couple de débits $Q_c = 80$ l/h, $Q_d = 10$ l/h.

Sur cette figure nous avons représenté l'évolution au cours du temps de la retenue de phase dispersée sur les étages 1, 8, 18 et 33 et de la concentration de la phase continue aux mêmes étages.

On peut donc remarquer que les deux processus ont une dynamique comparable ; au bout de 10', on peut considérer que la colonne a atteint un régime permanent ; cependant, nous avons observé que pour que les bilans de matière soient satisfaits avec précision, il fallait environ 20'. Les temps sont tout à fait comparables à ceux qu'on observe en général sur des colonnes expérimentales.

VI-6-3 - ETUDE DES PROFILS DE CONCENTRATION ET DE L'EFFICACITE

Sur les figures 6-2 à 6-4, nous avons porté les profils de concentration le long de la colonne ; la phase dispersée est représentée par la concentration moyenne \bar{x} (h) multipliée par le coefficient de partage m . Chaque figure correspond à un débit de phase continue différent.

On retrouve des allures bien connues, avec les sauts de concentration caractéristiques aux entrées des phases.

On peut noter que le saut de concentration à l'entrée de la phase continue diminue quand on augmente le débit total admis, alors que le saut de concentration à l'entrée de la phase dispersée suit une évolution inverse. Pour $Q_c < 60$ l/h, on observe simultanément que le transfert de matière s'accroît lorsqu'on augmente la charge.

On remarque également que sous le distributeur de phase dispersée, les fines de phase dispersée entraînées, tendent à se saturer et sortent pratiquement à l'équilibre avec la phase continue qui les entraîne.

Sur la figure 6-5 nous avons porté le nombre d'unités de transfert apparent en fonction du débit de phase continue ; sur la même figure nous avons porté l'évolution du critère d'engorgement $|a - a_{\max}|$ défini au paragraphe IV-4-1.

La croissance du $(NUT)_a$, jusqu'à $Q_c = 65$ l/h, confirme les observations faites précédemment.

Par contre, à partir de $Q_c = 70$ l/h, on observe simultanément un point d'engorgement dans la colonne et une diminution du $(NUT)_a$. On confirme ainsi, à partir des simulations effectuées avec transfert de matière, les conclusions qui avaient été faites à partir de l'analyse de l'hydrodynamique de la colonne.

Ce résultat est à rapprocher de celui obtenu expérimentalement dans l'étude d'optimisation du point de fonctionnement d'une installation devant épurer une eau phénolée⁽⁹⁾. Sur la figure 6-6, nous avons porté l'évolution du $(NUT)_a$ expérimental en fonction du débit de phase continue, à facteur d'extraction constant et pour des conditions d'agitations données. Les évolutions sont tout à fait comparables et dans les deux cas l'optimum de fonctionnement peut être associé à la limite des conditions d'engorgement.

Sur la figure 6-5 nous avons également porté la valeur du débit maximal admissible selon THORNTON, soit $Q_d = 54,5$ l/h. On retrouve là le fait qu'en ne prenant pas en compte le mélange axial, l'analyse de THORNTON sous-estime la capacité de la colonne.

VI-6-4 - ETUDE DES DISTRIBUTIONS DE CONCENTRATION DANS LA PHASE DISPERSEE

Nous avons porté sur les figures 6-7 à 6-9 les distributions de concentration dans la phase dispersée, représentées par les valeurs $m \cdot \bar{x}(h, d)$.

Sur chaque figure les six courbes correspondent aux égages 8, 12, 18, 24, 30 et 34 et on trouve également la concentration de la phase continue pour ces étages. Chaque figure correspond à un débit de phase continue différent.

Le résultat le plus significatif est que les petites gouttes sont pratiquement saturées à tous les niveaux, tandis que les grandes gouttes échangent très peu avec la phase continue.

Ce résultat est logique puisque nous avons effectué nos études en l'absence de rupture et de coalescence. Il serait certainement intéressant d'évaluer l'homogénéisation du soluté dans la phase dispersée quand ces deux mécanismes interviennent.

VI-6-5 - CONCLUSIONS

Bien qu'incomplète notre étude du transfert de matière a permis de mettre en exergue quelques comportements intéressants.

Nous voulons retenir qu'en l'absence de rupture et de coalescence, on ne peut ignorer les distributions de concentrations dans la phase dispersée et il serait intéressant de chercher à savoir à partir de quel niveau de rupture et de coalescence l'hypothèse d'une phase dispersée est homogène en concentration devient raisonnable.

Nous voulons également retenir l'existence d'un optimum d'efficacité au point d'engorgement de l'installation : ce résultat établi ici en l'absence de rupture et de coalescence est, nous le savons, d'une portée beaucoup plus générale.

o

o o

- CHAPITRE VI -

BIBLIOGRAPHIE

- 1 - JIRICNY V., KRATKY M., PROCHAZKA J. - Summer School of Varna (1979)
 - 2 - MIYAUCHI T., VERMEULEN T. - Ind. Engng. Chem. Fund., 2, 113 (1963)
 - 3 - CHARTRES R.H., KORCHINSKY W.J. - Trans. I. Chem. E., 53, 247 (1975)
 - 4 - ROD V. - Br. Chem. Eng., 11, 483 (1966)
 - 5 - MISEK T., MAREK J. - Br. Chem. Eng., 15, 202 (1970)
 - 6 - OLNEY R.B. - A.I.Ch.E. Journal, 10 (6), 827 (1964)
 - 7 - THORNTON J.D., PRATT H.R.C. - Trans. I. Chem. E., 31, 249 (1953)
 - 8 - CASAMATTA G., CARRIER J., MURATET G. - Rapport de fin de contrat D.G.R.S.T.
N° 77 7 0889, Juillet 1980.
 - 8 - MOLINIER J. - Thèse de Doctorat ès Sciences Physiques, Septembre 1976,
I.N.P. Toulouse, p. 74, Tableau III-1
-

- CHAPITRE VII -

CONCLUSIONS

Au cours de ce travail nous avons proposé un modèle du comportement de la population des gouttes dans une colonne d'extraction liquide-liquide.

Nous avons, dans un premier temps, établi un modèle hydrodynamique prenant en compte les mécanismes de TRANSPORT, de RUPTURE et de COALESCENCE des gouttes ; sur la base de l'analyse hydrodynamique, nous avons ensuite mis au point un modèle avec transfert de matière.

Nous avons cherché à situer notre approche par rapport aux modèles traditionnels ; nous avons clairement énoncé les hypothèses nécessaires pour retrouver les travaux théoriques antérieurs et donc mis en exergue leurs limitations.

Notre souci étant d'aboutir à une compréhension du fonctionnement d'une colonne dans des conditions industrielles, nous avons consacré un effort important à la description de l'opération au voisinage des conditions d'engorgement ; nous avons confronté les résultats obtenus avec ceux d'une étude effectuée parallèlement sur l'optimisation du point de fonctionnement d'une colonne pulsée devant assurer le déphénolage des eaux usées. La validité du modèle a été également testée en comparant ses prédictions avec des résultats expérimentaux obtenus par ailleurs au laboratoire sur une colonne pulsée fonctionnant à faible taux de rétention de phase dispersée.

Avant d'aborder les perspectives ouvertes pour la conception et le dimensionnement des colonnes d'extraction, nous voulons rappeler les conclusions pratiques qui peuvent être tirées, à partir de cette étude, sur le fonctionnement de ces installations.

- On ne peut considérer que le lit de phase dispersée s'établir de manière homogène dans la colonne, c'est-à-dire avec une retenue et une distribution des tailles de gouttes constante le long de l'installation, que pour des

très faibles charges. Au voisinage des conditions d'engorgement, c'est-à-dire dans des conditions industrielles de fonctionnement, il s'établit des hétérogénéités importantes des propriétés le long de la colonne. Les conditions dans lesquelles celles-ci apparaissent, dépendent du mélange axial auquel la phase dispersée est soumise, de la rupture et de la coalescence des gouttes.

D'une manière générale, on peut remarquer une accumulation de la phase dispersée au voisinage du distributeur et on découvre alors que le mélange axial joue un rôle très important sur l'écoulement de la phase dispersée : un mélange axial important peut déplacer considérablement les conditions d'engorgement d'une colonne et nous pensons que le fait d'estimer le point d'engorgement à partir de l'analyse de THORNTON conduit à sous-estimer sensiblement la capacité de l'installation.

D'un point de vue pratique, ces indications peuvent amener à chercher à concevoir les colonnes mécaniquement agitées avec un garnissage non uniformément réparti dans la colonne. Dans les zones où l'accumulation de phase dispersée tend à être forte, on pourrait aérer le garnissage de manière à y diminuer la rupture.

D'un point de vue théorique, ces résultats permettent de douter que la population des gouttes puisse être décrite directement par une propriété moyenne le long de la colonne.

- Nous pensons avoir traduit clairement l'engorgement d'une colonne ; nous sommes convaincu qu'il faut distinguer l'apparition d'un point d'engorgement dans l'appareil et l'entraînement de la phase dispersée.

Si la coalescence joue un rôle notable, l'entraînement de phase dispersée n'augmente pas progressivement avec la charge, même si la population des gouttes est fortement distribuée.

L'apparition d'un point d'engorgement dans la colonne, que nous avons appelé point de charge maximal se manifeste par l'apparition d'un lit dense sous le distributeur ; quand on augmente les débits au-delà de ce point de charge, ce lit se propage rapidement vers le pied de colonne, mais l'entraînement de la phase dispersée n'apparaît que bien au-dessus du point de charge maximal.

Il existe donc une plage d'opérations entre le point de charge maximal et le point d'entraînement : l'amplitude de cette plage dépend, en particulier, du distributeur et de la géométrie du pied de colonne.

- Ces comportements ont été pleinement confirmés par les observations expérimentales effectuées en vue de l'optimisation du point de fonctionnement d'une colonne pulsée.

L'analyse des résultats obtenus avec cette colonne a montré de plus que l'efficacité de la séparation était maximale au point de charge maximale.

Notons enfin que les simulations effectuées en l'absence de rupture et de coalescence, avec le modèle avec transfert de matière, ont permis d'observer une évolution du nombre d'unités de transfert apparent en fonction de la charge, très semblable aux résultats expérimentaux.

- Toutes ces indications constituent un faisceau convergent de preuves que l'opération d'une colonne est pratiquement entièrement contrôlée par son hydrodynamique et confirment l'intérêt qu'il y a à décrire convenablement le comportement de la phase dispersée.

Nous pouvons conclure que cet objectif a été atteint et qu'en utilisant des lois simples pour les mécanismes fondamentaux de l'établissement du lit de gouttes, nous avons pu appréhender et décrire les aspects principaux du fonctionnement d'une colonne, notamment dans les plages de fonctionnement intéressantes d'un point de vue industriel.

Au terme de cette étude, nous pouvons nous demander également si le modèle que nous avons proposé pourra également apporter une contribution décisive à la conception et au dimensionnement d'une colonne d'extraction liquide-liquide. Nous pensons que le modèle intègre de manière satisfaisante les mécanismes de transport des gouttes, de rupture et de coalescence et de mélange axial.

La question peut donc se poser dans les termes suivants :

Est-on capable, à l'heure actuelle, pour un système donné et une géométrie de colonne donnée, de prédire les lois régissant ces quatre processus fondamentaux ?

Nous pensons que la réponse doit être nuancée, en examinant séparément chacun d'eux.

- L'utilisation du modèle piston-diffusion avec un coefficient de diffusion turbulente unique pour les deux phases simplifie considérablement le problème de la détermination du mélange axial. Ce coefficient de diffusion

turbulente peut être estimé avec une précision suffisante par une étude de la phase continue seule et on dispose dans la littérature scientifique d'un grand nombre de corrélations utiles.

- Le transport des gouttes doit être exprimé à partir de la vitesse limite de déplacement d'un globule unique et d'un coefficient qui traduit l'influence de la colonne ; nous avons repris à ce niveau une analyse classique et nous pensons que les corrélations qui avaient été établies antérieurement pour exprimer la vitesse relative ou la vitesse caractéristique de la phase dispersée pourraient être utilisées de nouveau.

- Pour la rupture et la coalescence, le problème est plus complexe.

Ces deux processus sont très sensibles à la présence d'impuretés et au transfert de matière : si on trouve quelques résultats dans le cas de cuves mécaniquement agitées, peu d'informations sont disponibles dans le cas des colonnes.

En ce qui concerne la rupture, les études de LAULAN et nos propres recherches effectuées à partir des résultats expérimentaux de PAKDEE PATRAKORN, nous permettent de penser qu'il est possible de proposer des lois de rupture simples dans le cas des colonnes mécaniquement agitées.

Cependant, des efforts restent nécessaires et des études se poursuivent dans ce sens dans notre équipe ; elles visent essentiellement à la mise au point de petites manipulations à l'échelle de la paillasse permettant de déterminer des lois de rupture, pour un système donné et une géométrie de colonne donnée.

En ce qui concerne la coalescence, les résultats présentés dans la littérature sont très dispersés et l'intérêt des travaux fondamentaux est très limité pour une application au cas des colonnes d'extraction.

Nous pensons qu'il faudrait poser le problème d'une manière très empirique, toujours sur la base de petites expériences de laboratoire, ayant pour but de caractériser la tendance d'un système donné à coalescer, dans des conditions d'agitation données. Ces expériences pourraient servir de base à l'évaluation des paramètres d'un modèle de coalescence simple, tel que celui que nous avons proposé dans notre étude.

**COMPORTEMENT
DE LA POPULATION DES GOUTTES
DANS UNE COLONNE D'EXTRACTION :
TRANSPORT, RUPTURE, COALESCENCE,
TRANSFERT DE MATIERE**

ANNEXES

Gilbert CASAMATTA

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE 1 : LISTINGS DES PROGRAMMES FORTRAN

ANNEXE 2 : TRAITEMENT STATISTIQUE DES POPULATIONS DE PARTICULES

ANNEXE 3 : TABLEAUX ET FIGURES

ANNEXE 4 : FIGURES TIREES D'AUTRES TRAVAUX

ANNEXE 5 : NOMENCLATURE

ANNEXE 1

LISTINGS DES PROGRAMMES FORTRAN

1-1 - RESOLUTION DU MODELE HYDRODYNAMIQUE

1-2 - INTEGRATION PAR "FALSE TRANSIENT METHOD"

1-3 - INTEGRATION PAR RUNGE ET KUTTA MERSON MODIFIE

1-4 - RESOLUTION DU MODELE AVEC TRANSFERT

```

SUBROUTINE DERIV(Y,DE,T,NL,NC)
DIMENSION Y(NL,NC),DE(NL,NC),P(30)
COMMON/DE1/UC(34),U(34),F(30),DP(30),VP(30),DH(34)
COMMON/DE2/NE,NT,NAC,NAD,QCSA,QDSA,QTSA,CK
COMMON/DER/JR,RK,ALFAR,DMAX(30),KRUP(30),OMER(30)
COMMON/DEC/OKCO(14,14),JC,CKC1,CKC2
COMMON/RK/PHI(34),ISTOP,DECAL,NG,TRD,INSTOP
COMMON/FOLK/E(34,8)
DPSUP=3.E-3
DO 1 I=1,NE
DO 1 J=1,NT
Y(I,J)=Y(I,J)-DECAL
1 CONTINUE
NADP=NAD+1
NACP=NAC+1
NE1=NE-1

```

C C C CALCUL DES TAUX DE RETENTION

```

DO 20 I=1,NE
TOT=0.0
DO 10 J=1,NT
TOT=TOT+Y(I,J)
20 PHI(I)=TOT

```

C C C CALCUL DE UC, MOITIE DE LA VITESSE DE LA PHASE CONTINUE

```

DO 40 I=1,NE
TOT=0.0
DO 30 J=1,NT
TOT=TOT+Y(I,J)*DP(J)
40 UC(I)=-CK*(1.-PHI(I))*TOT
QTSA=-UC(NE)
DO 50 I=1,NAD
UC(I)=(UC(I)+QTSA-QDSA-QCSA)/2.
DO 60 I=NADP,NAC
UC(I)=(UC(I)+QTSA-QCSA)/2.
DO 70 I=NACP,NE
UC(I)=(UC(I)+QTSA)/2.
QSA=(QCSA+QDSA-QTSA)

```

C C C CALCUL DES DERIVEES

```

DO 300 J=1,NT
CKS2DP=CK*DP(J)/2.
I=1
GO TO 150
100 DE(I,J)=(Y(2,J)*VNM-Y(1,J)*(VNP+QSA))/DH(1)
DO 120 I=2,NE1
GO TO 150
110 DE(I,J)=(Y(I+1,J)*VNM+Y(I-1,J)*VAP-Y(I,J)*(VNP+VAM))/DH(1)
IF(I.EQ.NAD) DE(I,J)=DE(I,J)+QDSA*F(J)/DH(I)
120 CONTINUE
DE(NE,J)=(Y(NE1,J)*VNP-Y(NE,J)*(VNM+CK*(1.-PHI(NE))*DP(J)))/DH(NE)
GO TO 300
150 VAP=VNP
VAM=VNM
VNM=0.
VNP=CKS2DP*(1.-PHI(I))+UC(I)+D(I)
IF(I.EQ.NAD) VNP=VNP+QDSA/2.
IF(I.EQ.NAC) VNP=VNP+QCSA/2.
IF(VNP.GT.0.) GO TO 250
VNM=-VNP
VNP=0.
250 VNM=VNM-CKS2DP*(1.-PHI(I+1))-UC(I+1)+D(I)
IF(VNM.GT.0.) GO TO 260
VNP=VNP-VNM
VNM=0.
260 CONTINUE
IF(I.EQ.1) GO TO 100
GO TO 110
300 CONTINUE
IF(T.GT.TRD) WRITE(108,6)T
6 FORMAT(SX,'TEMPS=',E12.4)

```

C C C ETUDE DE LA RUPTURE

```

DO 340 I=1,NE
IF(T.GT.TRD) WRITE(108,305)(DE(I,J),J=1,NT)
305 FORMAT(/,SX,'DERIVEES',E12.4,/)
DO 310 J=1,NT
P(J)=0.0
IF(JR.NE.1) GO TO 321

```

```

IF(I.LT.NAD) GO TO 321
DO 320 J=2,NT
IF(DP(J).GT.DPSUP) GO TO 311
TRR=RX*OMAX(J)
311 TR=TRR*Y(I,J)
P(J)=P(J)-TR
K=KRUP(J)
P(K)=P(K)+TR*OMER(J)
P(K+1)=P(K+1)+TR*(1.-OMER(J))
320 CONTINUE
IF(I.GT.TRD) WRITE(108,315)(P(J),J=1,NT)
315 FORMAT(SX,' TERMES DE RUPTURE=',8E12.4)
321 CONTINUE

C
C
C   ETUDE DE LA COALESCENCE
IF(JC.NE.1) GO TO 326
NT1=NT-1
DO 325 J=1,NT
DO 325 J1=J,NT
IC=0
IF(Y(I,J).GT.1.E-10.AND.Y(I,J1).GT.1.E-10) GO TO 322
GO TO 323
322 CONTINUE
TC=CKC1+CKC2*CK*(DP(J1)-DP(J))*(DP(J)+DP(J1)/2.)*(DP(J)+DP(J1)/2.)
S*3.14159/VP(J)/VP(J1)
TC=TC*Y(I,J)*Y(I,J1)
323 CONTINUE
P(J)=P(J)-TC*VP(J)
P(J1)=P(J1)-TC*VP(J1)
VPC=VP(J)+VP(J1)
K=IFIX(OKCO(J,J1))
OMEC=OKCO(J,J1)-FLOAT(K)
IF(K.EQ.NT) OMEC=0
P(K)=P(K)+TC*(1.-OMEC)*VPC
IF(K.NE.NT) P(K+1)=P(K+1)+TC*OMEC*VPC
325 CONTINUE
IF(I.GT.TRD) WRITE(108,336)(P(J),J=1,NT)
336 FORMAT(SX,' TERMES DE COALES=',8E12.4)
326 CONTINUE
DO 330 J=1,NT
DE(I,J)=DE(I,J)+P(J)
IF(I.GT.TRD) WRITE(108,305)(DE(I,J),J=1,NT)
330 CONTINUE
DO 3 I=1,NE
DO 3 J=1,NT
DE(I,J)=DE(I,J)*E(I,J)
3 Y(I,J)=Y(I,J)+DECAL
IF(I.GT.TRD) TRD=10.*TRD
RETURN
END

```

ROUTINES **

LEVEL 0 **

```

SURROUTINE FALTRA(NL,NC,HC,ERRMAX,YI,YT,DER,ERR)
DIMENSION YI(NL,NC),YT(NL,NC),DER(NL,NC),ERR(NL,NC)
COMMON/DE2/NE,NT,NAC,NAD,QCSA,QDSA,RTSA,CK
COMMON/RK/PHI(34),ISTOP,DECAL,NG,TRD,INSTOP
COMMON/FOLK/E(34,8)
TRD=10.

```

INITIALISATION

```

NOPA=0
MNOPA=160
CALL DERIV(YI,DER,T,NL,NC)
DO 15 I=1,NL
DO 15 J=1,NC
IF(DER(I,J).LT.1.E-20)GO TO 10
E(I,J)=0.01*YI(I,J)/DER(I,J)
GO TO 15
10 E(I,J)=10.*HC
15 CONTINUE
20 CONTINUE

```

CALCUL DU NOUVEAU POINT

```

DO 30 I=1,NL
DO 30 J=1,NC
YT(I,J)=YI(I,J)+DER(I,J)*E(I,J)
IF(YT(I,J).LT.DECAL) YT(I,J)=DECAL
30 CONTINUE
DO 33 I=1,NL
SOM=0.
DO 31 J=1,NC
YT(I,J)=YT(I,J)-DECAL
31 SUM=SOM+YT(I,J)
PHI(I)=SUM
DO 32 J=1,NC
IF(PHI(I).GT.0.9) YT(I,J)=YT(I,J)*0.9/PHI(I)
YT(I,J)=YT(I,J)+DECAL
32 CONTINUE
33 CONTINUE
CALL DERIV(YT,ERR,T,NL,NC)

```

TEST DE CONVERGENCE GLOBALE

```

SOM=0.
DO 35 I=1,NL
DO 35 J=1,NC
DEP=DER(I,J)
IF(DER(I,J).LT.1.E-20) DEP=1.E-20
SUM=SOM+ABS(ERR(I,J)/DEP)
35 CONTINUE
IF(SOM.LT.FLOAT(NL*NC))GO TO 50

```

AMELIORATION DU PAS ET NOUVEAU CALCUL

```

DO 40 I=1,NL
DO 40 J=1,NC
ECAR=ABS(ERR(I,J))-ABS(DER(I,J))
SIGN=ERR(I,J)*DER(I,J)
IF(ECAR.LT.0. AND.SIGN.GT.0.) GO TO 50
IF(ECAR.GE.0. AND.SIGN.GT.0.) E(I,J)=E(I,J)*2.
IF(SIGN.LT.0.) E(I,J)=E(I,J)/ABS(ERR(I,J)-DER(I,J))*ABS(DER(I,J))
40 CONTINUE
GO TO 20
50 CONTINUE

```

TEST D'ARRET

```

IL=0
DO 60 I=1,NL
DO 60 J=1,NC
YTP=YT(I,J)
IF(YTP.LE.1.E-20) YTP=1.
ERT=ABS((YT(I,J)-YI(I,J))/YTP)
IF(ERT.GT.ERRMAX) IL=1
60 CONTINUE
IF(IL.EQ.0) GO TO 80

```

PASSAGE AU PAS SUIVANT

```

DO 70 I=1,NL
DO 70 J=1,NC
IF(ABS(ERR(I,J)+DER(I,J)).LT.1.E-20) GO TO 65
E(I,J)=E(I,J)*ABS(ERR(I,J)/(ERR(I,J)+DER(I,J)))

```

```

      IF (E(I,J).LT.1.E-2) E(I,J)=1.E-2
65  CONTINUE
      YI(I,J)=YT(I,J)
      DER(I,J)=ERR(I,J)
70  CONTINUE
      NOPA=NOPA+1
      IF (NOPA.EQ.MNOPA) GO TO 80
      GO TO 20

      IMPRESSIONS

80  CONTINUE
      MNOPA=MNOPA+10
      DO 90 I=1,NL
      SOM=0.
      DO 85 J=1,NC
      YT(I,J)=YI(I,J)-DE CAL
85  SOM=SOM+YI(I,J)-DECAL
90  PHI(I)=SOM
      WRITE(108,100) NOPA
100  FORMAT(/,5X,'NB D ITERATIONS',I4)
      WRITE(108,105)
105  FORMAT(5X,19(1H*),//)
      DO 106 I=1,NL
106  WRITE(108,107) (E(I,J),J=1,NC)
107  FORMAT(20X,8E10.4)
      WRITE(108,108)
108  FORMAT(/,50X,'TAUX DE RETENTION',//)
      WRITE(108,109) (PHI(I),I=1,NL)
109  FORMAT(25X,1H*,G12.4,1H*,G12.4,1H*,G12.4,1H*,G12.4,1H*,G12.4,1H*,G12.4,1H*)
      WRITE(108,110)
110  FORMAT(/,50X,'LOI DE DISTRIBUTION',//)
      DO 150 I=1,NL
      WRITE(108,160) I
      WRITE(108,161) (YT(I,J),J=1,NC)
      IF (PHI(I).LT.1.E-6) GO TO 150
      DO 140 J=1,NC
140  YT(I,J)=YI(I,J)/PHI(I)
      WRITE(108,161) (YT(I,J),J=1,NC)
150  CONTINUE
160  FORMAT(/,60X,1H*, 'ETAGE',I4,1H*,//)
161  FORMAT(5X,8E15.4)
      IF (IL.EQ.1) GO TO 20
      RETURN
      END

```

ROUTINES **

LEVEL 0 **

```

SUBROUTINE RKMER2(TI,TF,NL,NC,ITAB,HC,ERRMAX,YI,YT,DER,ERR)
DIMENSION YI(NL,NC),YT(NL,NC),DER(NL,NC),ERR(NL,NC),YM(2,8)
COMMON/DE2/NE,NT,NAC,NAD,NCSA,NDBA,NTSA,CK
COMMON/RK/PHI(34),ISTOP,DECAL,NG,TRD,INSTOP
COMMON/FOLK/E(34,8)

```

INITIALISATION

```

INSTOP=0
HSTOP=HC/2.**15.
T=TI
TIMP=TI
DT=(TF-TI)/FLOAT(ITAB-1)
H=HC
ISTUZ=ISTOP
TRD=TI+1.E-1
TRDV=TI+(TF-TI)/2.
OTKDV=(TF-TI)/3.
300 CONTINUE
IF(ABS(TIMP).LE.1.E-20)ERT=0.
IF(ABS(TIMP).GT.1.E-20)ERT=ABS((T-TIMP)/TIMP)
IF(ERT.LT.1.E-5)GO TO 300

```

ATTENTION MODIF POUR ETUDE DYNAMIQUE

```

IF((T+H).GE.TIMP)TIMP=T+H
ALGORITHME DE MERSON D ORDRE QUATRE

```

```

100 CONTINUE
CALL DERIV(YI,DER,T,NL,NC)
DO 12 I=1,NL
DO 12 J=1,NC
12 YT(I,J)=YI(I,J)+DER(I,J)*H/3.
T=T+H/3
CALL DERIV(YT,ERR,T,NL,NC)
DO 13 I=1,NL
DO 13 J=1,NC
13 YT(I,J)=YI(I,J)+(DER(I,J)+ERR(I,J))*H/6.
CALL DERIV(YT,ERR,T,NL,NC)
DO 14 I=1,NL
DO 14 J=1,NC
14 YI(I,J)=YI(I,J)+(DER(I,J)+3.*ERR(I,J))*H/8.
T=T+H/6
CALL DERIV(YI,YT,T,NL,NC)
DO 15 I=1,NL
DO 15 J=1,NC
YI(I,J)=YI(I,J)-(DER(I,J)+3.*ERR(I,J))*H/8.
DER(I,J)=DER(I,J)+4.*YT(I,J)
15 YI(I,J)=YI(I,J)+(DER(I,J)-3.*ERR(I,J))*H/2.
T=T+H/2
CALL DERIV(YI,YT,T,NL,NC)
DO 16 I=1,NL
DO 16 J=1,NC
YI(I,J)=YI(I,J)-(DER(I,J)-3.*ERR(I,J))*H/2.
ERR(I,J)=(DER(I,J)-4.*ERR(I,J)-0.5*YI(I,J))*H/3.
YT(I,J)=YI(I,J)+(DER(I,J)+YT(I,J))*H/6.
IF(ABS(YI(I,J)).LE.1.E-20)ERR(I,J)=0.
IF(ABS(YT(I,J)).GT.1.E-20)ERR(I,J)=ABS(ERR(I,J)/YT(I,J))
16 CONTINUE

```

CHANGEMENT DE DYNAMIQUE

```

IL=0
DO 20 I=1,NL
DO 20 J=1,NC
IF(ERR(I,J).LT.ERRMAX)GO TO 200
E(I,J)=E(I,J)/10
WRITE(108,1)E(I,J),T,I,J
17 FORMAT(20X,'TERME DYN.',F10.4,'TEMPS',F10.4,'ETAGE',12,'CLASSE'

```

```

S,12)
T=TI
IL=1
200 CONTINUE
20 CONTINUE
IF(IL.EQ.1)GO TO 100

```

REINITIALISATION POUR LE PAS SUIVANT

```

TI=T
DO 30 I=1,NL
DO 30 J=1,NC
30 YI(I,J)=YT(I,J)

```

C
C
C

L ETAT D EQUILIBRE EST-IL ATTEINT ?

```

IF(ISTOZ.NE.1) GO TO 2600
IF(I.LI.IRDV) GO TO 2600
IKC=0
DO 2500 I=1,2
IP=NAD+1+(I-1)*(NE-NAD-1)
DO 2500 J=1,NC
EC=(YI(IP,J)-YM(I,J))/YI(IP,J)
EC=ABS(EC)
IF(EC.GT.ERRMAX) IKC=1
2500 YM(I,J)=YI(IP,J)
TRDV=TRDV+OTRUV
IF(IKC.EQ.1) GO TO 2600
ISTOZ=128
GO TO 300
2600 CONTINUE
GO TO 500

```

C
C
C

IMPRESSION

```

300 DO 320 I=1,NL
SUM=0.0
DO 310 J=1,NC
YT(I,J)=YI(I,J)-DECAL
310 SUM=SUM+YI(I,J)-DECAL
320 PHI(I)=SUM
WRITE(108,101) I
FORMAT(//,5X,'TEMPS D INTEGRATION=',G12.4)
WRITE(108,103)
103 FORMAT(5X,28(1H*))
WRITE(108,108)
108 FORMAT(//,50X,'TAUX DE RETENTION'/)
WRITE(108,109) (PHI(I),I=1,NL)
109 FORMAT(25X,1H*,G12.4,1H*,G12.4,1H*,G12.4,1H*,G12.4,1H*,G12.4,1H*,G12.4,1H*)
WRITE(108,104)
104 FORMAT(//,50X,'LOI DE DISTRIBUTION',/)
DO 50 I=1,NL
WRITE(108,110) I
WRITE(108,111) (YT(I,J),J=1,NC)
IF(PHI(I).LT=1.E-6) GO TO 50
DO 45 J=1,NC
45 YT(I,J)=YT(I,J)/PHI(I)
WRITE(108,111) (YT(I,J),J=1,NC)
50 CONTINUE
110 FORMAT(/,60X,1H*, 'ETAGE',I4,1H*,/)
111 FORMAT(5X,8E15.4)
IF(ISTOZ.EQ.128) GO TO 800
TIMP=TIMP+DT
IF(TIMP.LE.TF) GO TO 500
800 CONTINUE
IF(ISTOZ.EQ.128) WRITE(108,112)
112 FORMAT(//20X,'ETAT D EQUILIBRE ATTEINT',/)
RETURN
END

```

ROUTINES **

EVEL 0 **

```

SUBROUTINE DERIV(Y,DE,T,NL,NC)
DIMENSION Y(NL,NC),DE(NL,NC),P(30),PT(30)
COMMON/TRANSF/XF,YF,RF,TKC
COMMON/DE1/UC(34),D(34),F(30),DP(30),VP(30),DH(34)
COMMON/DE2/NE,NT,NAC,NAD,QCSA,QDSA,QTSA,CK
COMMON/DER/JR,RK,ALFAR,DMAX(30),KRUP(30),OMER(30)
COMMON/DEC/OKC0(14,14),JC,CKC1,CKC2
COMMON/RK/PHI(34),ISTOP,DECAL,NG,TRD,INSTOP,CON(34)

```

```

C
C SUPPRESSION DES IMPRESSIONS DES DERIVEES
C

```

```

TRD=5000.0

```

```

DPSUP=3.E-3

```

```

NTT=2*NT+1

```

```

DO 1 I=1,NE

```

```

DO 1 J=1,NTT

```

```

Y(I,J)=Y(I,J)-DECAL

```

```

1 CONTINUE

```

```

NADP=NAD+1

```

```

NACP=NAC+1

```

```

NE1=NE-1

```

```

C
C CALCUL DES TAUX DE RETENTION
C

```

```

DO 20 I=1,NE

```

```

TOT=0.0

```

```

DO 10 J=1,NT

```

```

10 TOT=TOT+Y(I,J)

```

```

20 PHI(I)=TOT

```

```

C
C CALCUL DE UC, MOITIE DE LA VITESSE DE LA PHASE CONTINUE
C

```

```

DO 40 I=1,NE

```

```

TOT=0.

```

```

DO 30 J=1,NT

```

```

30 TOT=TOT+Y(I,J)*DP(J)

```

```

UC(I)=-CK*(1.-PHI(I))*TOT

```

```

40 CONTINUE

```

```

QTSA=-UC(NE)

```

```

DO 50 I=1,NAD

```

```

50 UC(I)=(UC(I)+QTSA-QDSA-QCSA)/2.

```

```

DO 60 I=NADP,NAC

```

```

60 UC(I)=(UC(I)+QTSA-QCSA)/2.

```

```

DO 70 I=NACP,NE

```

```

70 UC(I)=(UC(I)+QTSA)/2.

```

```

QSA=(QCSA+QDSA-QTSA)

```

```

C
C CALCUL DES DERIVEES
C

```

```

DO 300 J=1,NT

```

```

JPNT=J+NT

```

```

CKS2DP=CK*DP(J)/2.

```

```

I=1

```

```

GO TO 150

```

```

100 DE(1,J)=(Y(2,J)*VNM-Y(1,J)*(VNP+QSA))/DH(1)

```

```

DE(1,JPNT)=(Y(2,JPNT)*VNM-Y(1,JPNT)*(VNP+QSA))/DH(1)

```

```

DO 120 I=2,NE1

```

```

GO TO 150

```

```

110 DE(I,J)=(Y(I+1,J)*VNM+Y(I-1,J)*VAP-Y(I,J)*(VNP+VAN))/DH(I)

```

```

DE(I,JPNT)=(Y(I+1,JPNT)*VNM+Y(I-1,JPNT)*VAP-Y(I,JPNT)*(VNP+VAN)

```

```

S)/DH(I)

```

```

IF(I.EQ.NAD) DE(I,J)=DE(I,J)+QDSA*F(J)/DH(I)

```



```

      IF (I.EQ.NAD) DE(I,JPNT)=DE(I,JPNT)+QDSA*F(J)*XF/DH(I)
120  CONTINUE
      VINT=CK*(1.-PHI(NE))*DP(J)
      DE(NE,J)=(Y(NE1,J)*VNP+Y(NE,J)*(VNM+VINT))/DH(NE)
      DE(NE,JPNT)=(Y(NE1,JPNT)*VNP+Y(NE,JPNT)*(VNM+CK*(1.-PHI(NE))*DP(J)
S))/DH(NE)
      GO TO 300
150  VAP=VNP
      VAM=VNM
      VNM=0.
      VNP=CKS2DP*(1.-PHI(I))+UC(I)+D(I)
      IF (I.EQ.NAD) VNP=VNP+QDSA/2.
      IF (I.EQ.NAC) VNP=VNP+QCSA/2.
      IF (VNP.GT.0.) GO TO 250
      VNM=-VNP
      VNP=0.
250  VNM=VNM-CKS2DP*(1.-PHI(I+1))-UC(I+1)+D(I)
      IF (VNM.GT.0.) GO TO 260
      VNP=VNP-VNM
      VNM=0.
260  CONTINUE
      IF (I.EQ.1) GO TO 100
      GO TO 110
300  CONTINUE
      I=1
      GO TO 1150
1000 DE(1,NTT)=(Y(2,NTT)*VNM+Y(1,NTT)*(VNP+QSA))/DH(1)
      DO 1120 I=2,NE1
      GO TO 1150
1110 DE(I,NTT)=(Y(I+1,NTT)*VNM+Y(I-1,NTT)*VAP+Y(I,NTT)*(VNP+VAM))/DH
S(I)
      IF (I.EQ.NAC) DE(I,NTT)=DE(I,NTT)+QCSA*YF/DH(I)
1120 CONTINUE
      DE(NE,NTT)=(Y(NE1,NTT)*VNP+Y(NE,NTT)*VNM)/DH(NE)
      GO TO 1300
1150 VAP=VNP
      VAM=VNM
      VNM=0.0
      VNP=UC(I)+D(I)
      IF (I.EQ.NAD) VNP=VNP+QDSA/2.
      IF (I.EQ.NAC) VNP=VNP+QCSA/2.
      IF (VNP.GT.0.) GO TO 1250
      VNM=-VNP
      VNP=0.0
1250 VNM=VNM-UC(I+1)+D(I)
      IF (VNM.GT.0.) GO TO 1260
      VNP=VNP-VNM
      VNM=0.
1260 CONTINUE
      IF (I.EQ.1) GO TO 1000
      GO TO 1110
1300 CONTINUE
      IF (T.GT.TRD) WRITE(108,6)T
6  FORMAT(5X,'TEMPS=',E12.4)
C
C  ETUDE DE LA RUPTURE
C
      DO 340 I=1,NE
      IF (T.GT.TRD) WRITE(108,305)(DE(I,J),J=1,NT)
305  FORMAT(/,5X,'DERIVEES',/E12.4,/ )
      DO 310 J=1,NT
      JPNT=J+NT
      PT(J)=6.0*TRC/DP(J)*(Y(1,NTI)*Y(I,J)/(1.-PHI(I))-RM*Y(I,JPNT))
      DE(I,NTT)=DE(I,NTT)-PT(J)

```

```

310 P(J)=0.0
   IF(JR.NE.1) GO TO 321
   IF(I.LT.NAD) GO TO 321
   DO 320 J=2,NT
   IF(DP(J).GT.DPSUP) GO TO 311
   TRR=RK*OMAX(J)
311 TR=TRR*Y(I,J)
   P(J)=P(J)-TR
   JPNT=J+NT
   PT(J)=PT(J)-TRR*Y(I,JPNT)
   K=KRUP(J)
   P(K)=P(K)+TR*OMER(J)
   P(K+1)=P(K+1)+TR*(1.-OMER(J))
   PT(K)=PT(K)+TRR*Y(I,JPNT)*OMER(J)
   PT(K+1)=PT(K+1)+TRR*Y(I,JPNT)*(1.-OMER(J))
320 CONTINUE
   IF(I.GT.TRD) WRITE(108,315) (P(J),J=1,NT)
315 FORMAT(5X,'TERMES DE RUPTURE=',8F12.4)
321 CONTINUE

C
C   ETUDE DE LA COALESCENCE
C

   IF(JC.NE.1) GO TO 326
   NT1=NT-1
   DO 325 J=1,NT
   JPNT=J+NT
   DO 325 J1=J,NT
   JPNT1=J1+NT
   TC=0.
   IF(Y(I,J).GT.1.E-10.AND.Y(I,J1).GT.1.E-10) GO TO 322
   GO TO 323
322 TC=CKC1+CKC2*CK*(DP(J1)-DP(J))*(DP(J)+DP(J1)/2.)*(DP(J)+DP(J1)/2.)
   S*3.14159/VP(J)/VP(J1)
   TC=TC-CKC1
   TC=TC*(1.-PHI(I))
   TC=TC+CKC1
   TC1=TC*Y(I,JPNT)*Y(I,J1)*VP(J)
   TC2=TC*Y(I,JPNT1)*Y(I,J)*VP(J1)
   TC=TC*Y(I,J)*Y(I,J1)
323 CONTINUE
   P(J)=P(J)-TC*VP(J)
   P(J1)=P(J1)-TC*VP(J1)
   PT(J)=PT(J)-TC1
   PT(J1)=PT(J1)-TC2
   VPC=VP(J)+VP(J1)
   K=IFIX(UKCO(J,J1))
   OMEC=OKCO(J,J1)-FLOAT(K)
   IF(K.EQ.NT) OMEC=0.
   P(K)=P(K)+TC*(1.-OMEC)*VPC
   PT(K)=PT(K)+(1.-OMEC)*(TC1+TC2)
   IF(K.NE.NT) P(K+1)=P(K+1)+TC*OMEC*VPC
   IF(K.NE.NT) PT(K+1)=PT(K+1)+OMEC*(TC1+TC2)
325 CONTINUE
   IF(I.GT.TRD) WRITE(108,336) (P(J),J=1,NT)
336 FORMAT(5X,'TERMES DE COALES =',8E12.4)
326 CONTINUE
   DO 330 J=1,NT
   JPNT=J+NT
   DE(I,JPNT)=DE(I,JPNT)+PT(J)
330 DE(I,J)=DE(I,J)+P(J)
   IF(I.GT.TRD) WRITE(108,305) (DE(I,J),J=1,NT)
340 CONTINUE
   DO 3 I=1,NE

```

```
DO 3 J=1,NTT  
3 Y(I,J)=Y(I,J)+DECAL  
IF(T.GT.TRD) TRD=10.*TRD  
RETURN  
END
```

ROUTINES **

LEVEL 0 **

ANNEXE 2

TRAITEMENT STATISTIQUE DES POPULATIONS DE PARTICULES

Nous avons utilisé, pour décrire les populations de gouttes, la variable $P(h,d)$ définie comme la densité de probabilité qu'un point au niveau h de la colonne appartienne à une goutte de diamètre d . $P^*(h,d) = \frac{P(h,d)}{\phi(h)}$ est alors la densité de probabilité qu'un point de phase dispersée, au niveau h de la colonne, appartienne à une goutte de diamètre d .

$P(h,d) \cdot \delta d$ est donc la fraction de volume occupée par les gouttes de diamètre d , au niveau h de la colonne.

On peut également caractériser une population de particules par une distribution en nombre, soit $n(h,d)$, la densité de probabilité en nombre des gouttes de diamètre d , au niveau h .

A partir de la variable $n(h,d)$ on peut proposer la définition des diamètres moyens suivants :

$$d_{pq} = \frac{\int_0^{d_{\max}} d^p \cdot n(h,d) \cdot \delta d}{\int_0^{d_{\max}} d^q \cdot n(h,d) \cdot \delta d} \quad (\text{A2-1})$$

Nous retiendrons pour notre étude, les deux diamètres suivants, d_{43} et d_{32} , définis par :

$$d_{43} = \frac{\int_0^{d_{\max}} d^4 \cdot n(h,d) \cdot \delta d}{\int_0^{d_{\max}} d^3 \cdot n(h,d) \cdot \delta d} \quad (\text{A2-2})$$

$$d_{32} = \frac{\int_0^{d_{\max}} d^3 \cdot n(h,d) \cdot \delta d}{\int_0^{d_{\max}} d^2 \cdot n(h,d) \cdot \delta d} \quad (\text{A2-3})$$

d_{32} est appelé diamètre de SAUTER ; c'est le diamètre volume-surface qui apparaît dans le calcul de l'aire d'échange.

On peut établir aisément que :

$$P^*(h,d) = n(h,d) \cdot \frac{d^3}{\int_0^{d_{\max}} d^3 \cdot n(h,d) \cdot \delta d} \quad (\text{A2-4})$$

Et, à partir des relations (A2-2, A2-3 et A2-4), on démontre que :

$$d_{43} = \int_0^{d_{\max}} d \cdot P^*(h,d) \cdot \delta d \quad (\text{A2-5})$$

$$\frac{1}{d_{32}} = \int_0^{d_{\max}} \frac{P^*(h,d) \cdot \delta d}{d} \quad (\text{A2-6})$$

ANNEXE 3

TABLEAUX ET FIGURES

TABLEAU T4-1 - PROPRIETES PHYSICO-CHIMIQUES DU BINAIRE EAU-ETHER ISOPROPYLIQUE

TABLEAU T5-1 - RESULTATS DE L'IDENTIFICATION DES PARAMETRES K , k_R , n_g
AVEC LA LOI DE RUPTURE $R(d) : k_R \left(\frac{d}{d_{\max}} - 1 \right)$

TABLEAU T5-2 - RESULTATS DE L'IDENTIFICATION DU PARAMETRE K AVEC LA LOI DE
RUPTURE $R(d) = k_R \cdot d^\alpha$; INFLUENCE DE AF.

TABLEAU T5-3 - RESULTATS DE L'IDENTIFICATION DU PARAMETRE n_g AVEC LA LOI DE
RUPTURE $R(d) : k_R \cdot d^\alpha$; INFLUENCE DE AF

FIGURES 3-1 et 3-2 - FIGURES DU CHAPITRE 3

FIGURES 4-1 à 4-49 - FIGURES DU CHAPITRE 4

FIGURES 5-1 à 5-42 - FIGURES DU CHAPITRE 5

FIGURES 6-1 à 6-9 - FIGURES DU CHAPITRE 6

TABLEAU T4-2 - CONDITIONS DES SIMULATIONS PRESENTEES AU CHAPITRE 4

TABLEAU T 4-1

	Eau	Ether isopropylique
Masse volumique à 20°C kg/m ³	1000	723
Viscosité à 20°C Pl . 10 ³	1,0	0,38
Tension superficielle dyne/cm	72,6	32,0
Tension interfaciale dyne/cm		17
Solubilité mutuelle (% poids)	0,6	0,9

TABLEAU T 5-1

Critère (5-6)

dmax st	$C^* \cdot 10^6$	$K s^{-1}$	k_R	n_g
1,35	6,0	41,2	1,26	10,8
1,30	2,2	33,5	.48 ₆	9,33
1,138	2,4	33,4	.318	9,2
1,03	2,6 ₅	32,8	.20 ₆	9,4

Critère (5-7)

dmax st	C^*	$K s^{-1}$	k_R	n_g
1,35	0,21	34,4	.57	12,5 ₅
1,30	0,17	35,2	.51	9,4
1,13	0,17 ₅	35,5	.374	9,25

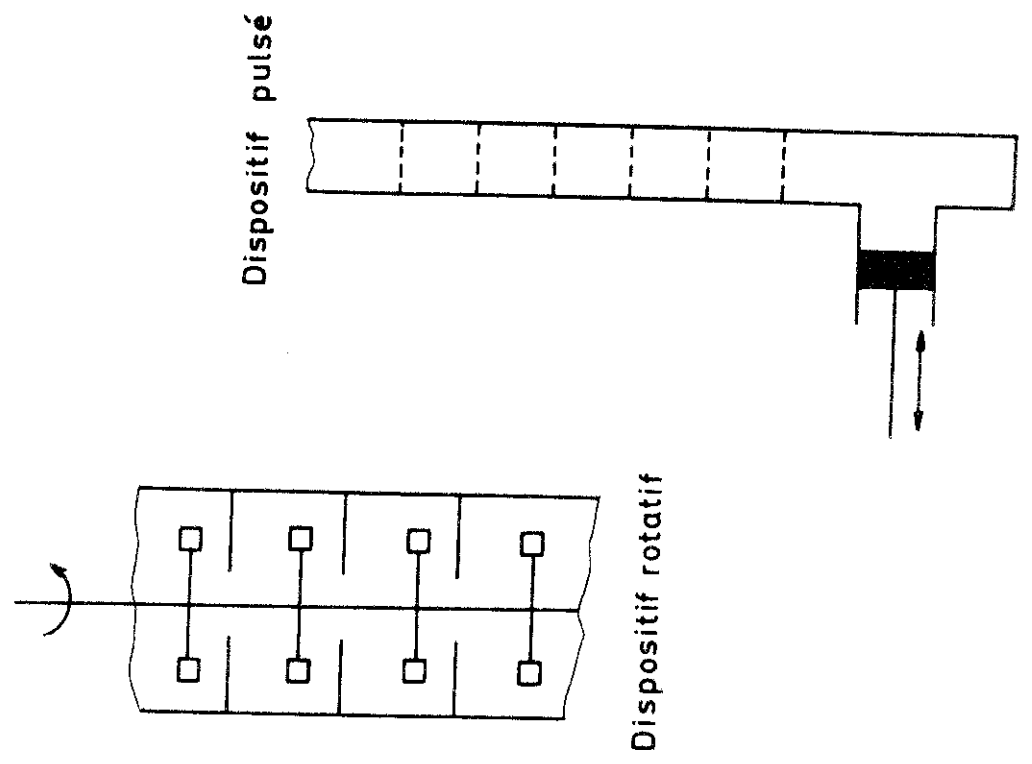
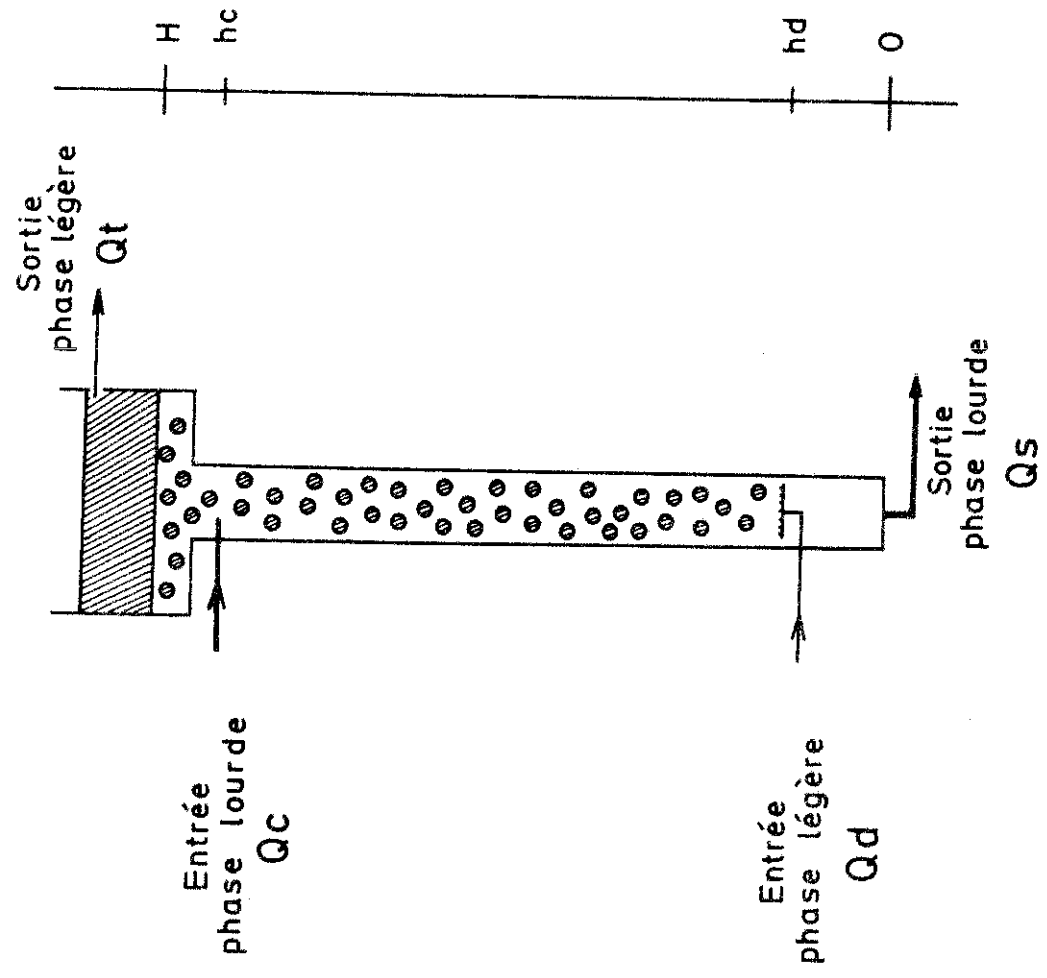
TABLEAU T 5-2

<div>AF cm/s</div> <div>α</div>	2,334	3,0	3,334	4,0 (4/1)	4,0 (3 $\frac{8}{6}$)
4	36,8	36,35	-	36,7	-
5	36,8	36,23	36,13	35,12	33,4
6	36,7	36,70	35,34	37,4	34,2
7	36,4	36,9	35,8	37,45	35,2
8	36,4	37,1	-	37,34	35,3
9	36,0	37,3	-	36,6	35,12

TABLEAU T 5-3

<div>AF cm/s</div> <div>α</div>	2,334	3,0	3,334	4,0 (4/1)	4,0 (3 $\frac{8}{6}$)
4	3,45	2,385	-	2,38	-
5	3,46	2,41	2,86	3,7	2,46
6	3,45	2,58	3,5	4,71	2,68
7	3,41	2,70	3,4	4,12	4,46
8	3,41	2,81	-	4,75	5,16
9	3,37	2,89	-	6,95	5,49

FIGURE 3-1



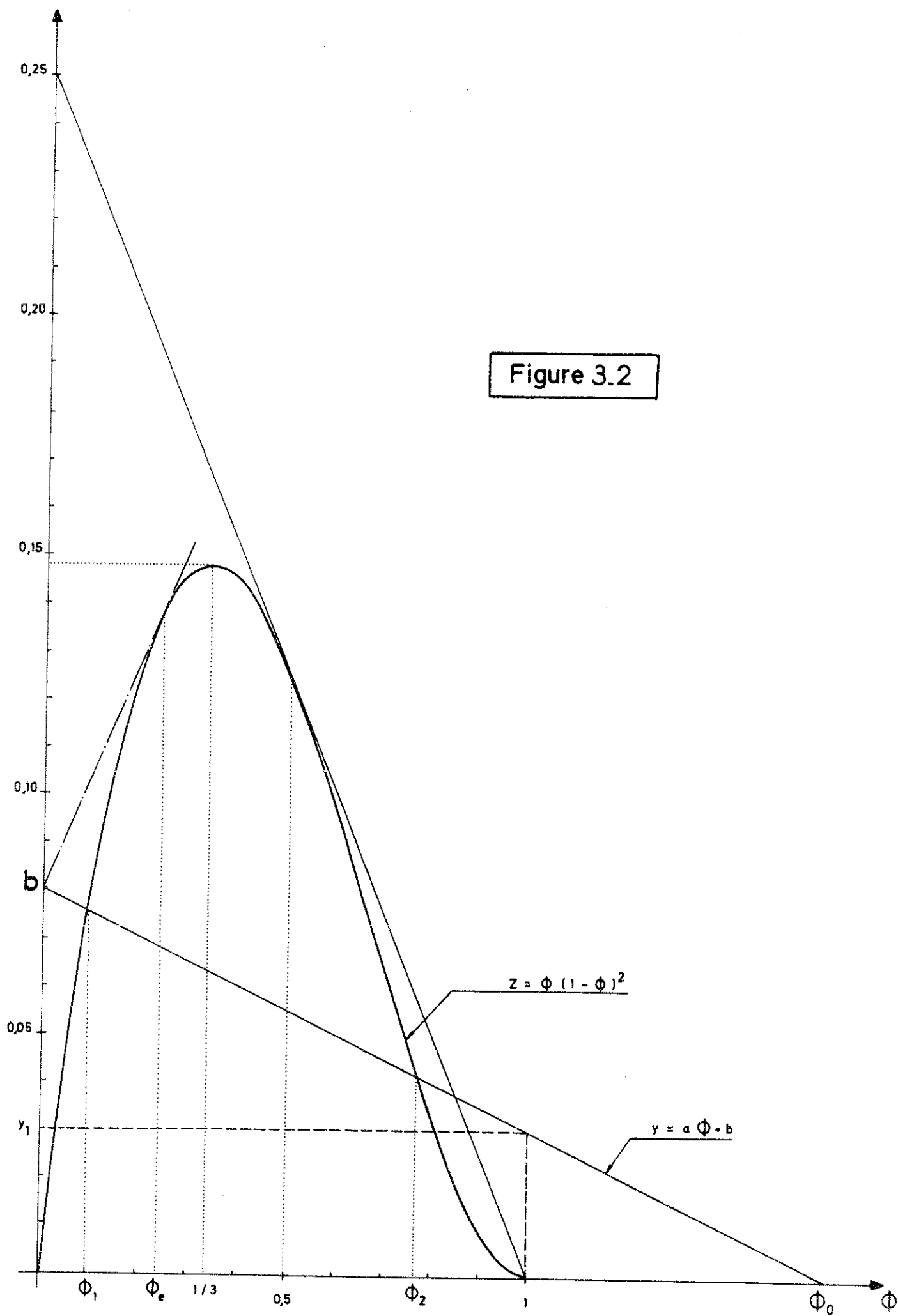


FIGURE 4.1

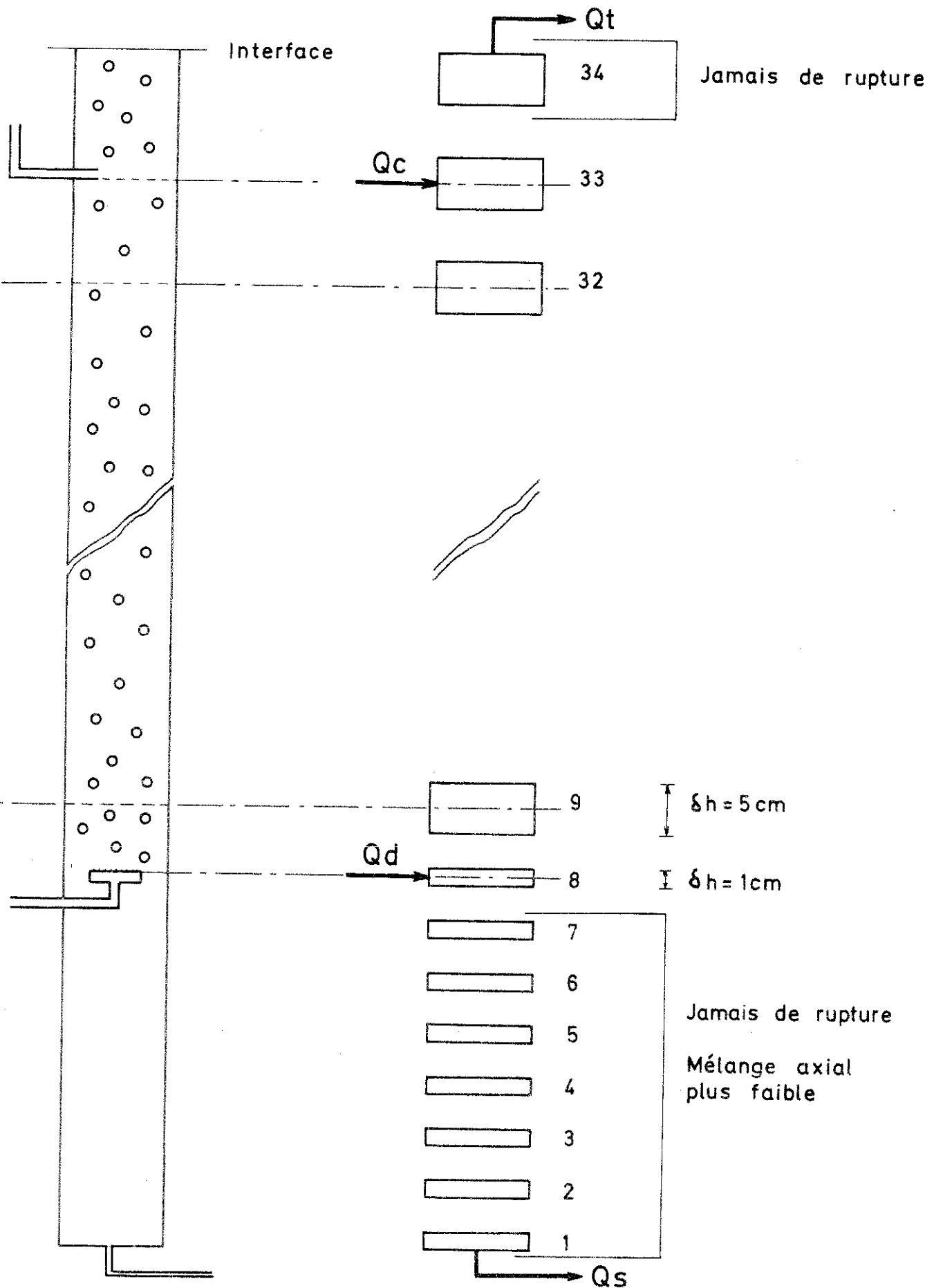


FIGURE 4.2

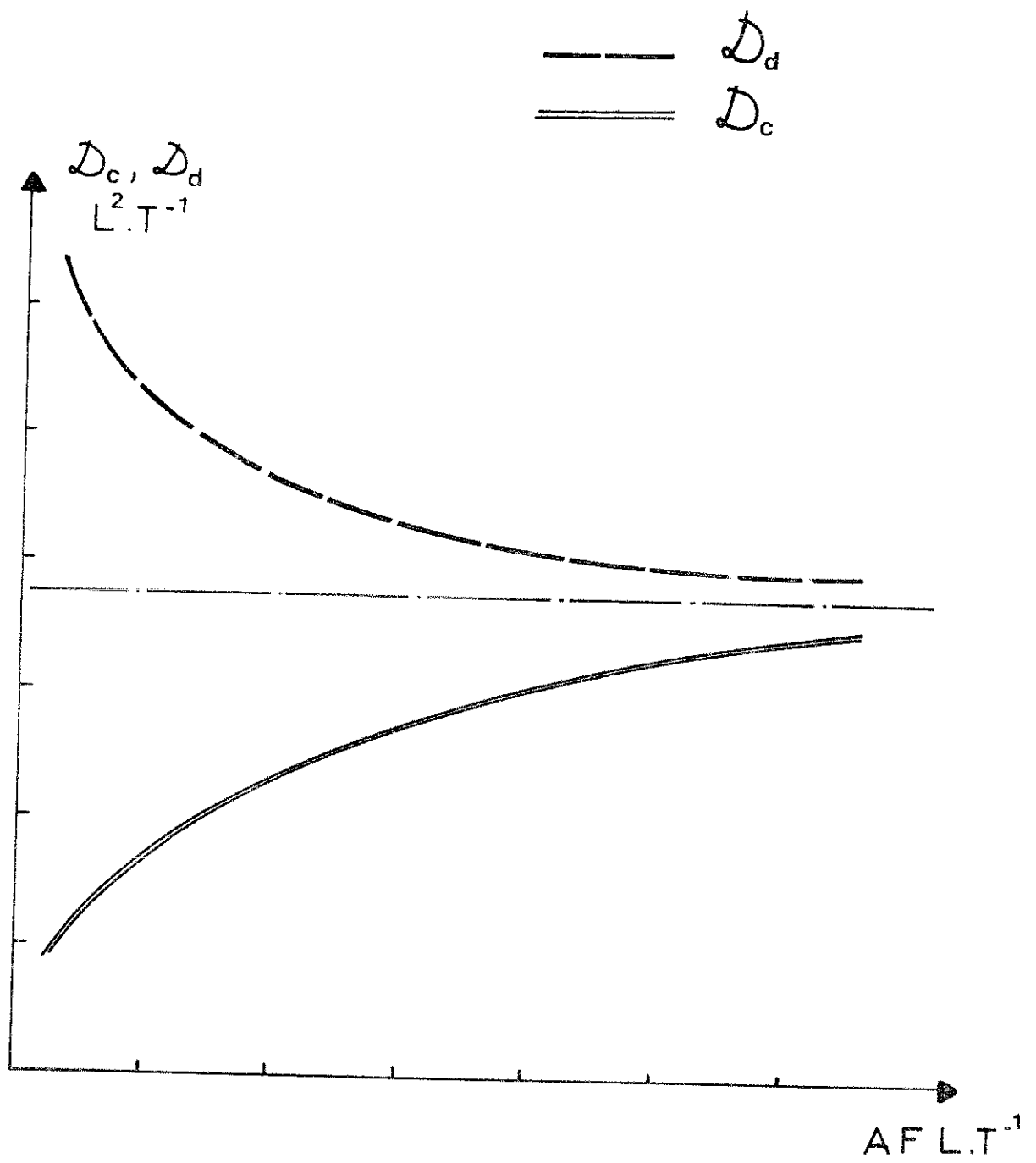
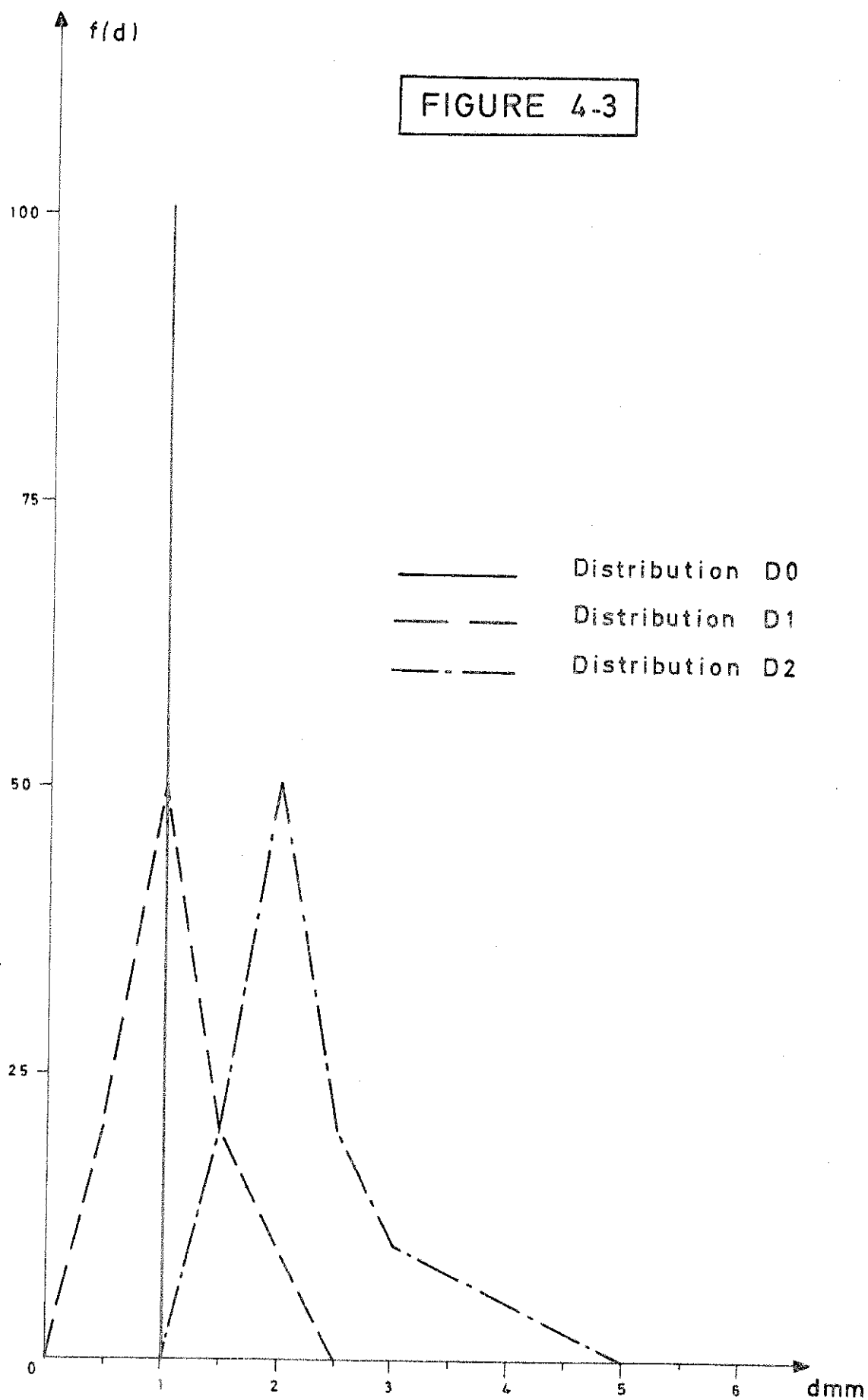
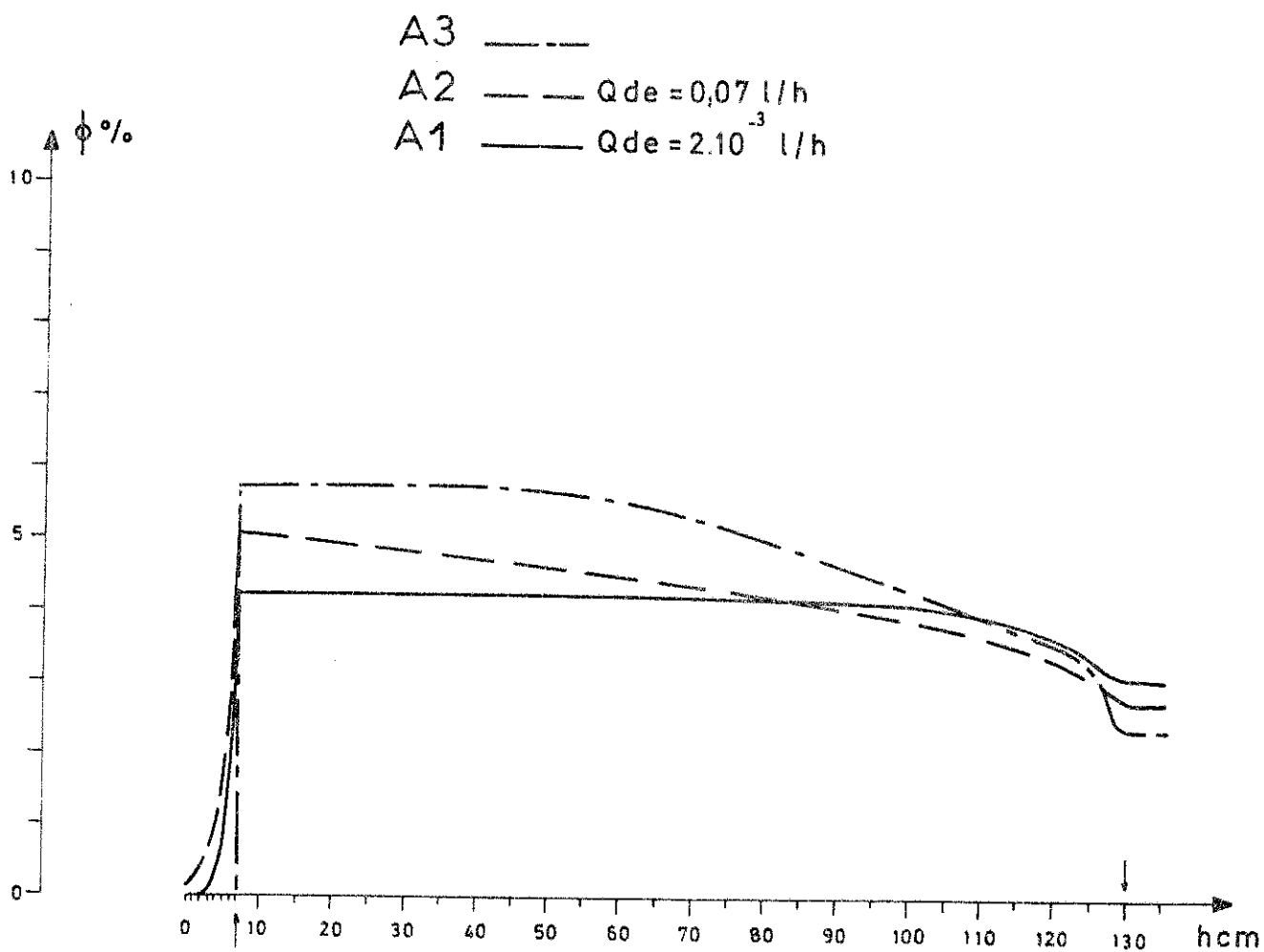
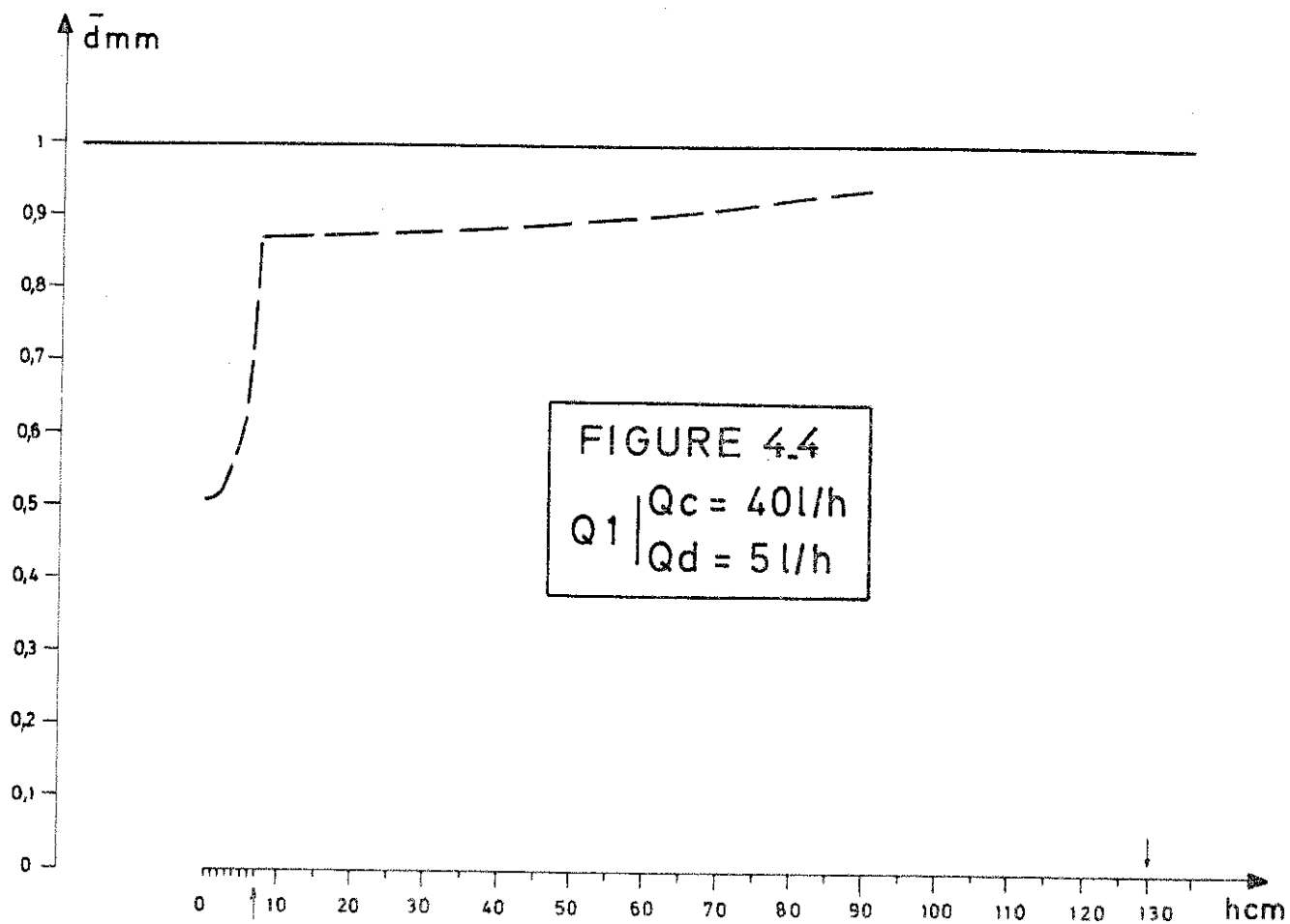
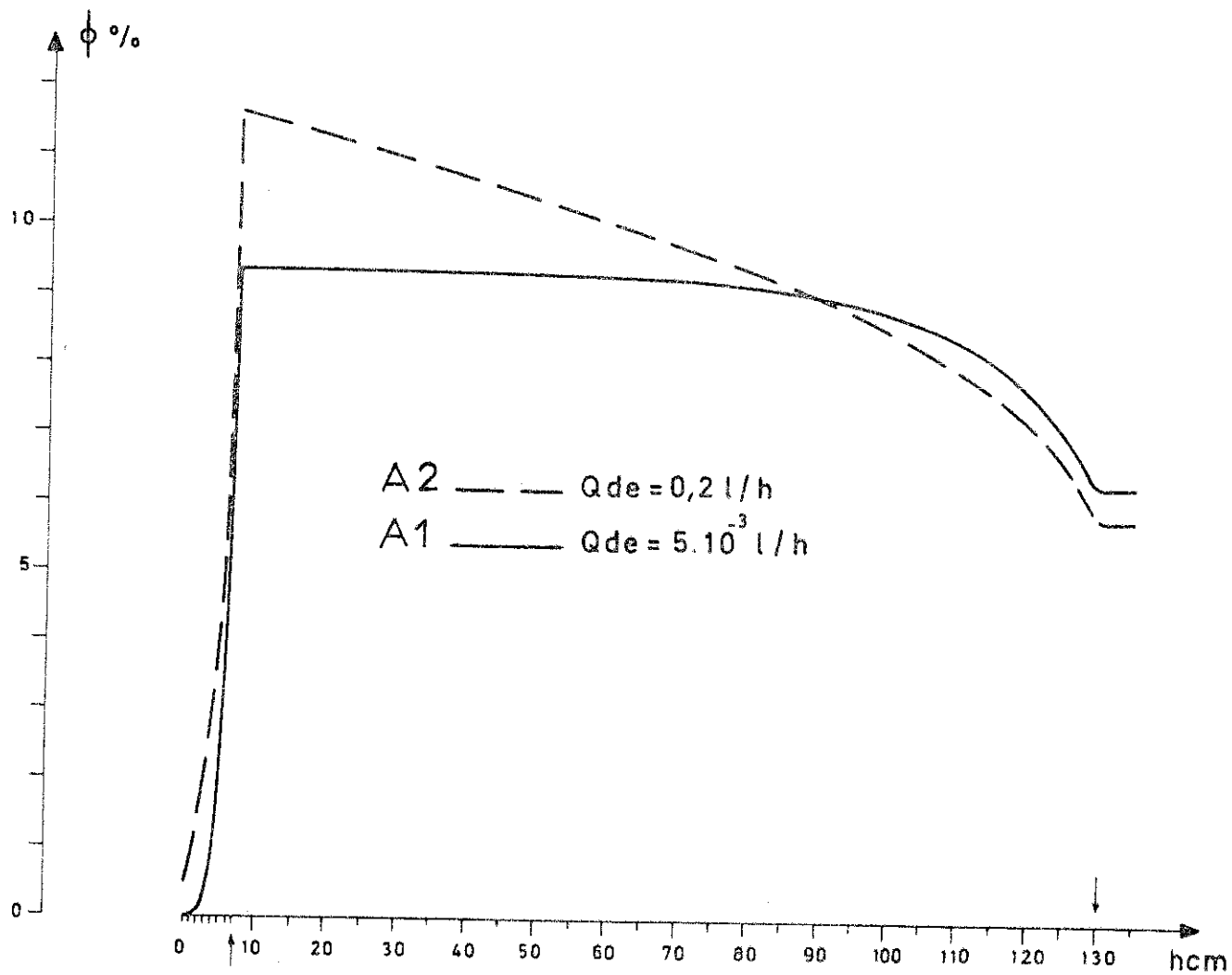
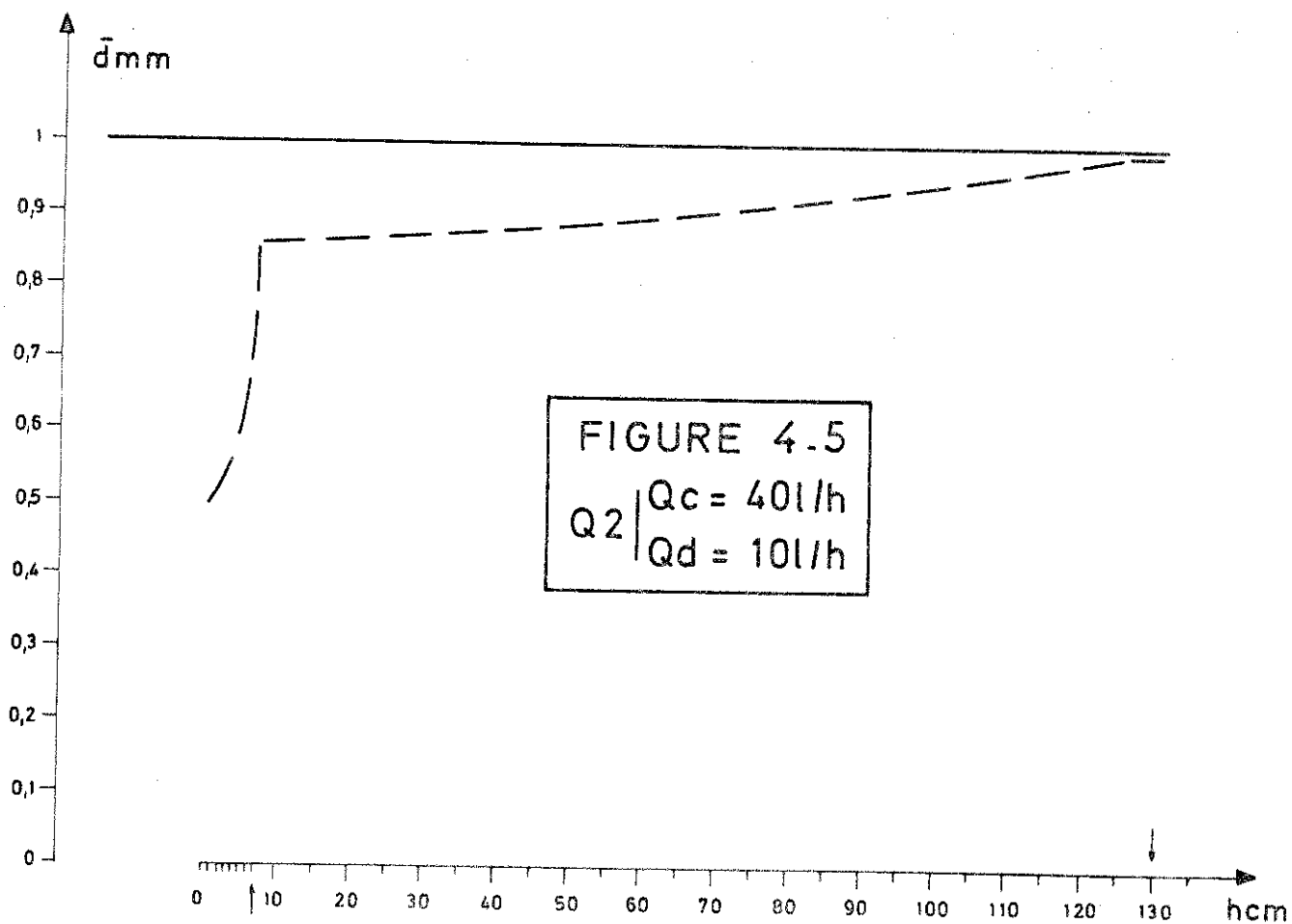


FIGURE 4-3







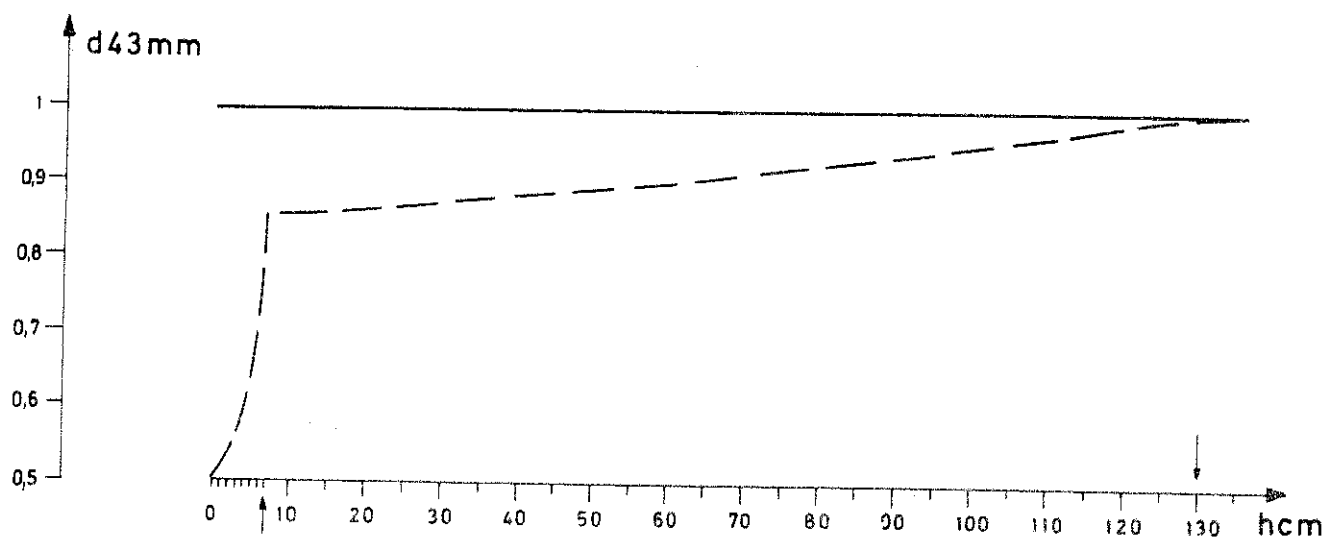
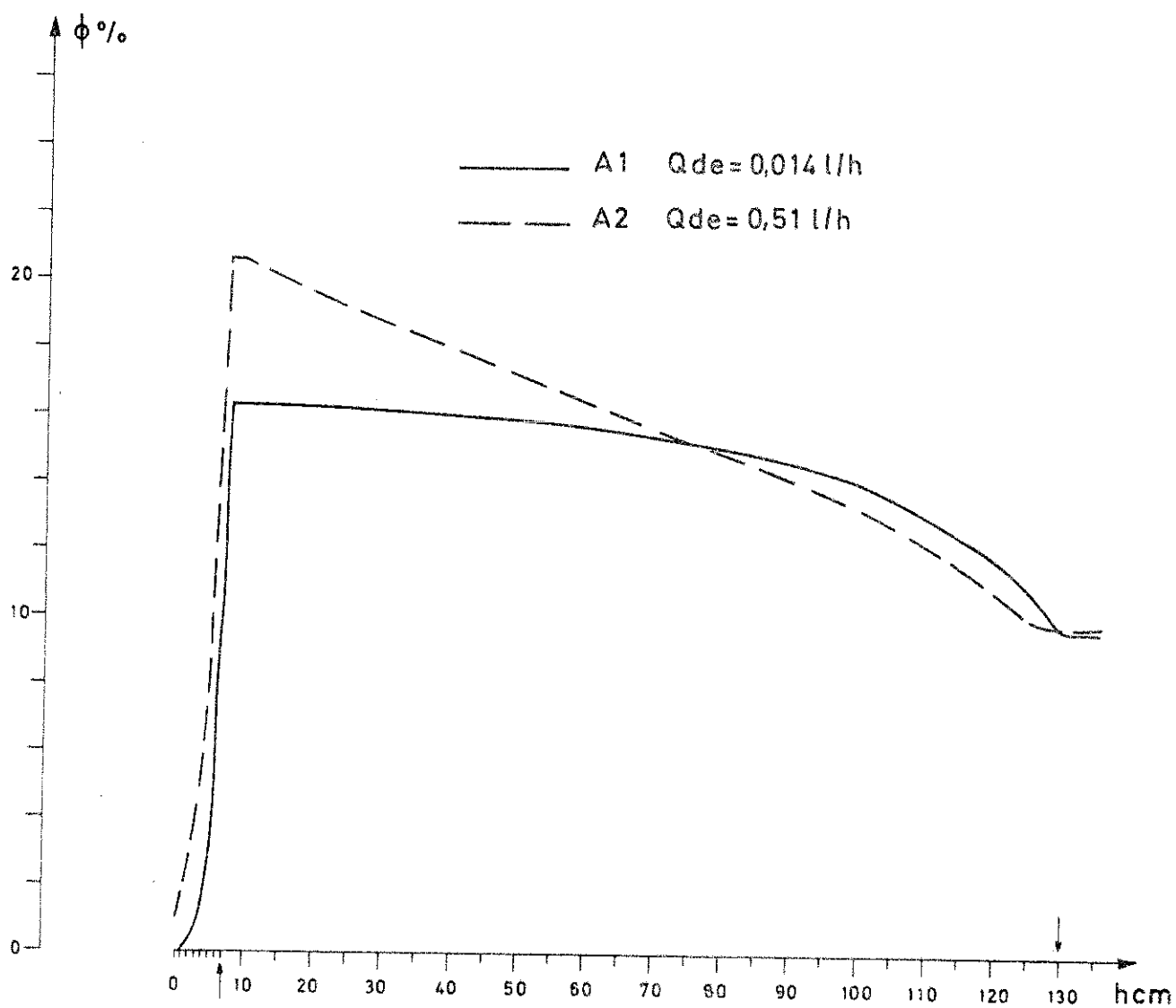


FIGURE 4-6
 Q_3 | $Q_c = 40 \text{ l/h}$
 $Q_d = 15 \text{ l/h}$



▲ d43mm

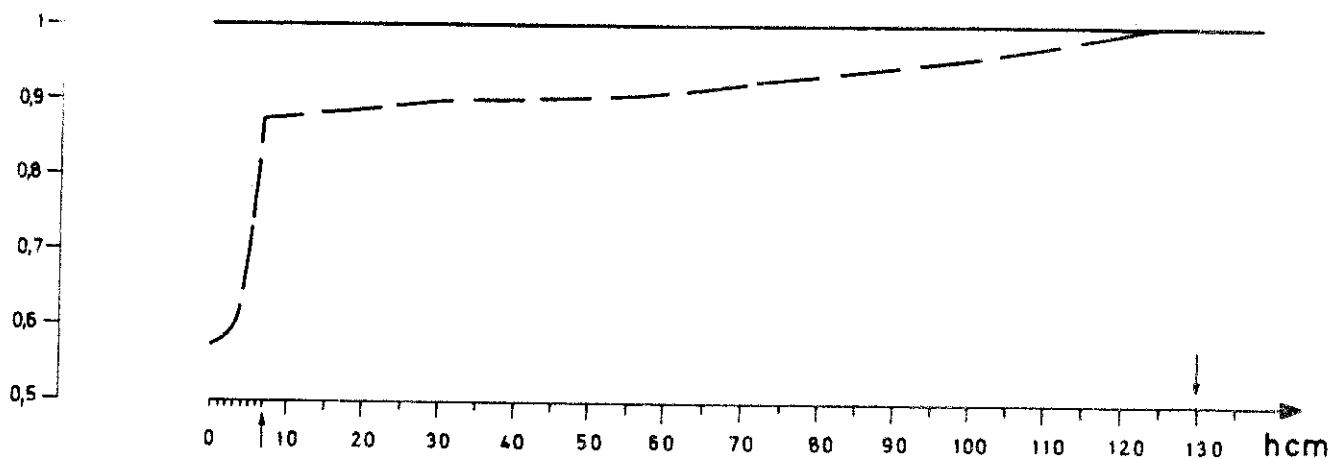
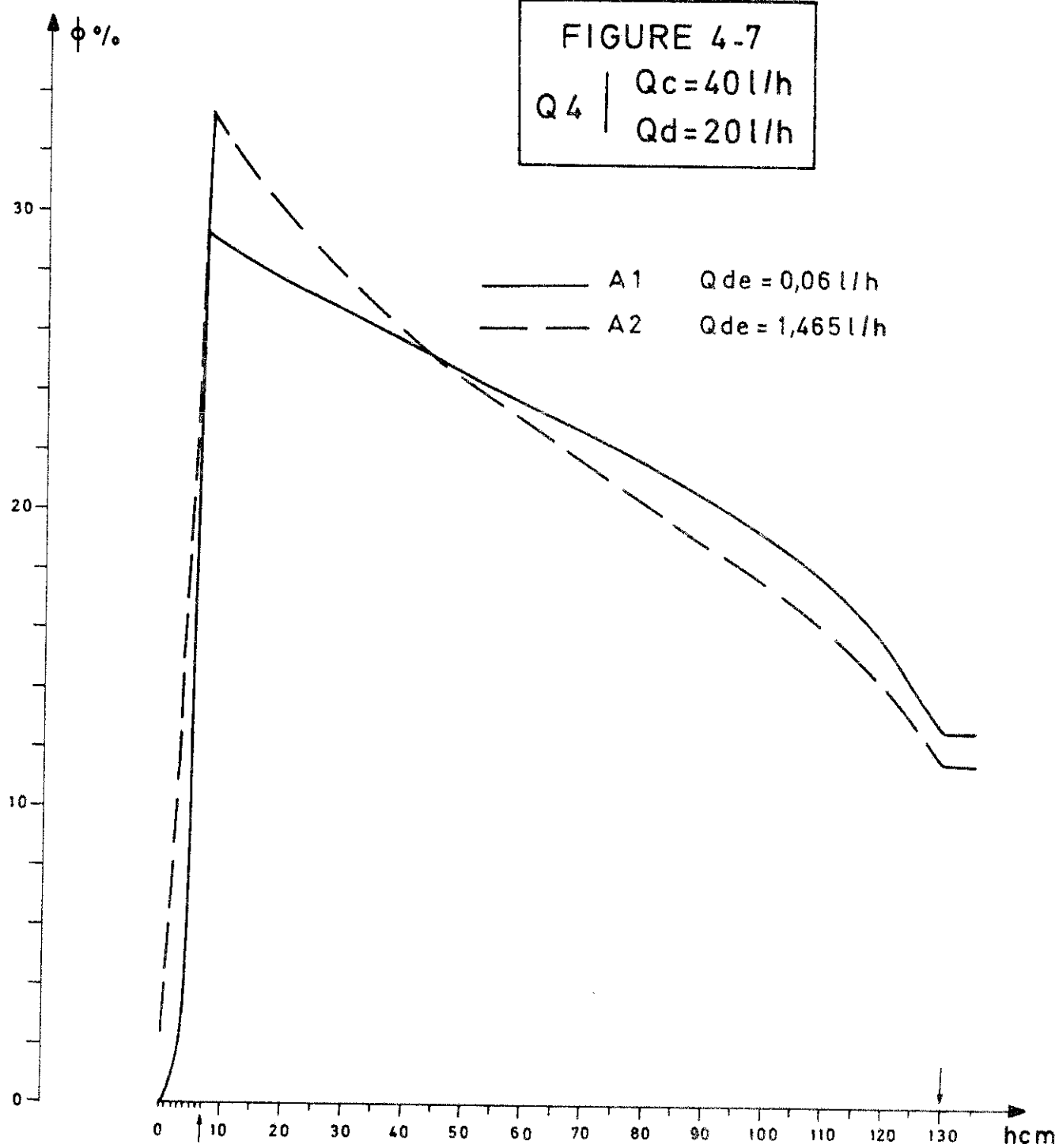


FIGURE 4-7
Q4 | $Q_c = 40 \text{ l/h}$
 $Q_d = 20 \text{ l/h}$



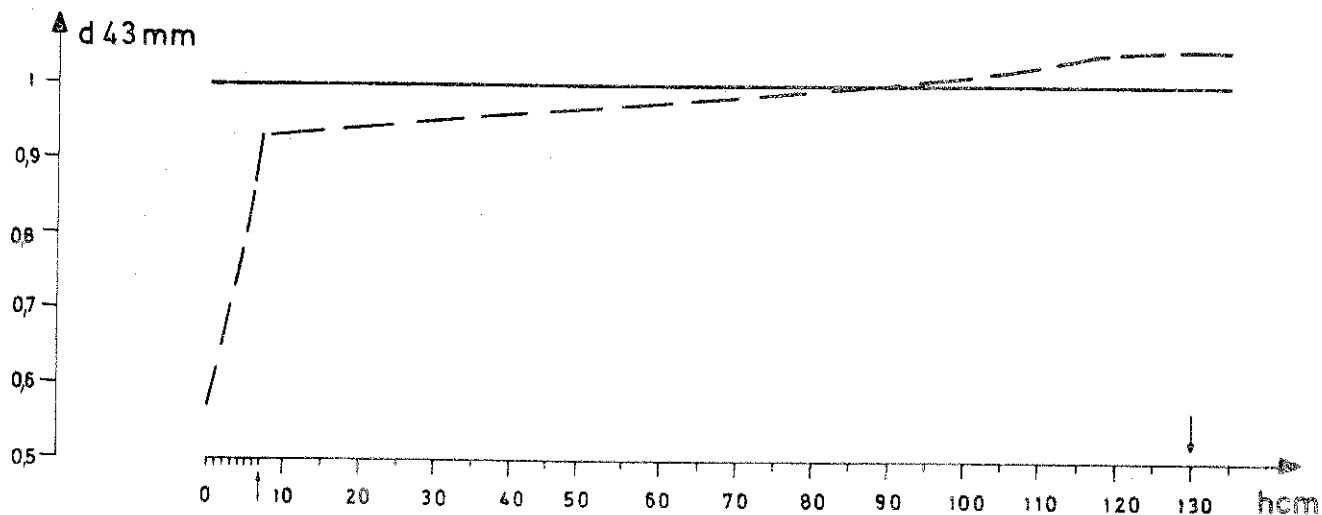
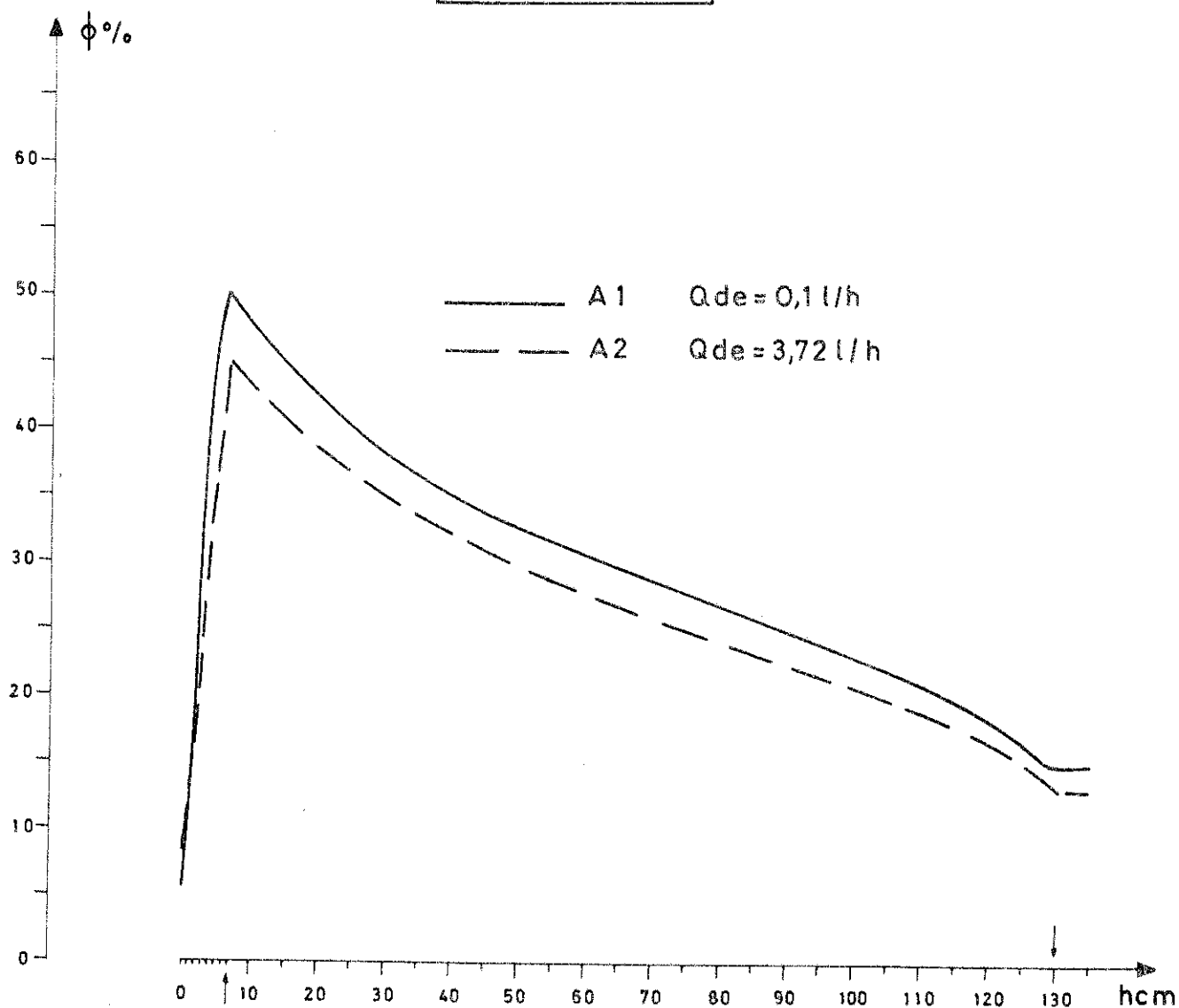


FIGURE 4.8
 $Q_5 \left| \begin{array}{l} Q_c = 40 \text{ l/h} \\ Q_d = 25 \text{ l/h} \end{array} \right.$



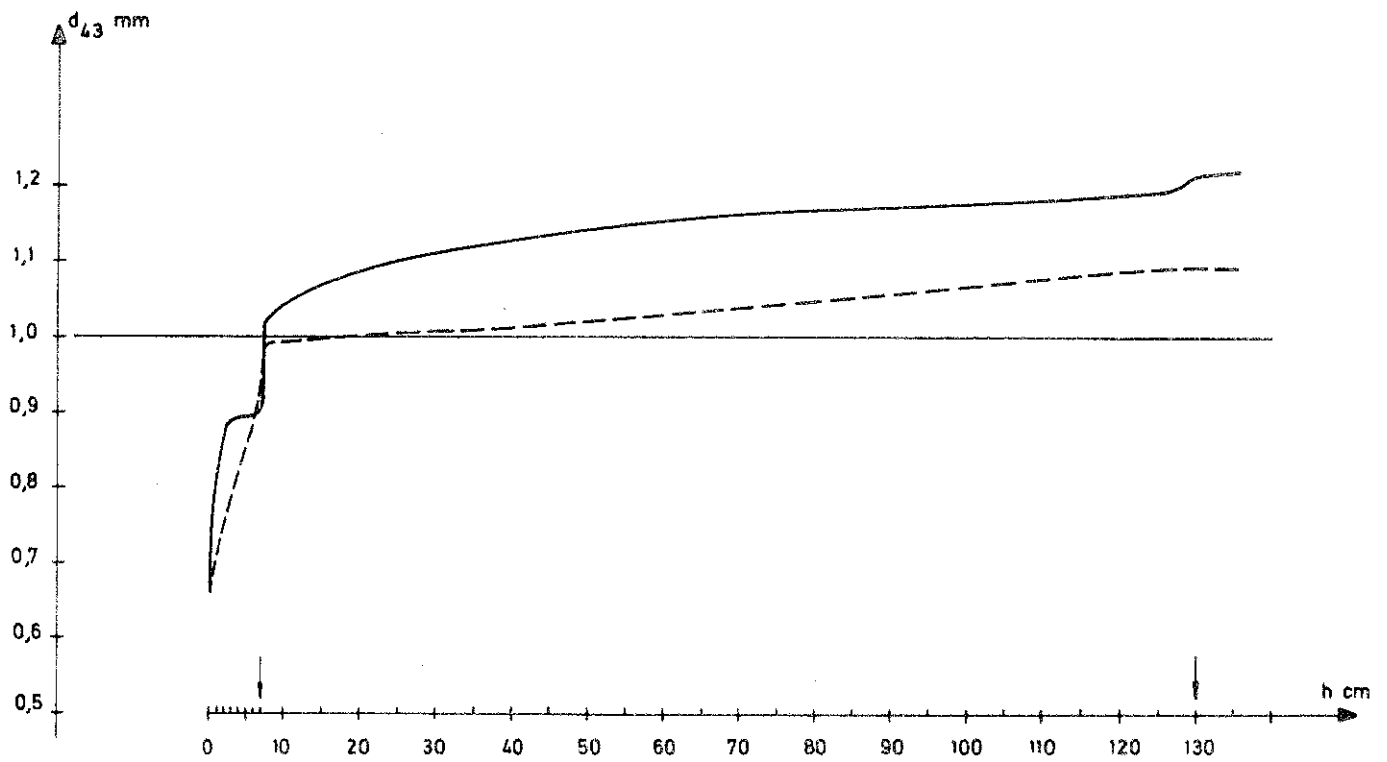


Figure 4.9 Q6 $Q_c = 40 \text{ l/h}$
 $Q_d = 30 \text{ l/h}$

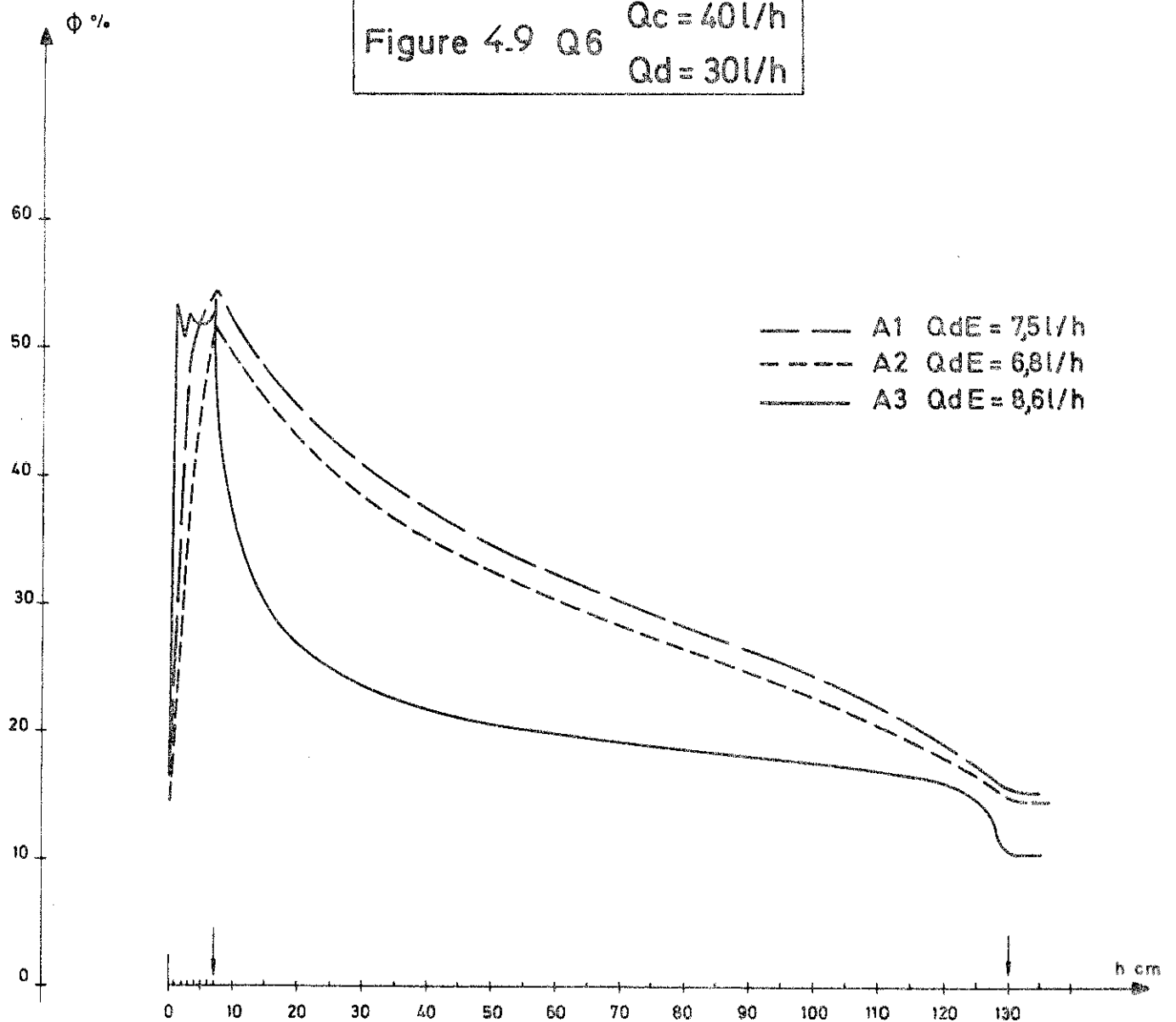


FIGURE 4-10

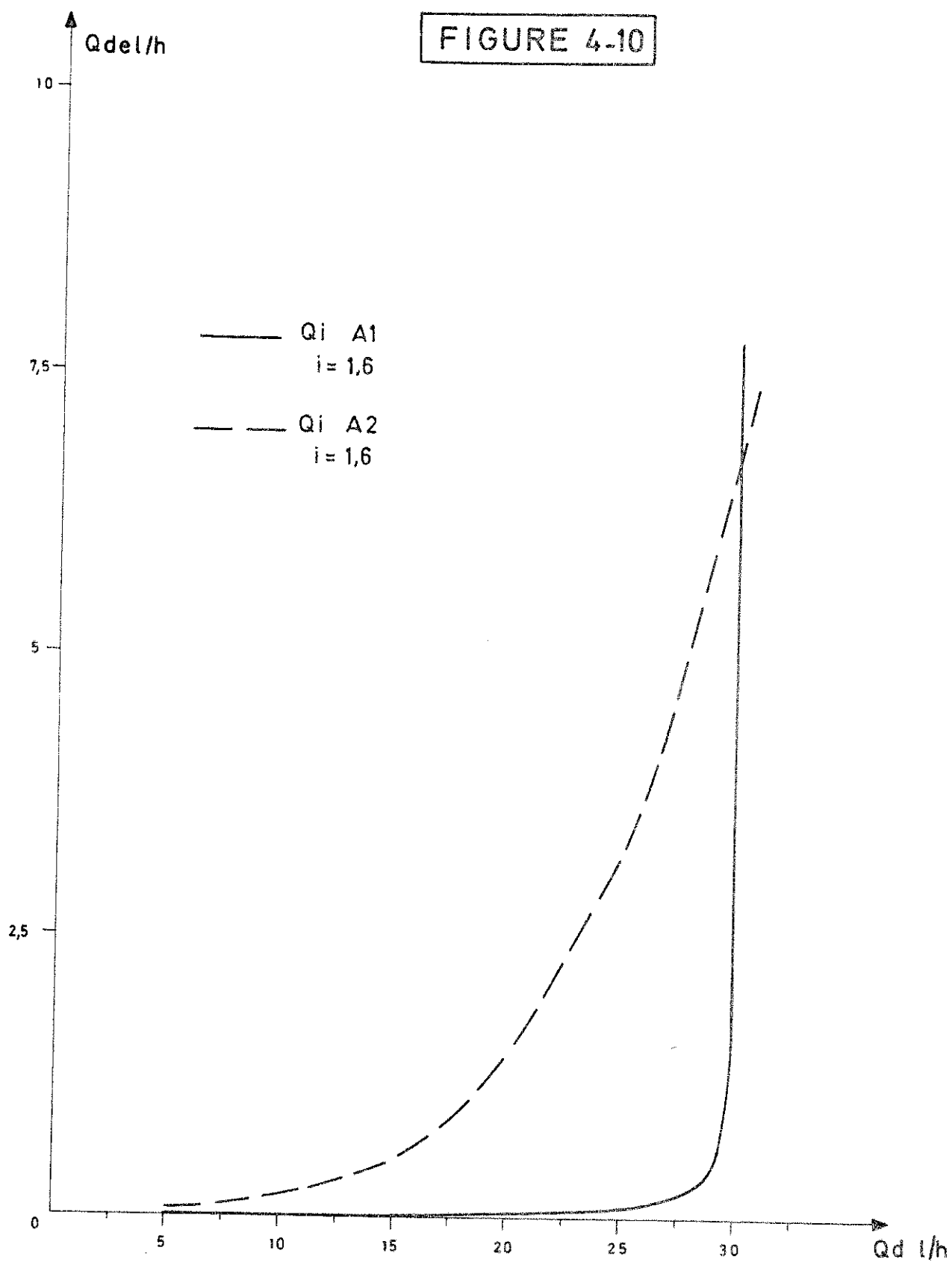
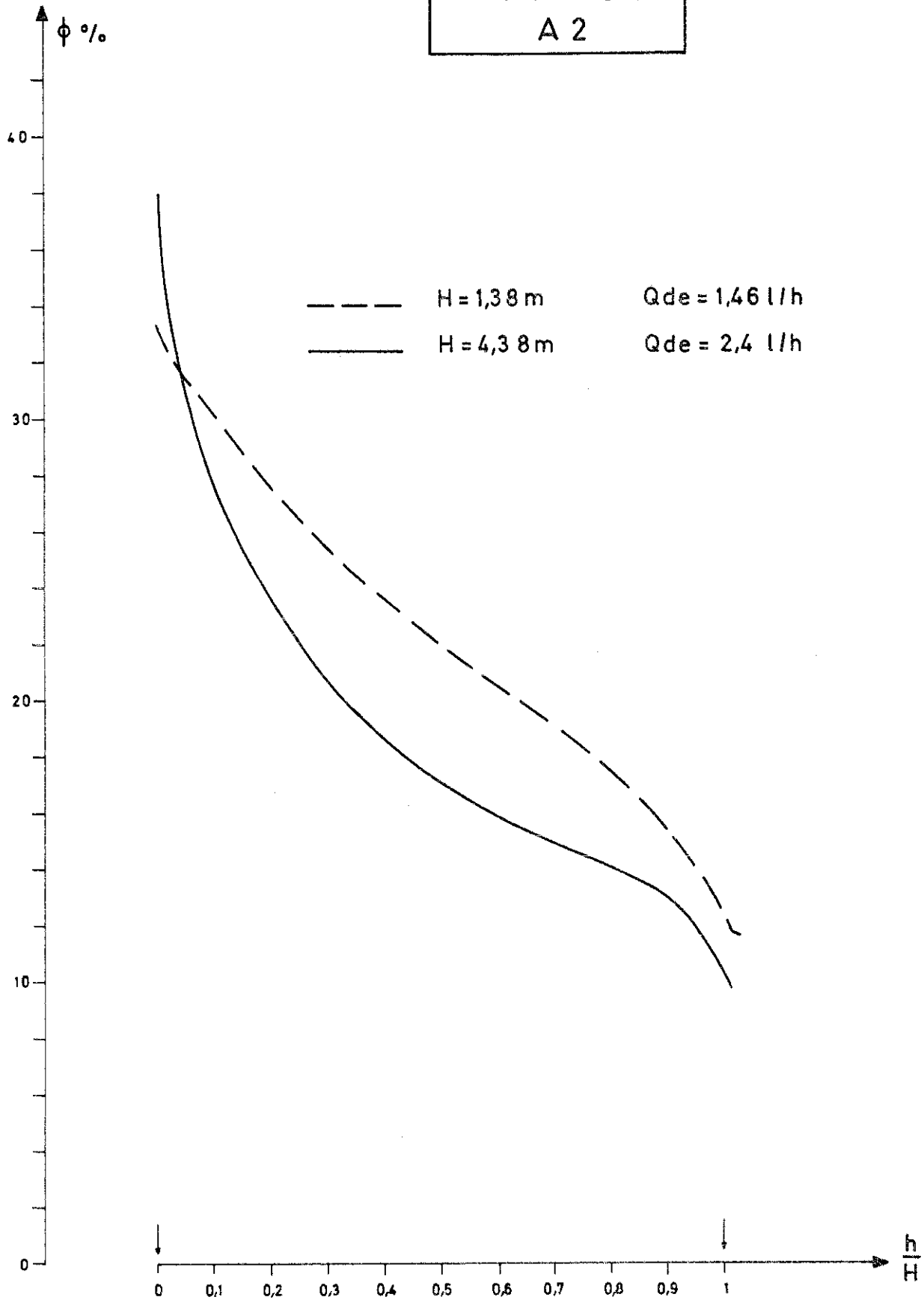


FIGURE 4-11

Q_4 | $Q_c = 40 \text{ l/h}$
| $Q_d = 20 \text{ l/h}$

A 2



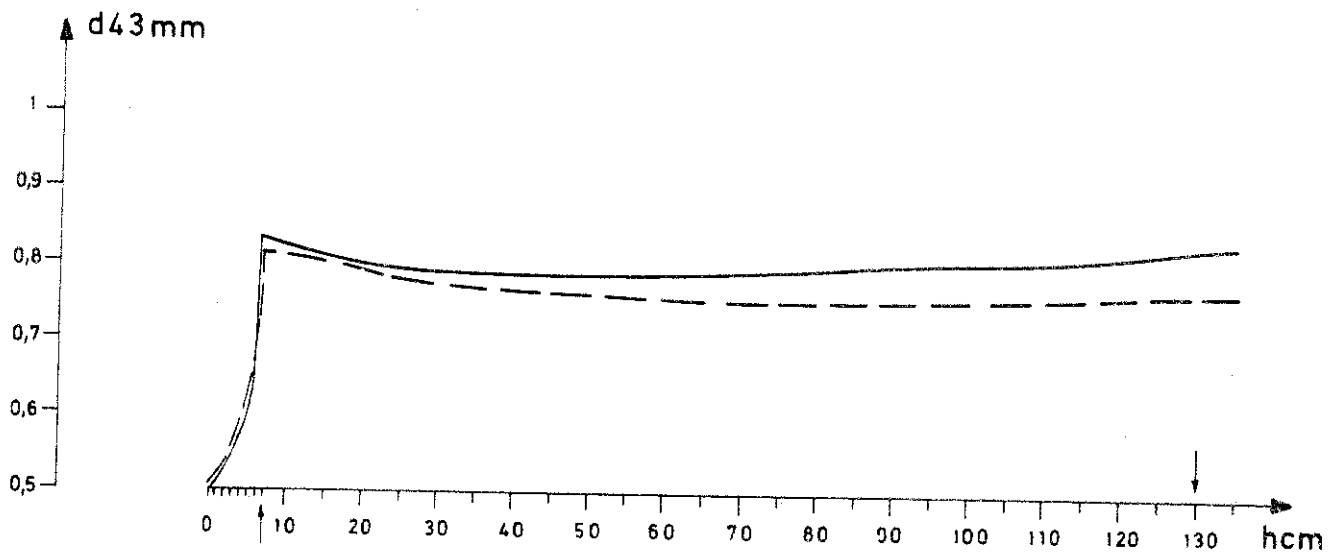
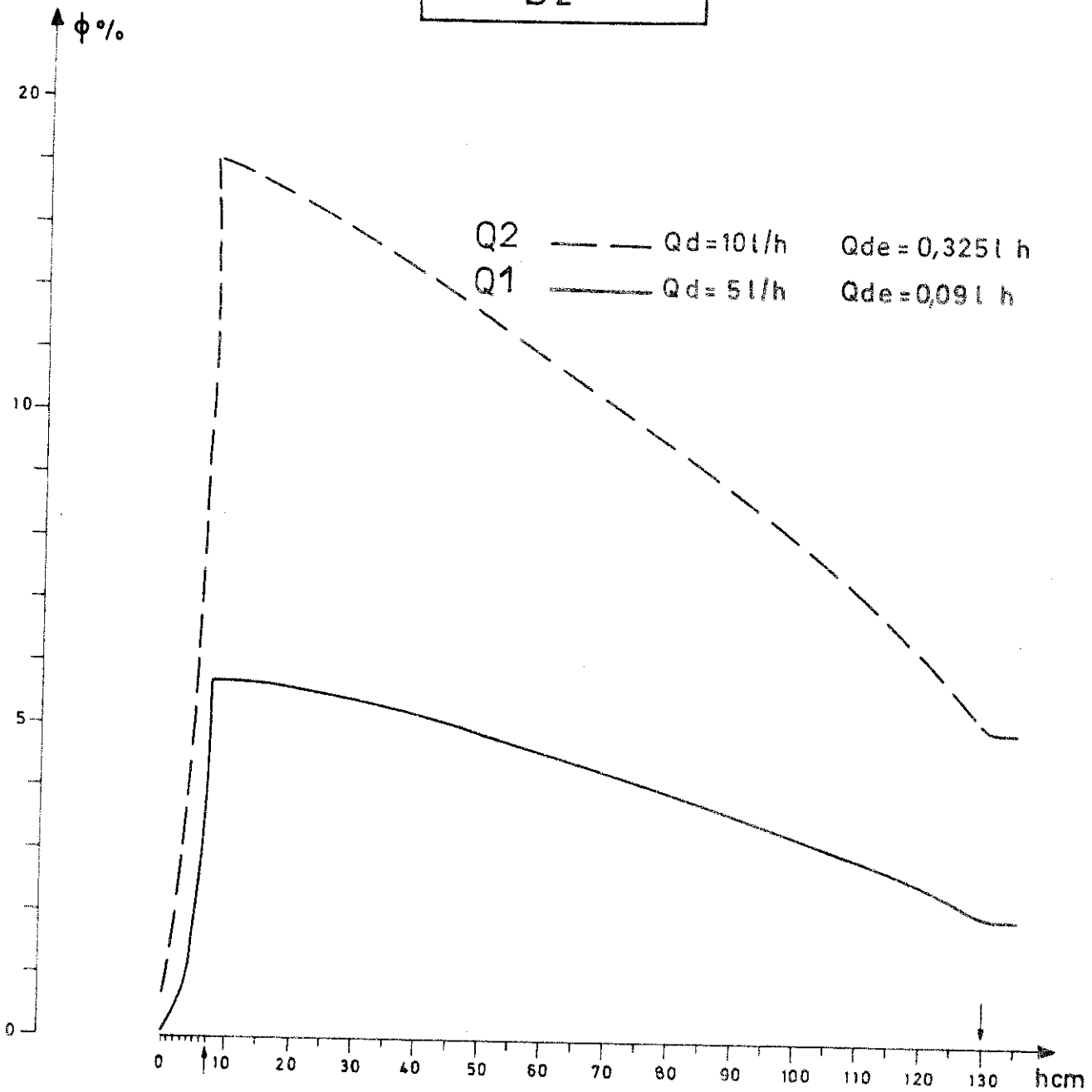


FIGURE 4-12
 $Q_c = 40 \text{ l/h}$
 B2



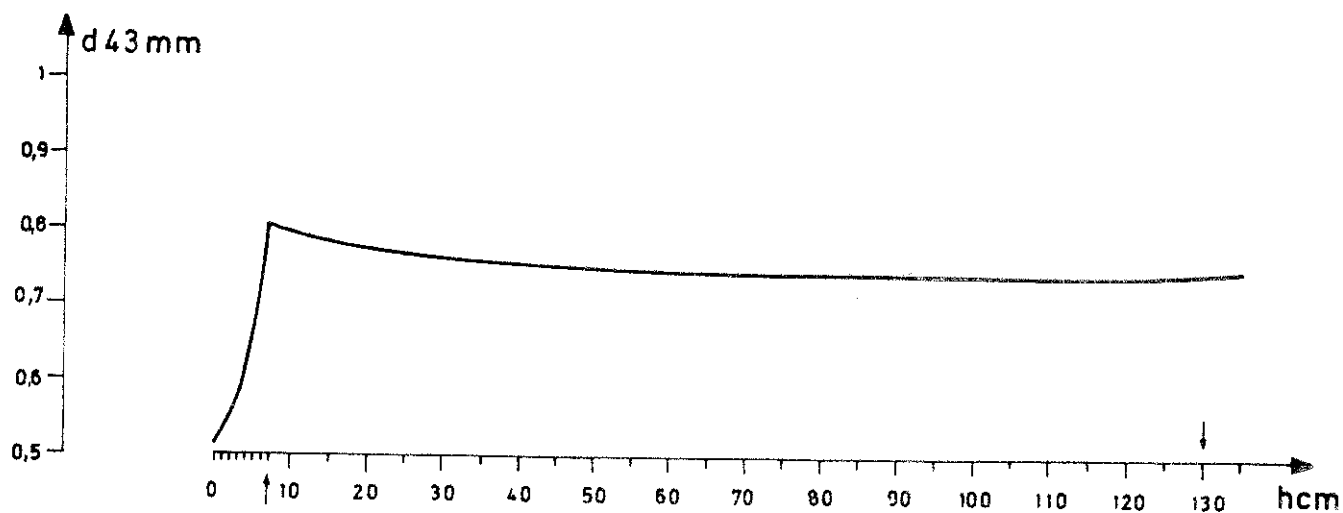
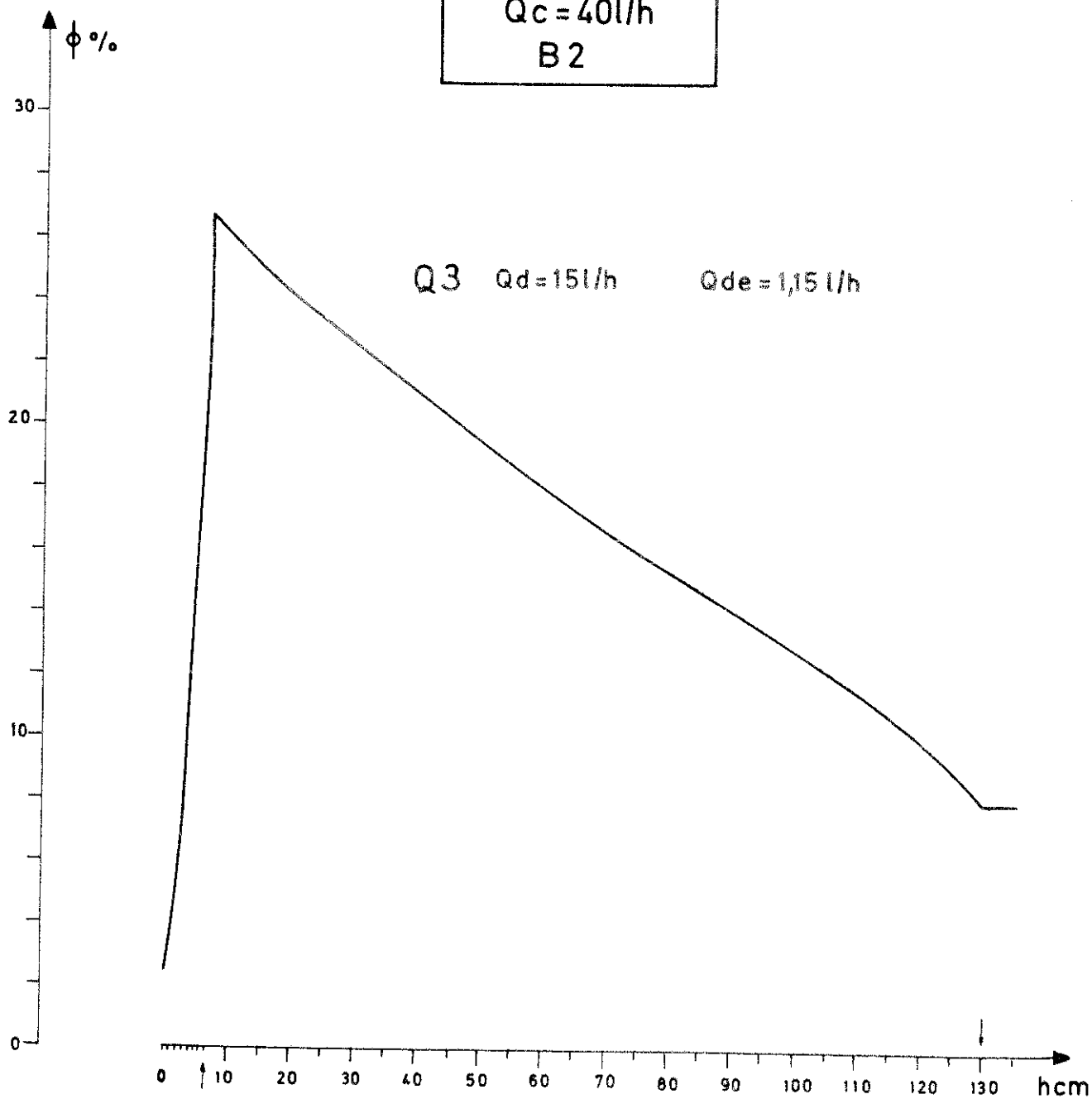
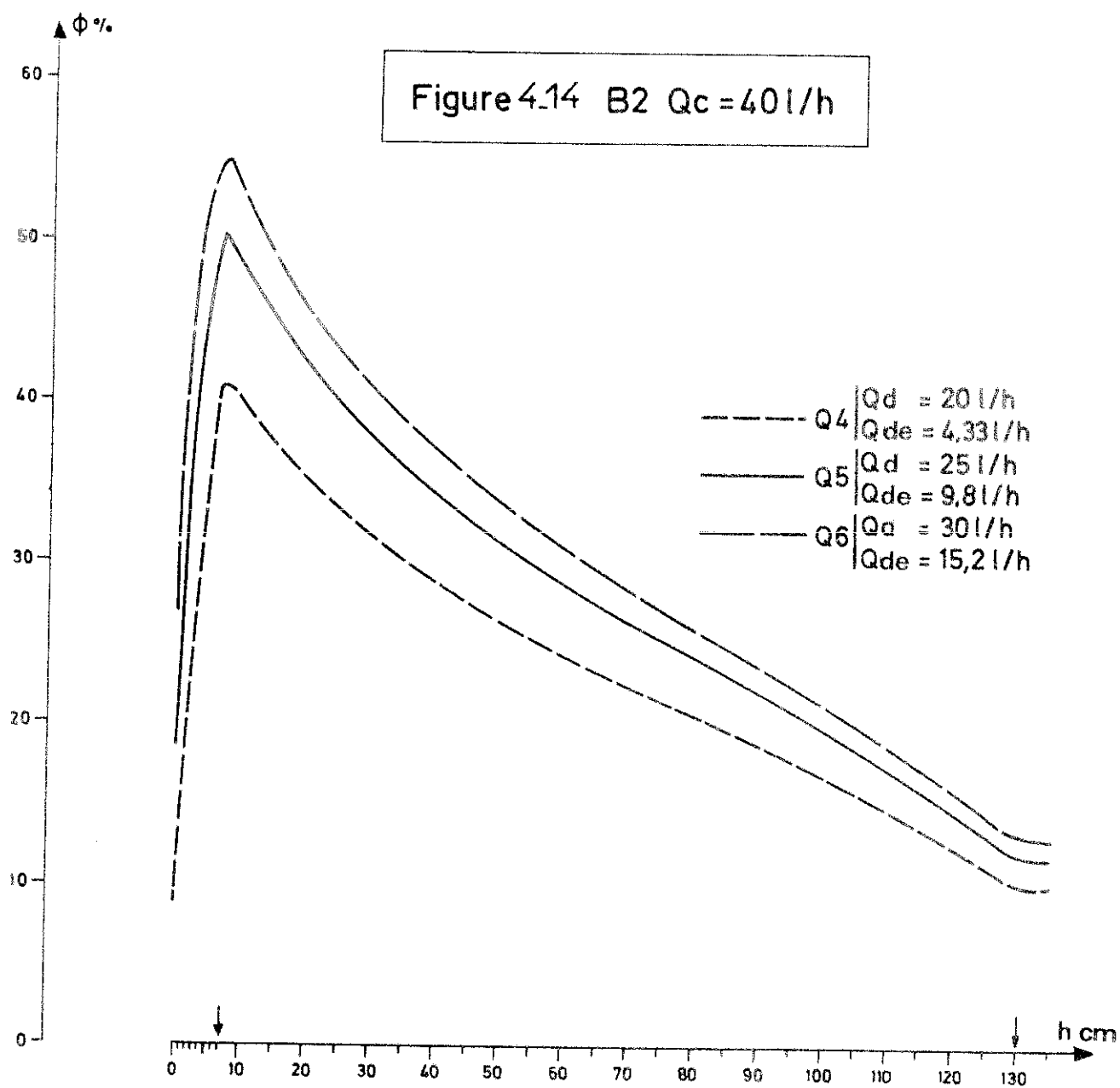
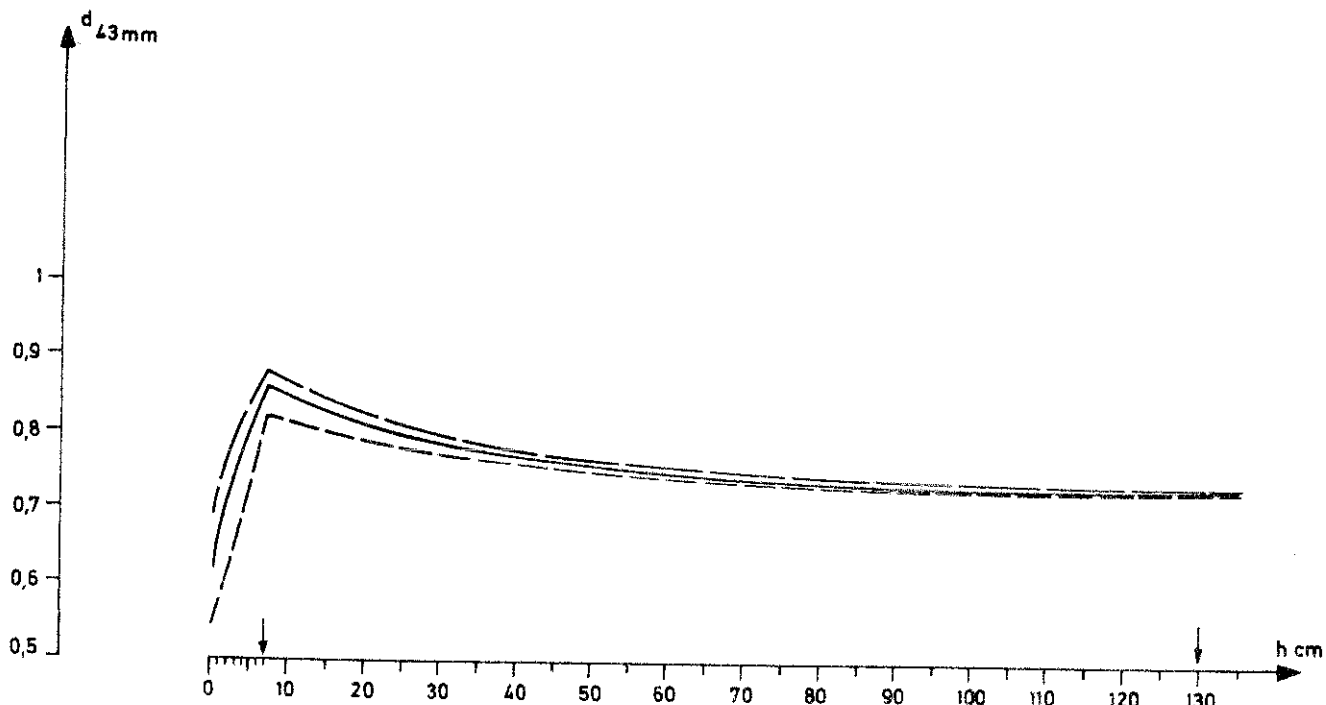


FIGURE 4-13
 $Q_c = 40 \text{ l/h}$
 B 2





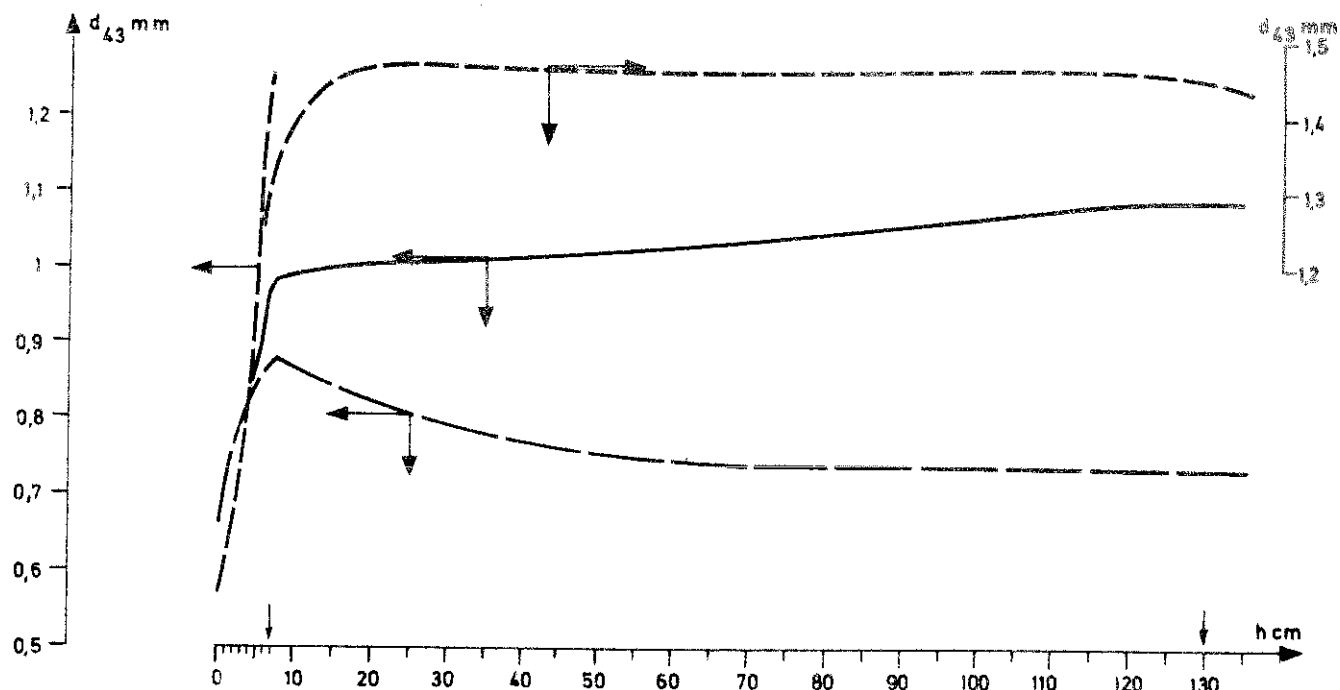


Figure 4.15 $Q_c = 40 \text{ l/h}$
 $Q_d = 30 \text{ l/h}$

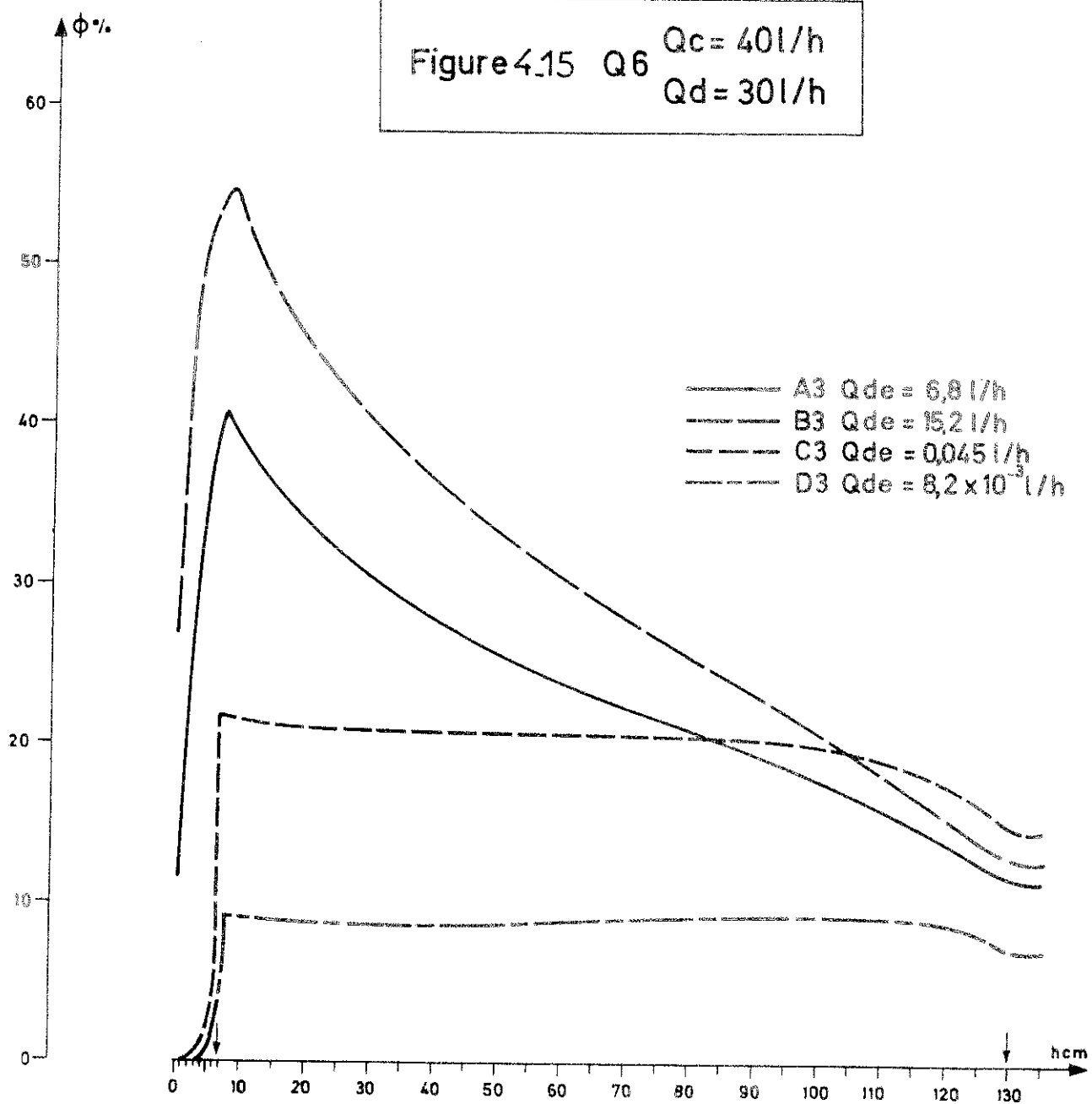


Figure 4.16 C2 $Q_c = 40\text{l/h}$

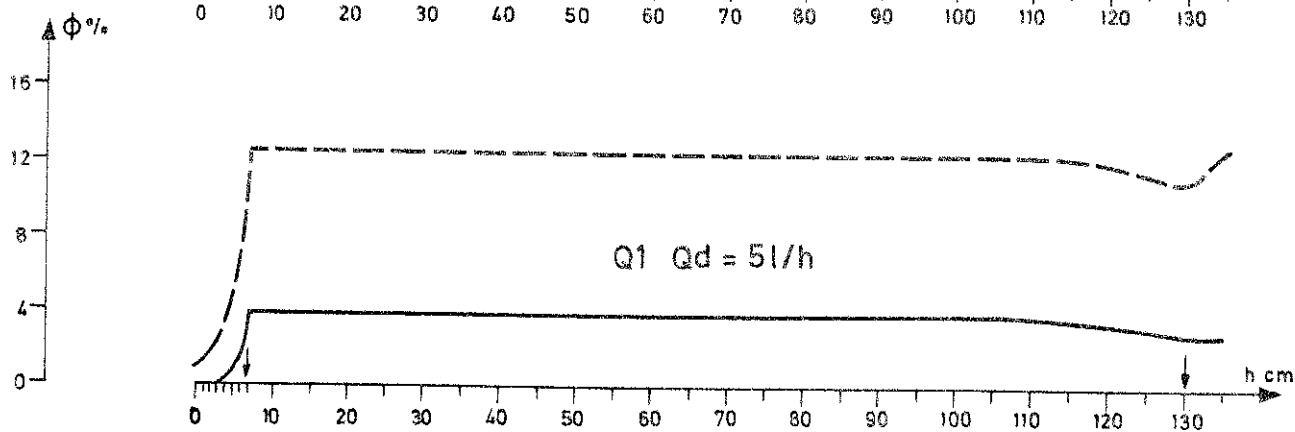
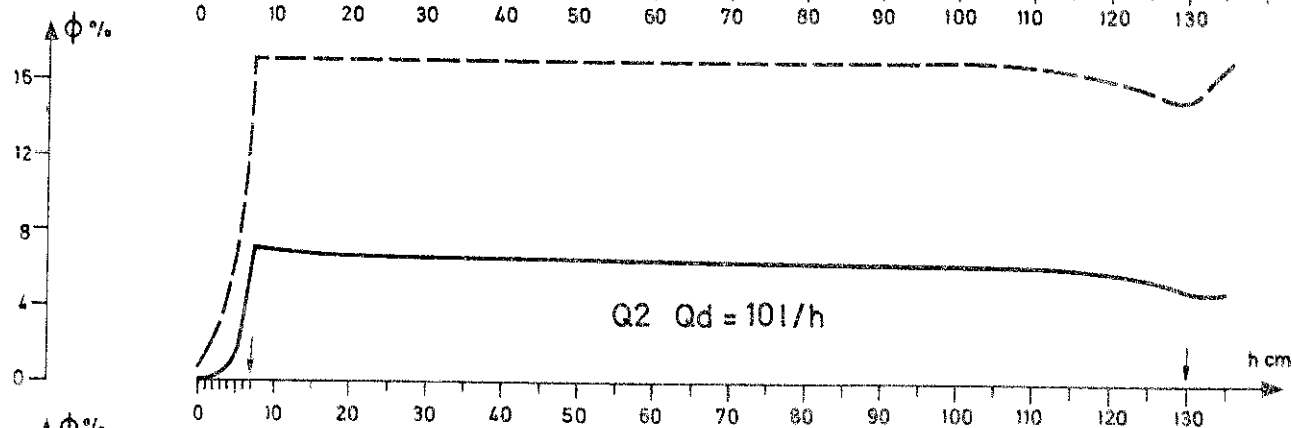
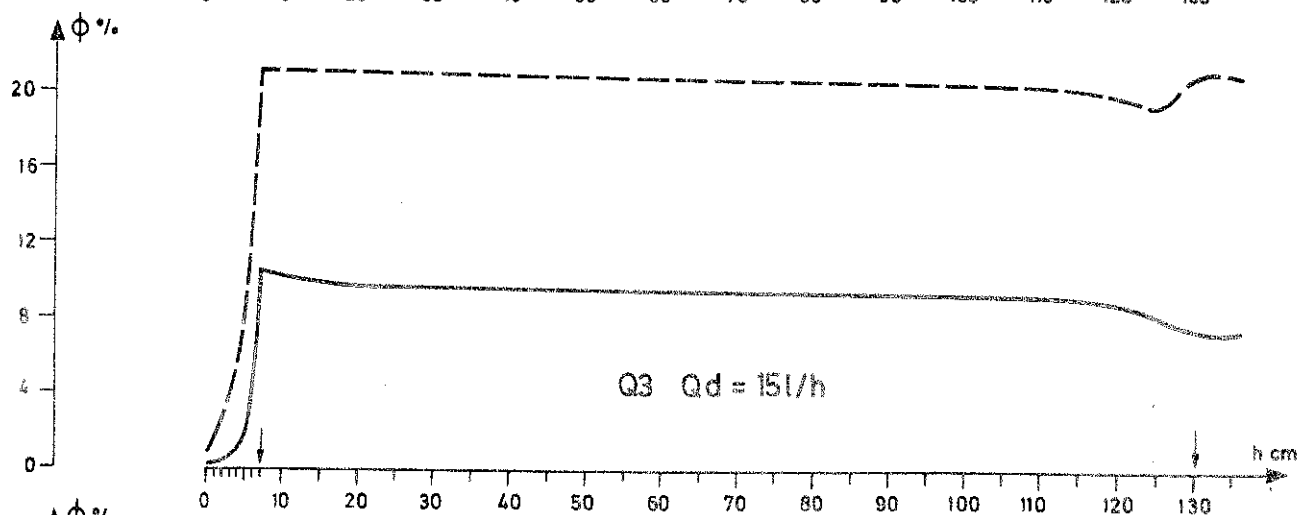
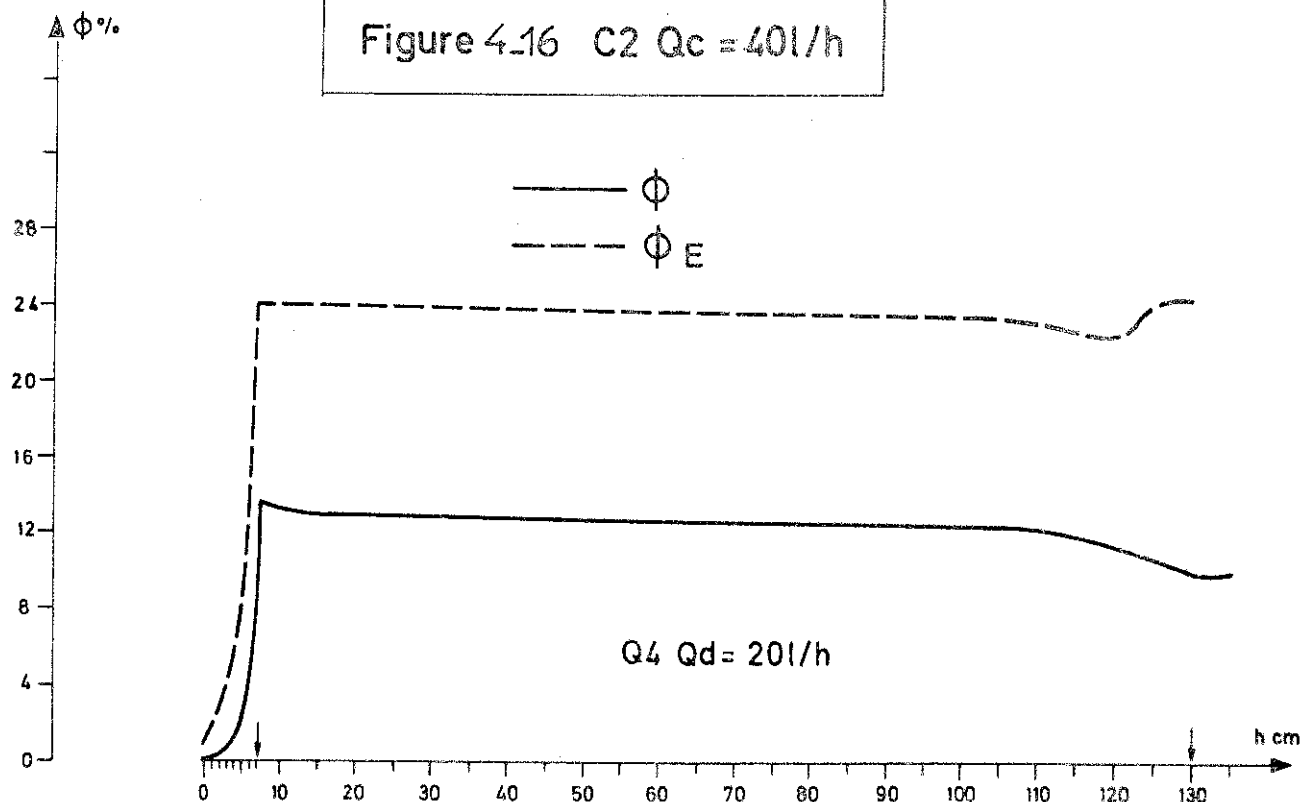


Figure 4.17 $Q_c = 40 \text{ l/h}$

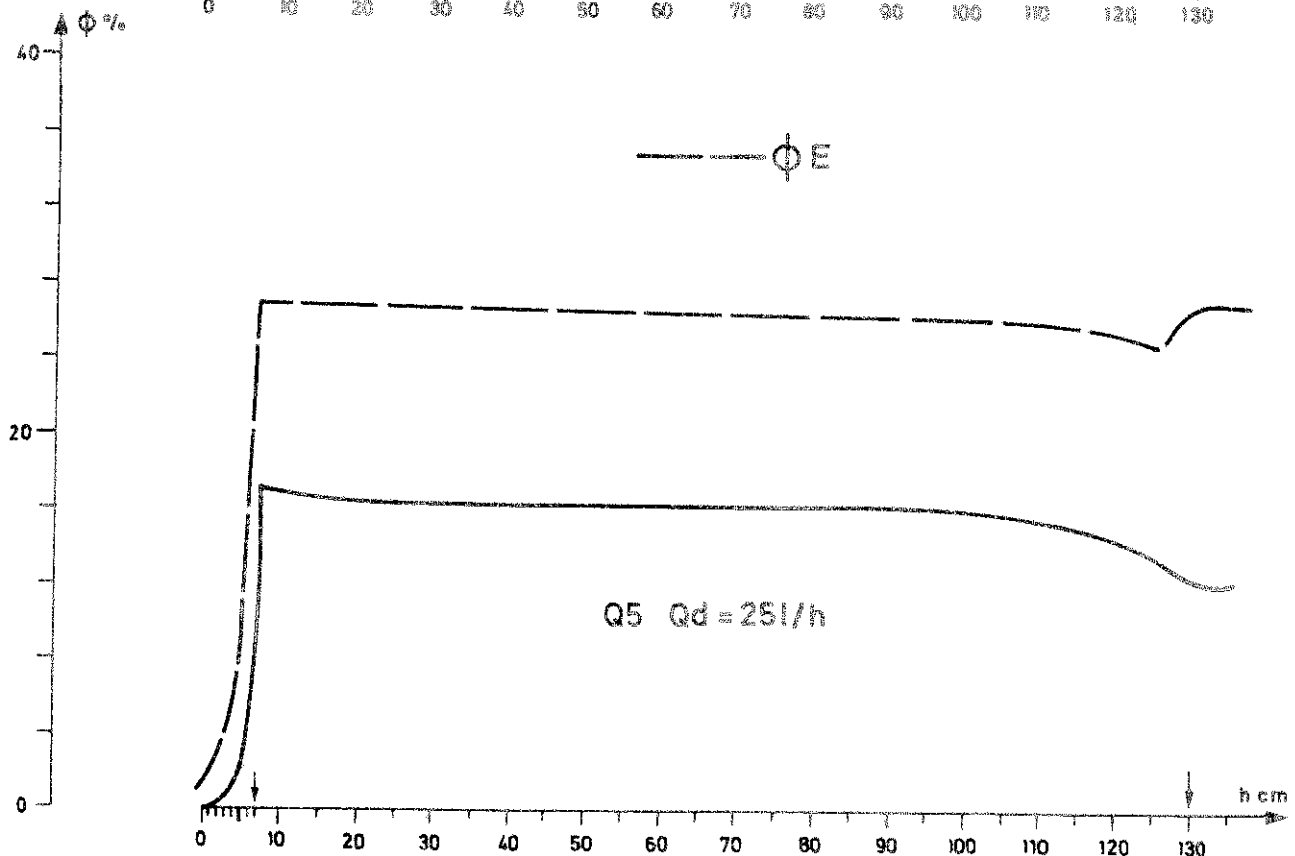
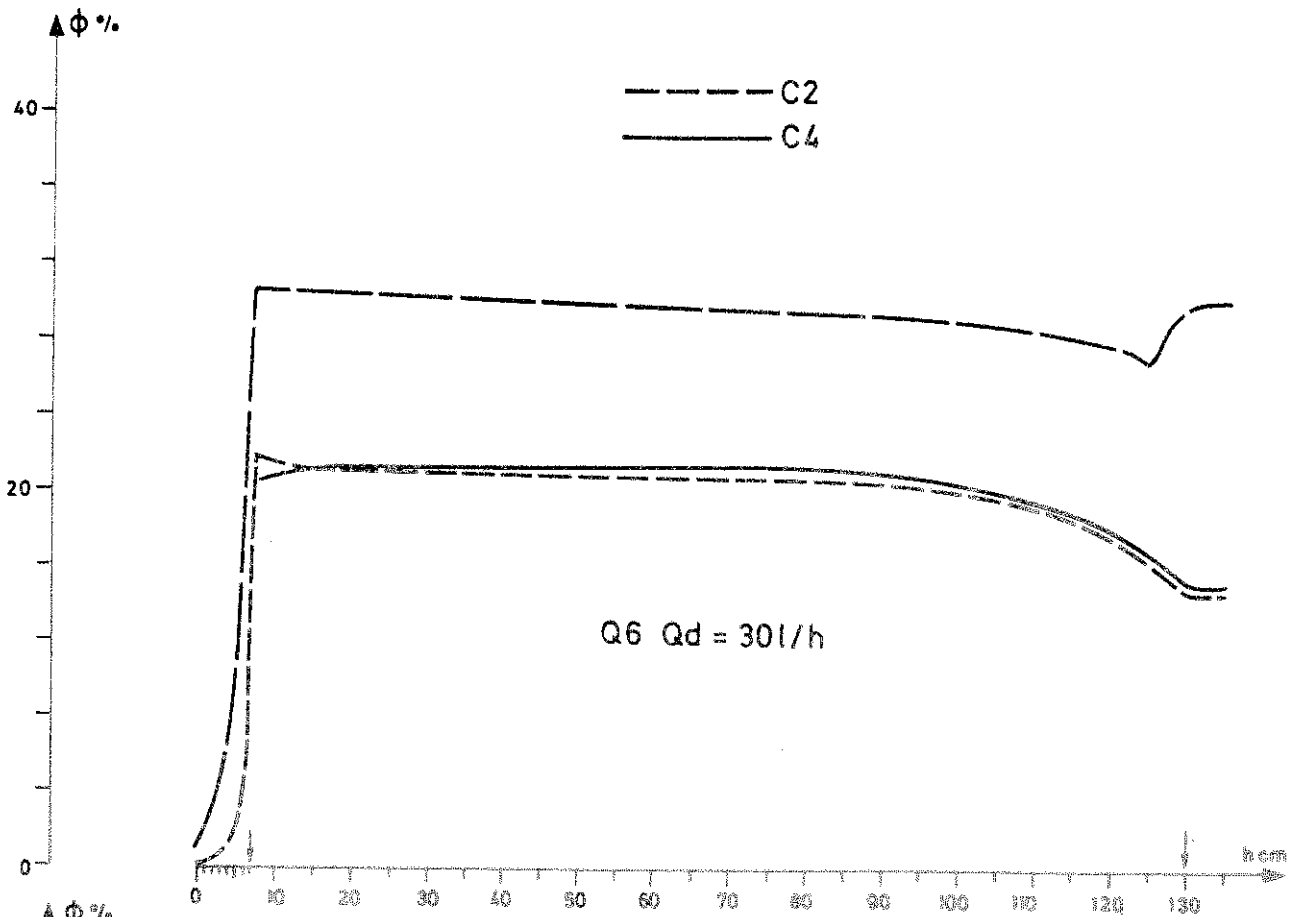


Figure 4.18 $Q_c = 40 \text{ l/h}$

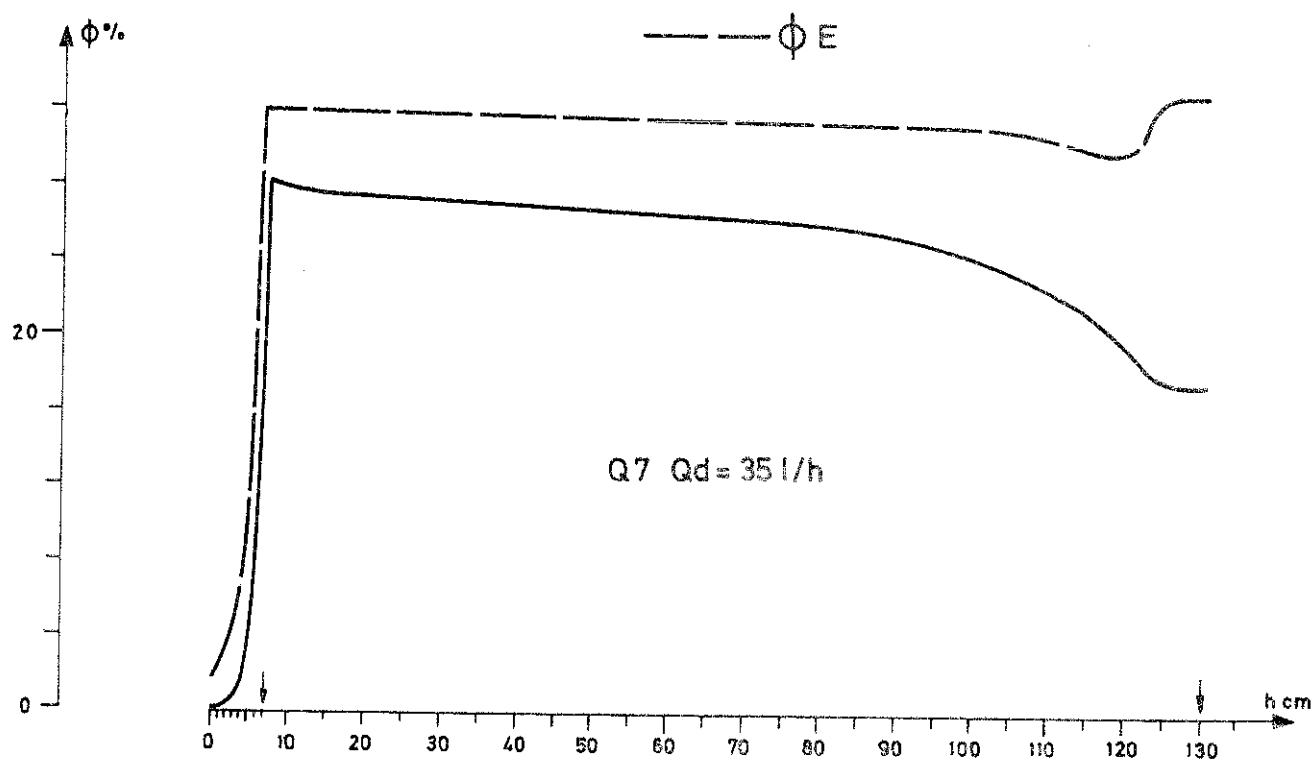
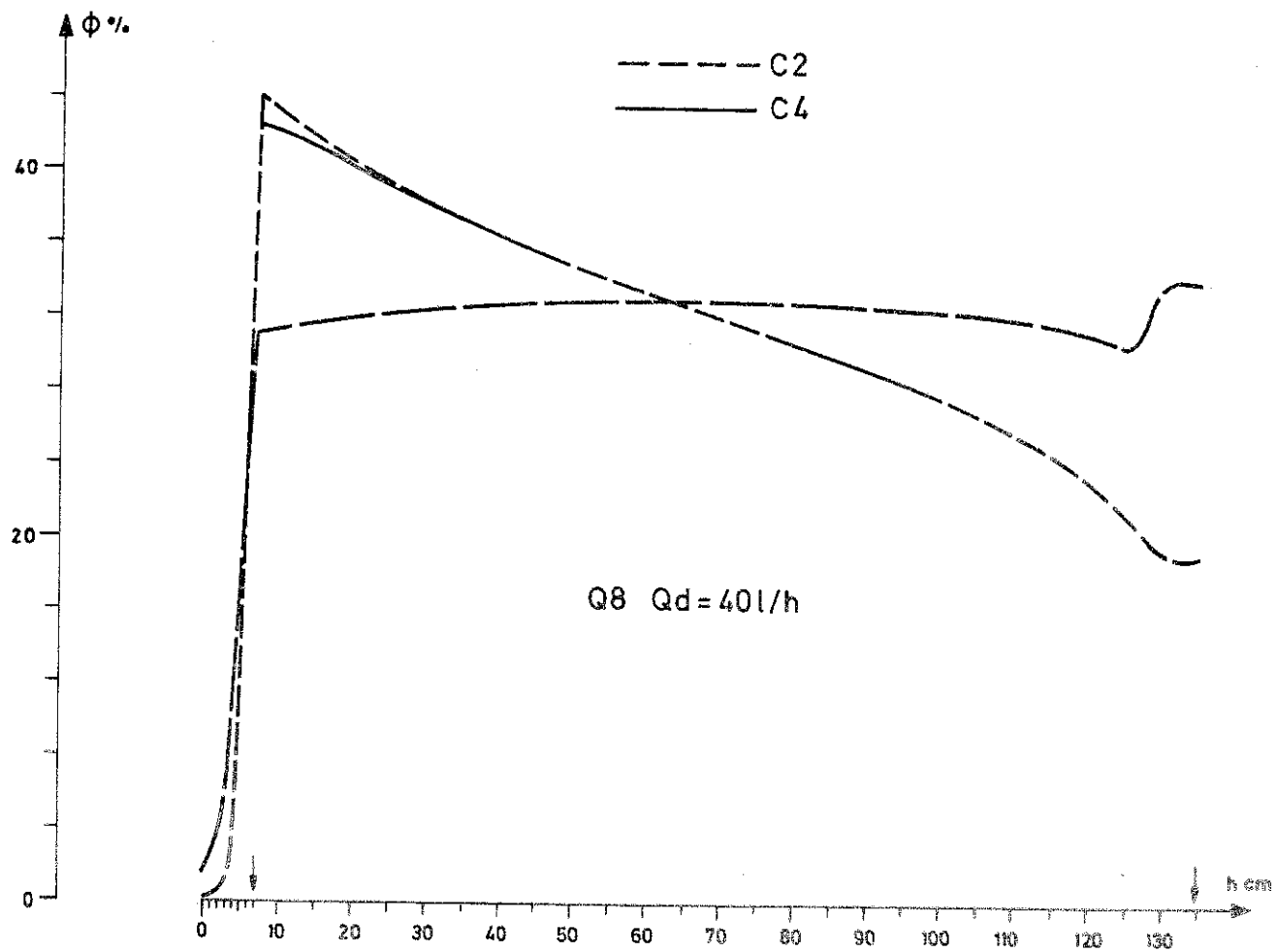


Figure 4.19 Q9 $Q_c = 40\text{l/h}$
 $Q_d = 45\text{l/h}$

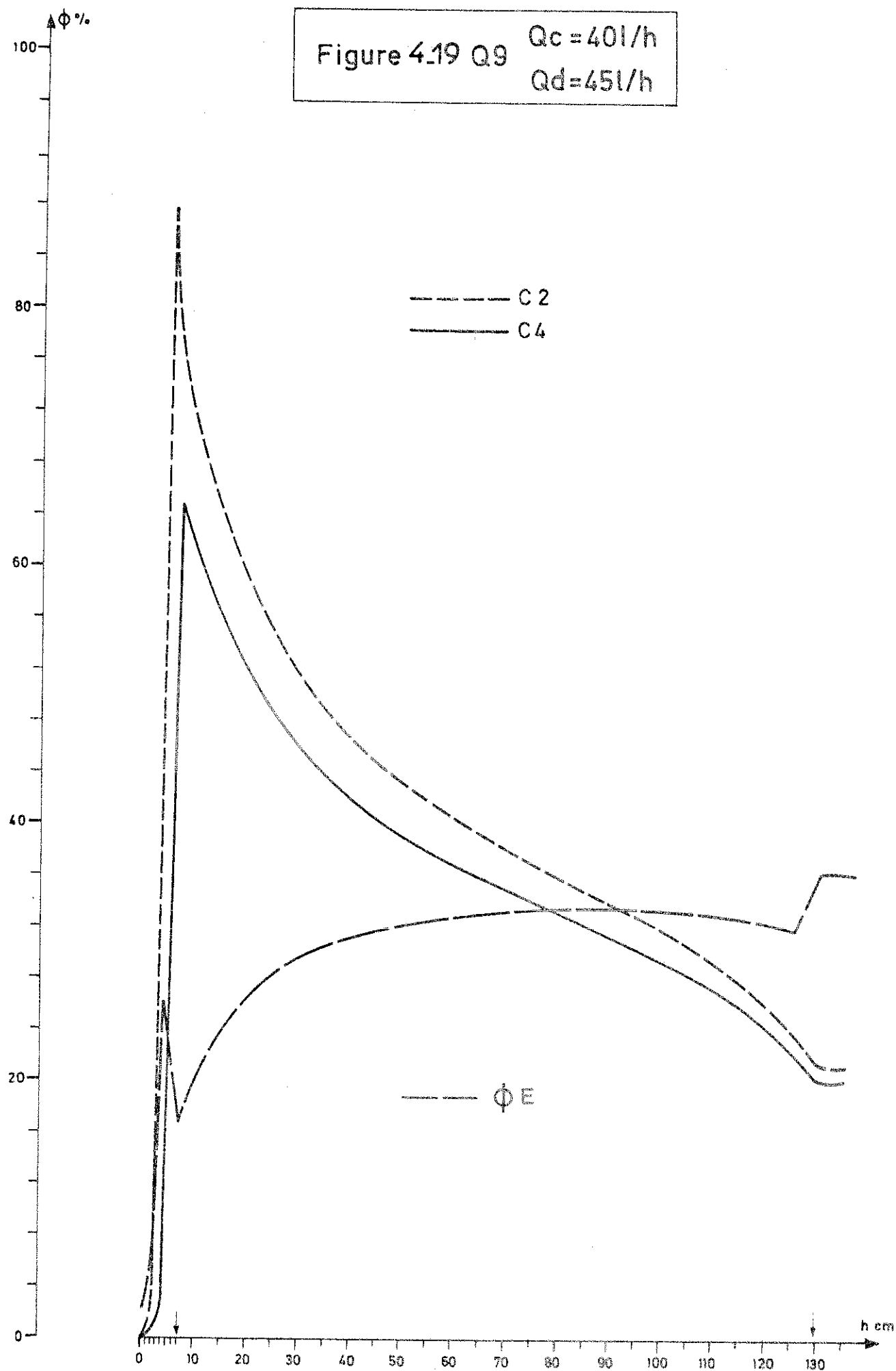


Figure 4.20 Q10 $Q_c = 40 \text{ l/h}$
 $Q_d = 50 \text{ l/h}$

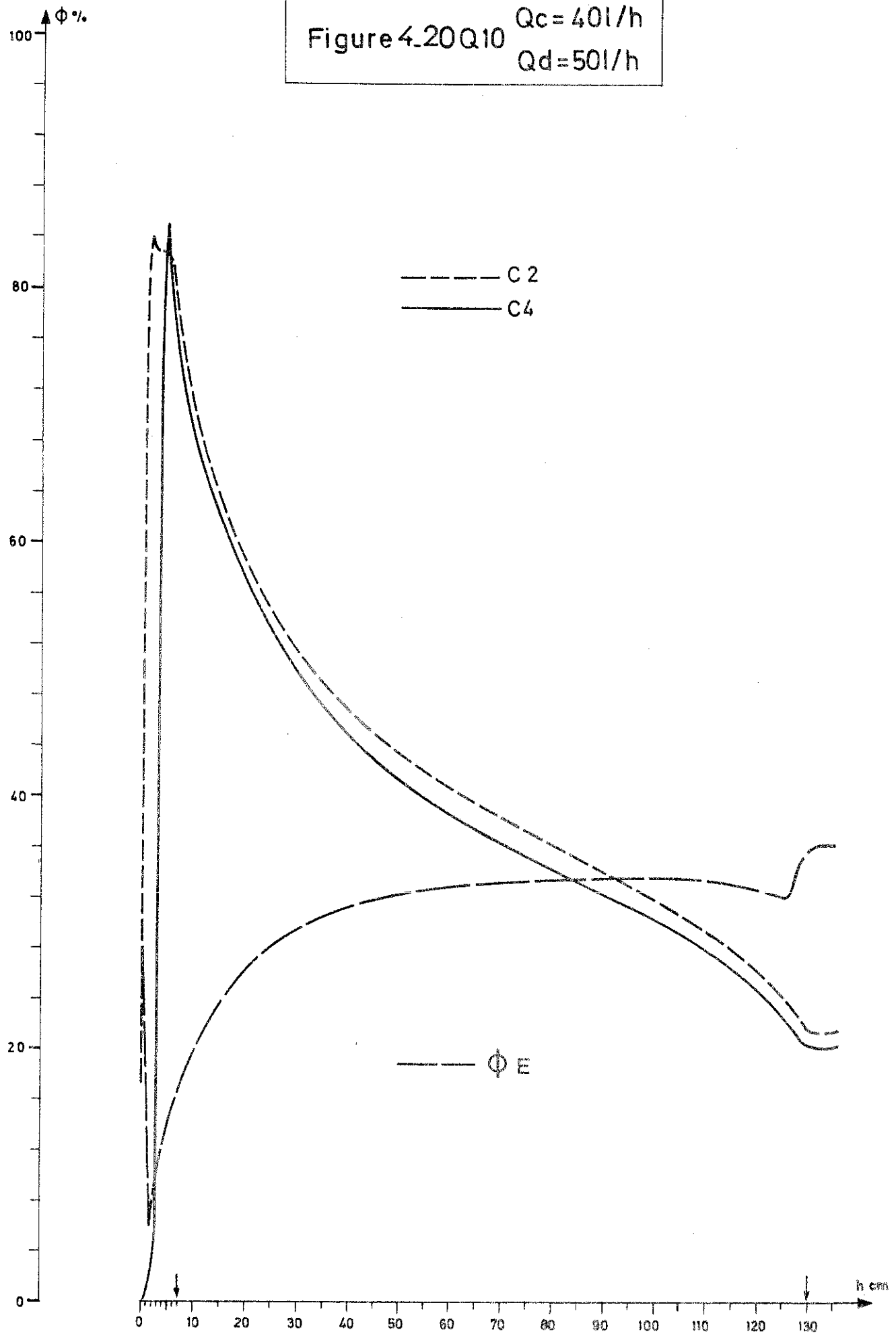


Figure 4.21 Q11 $Q_c = 40 \text{ l/h}$
 $Q_d = 55 \text{ l/h}$

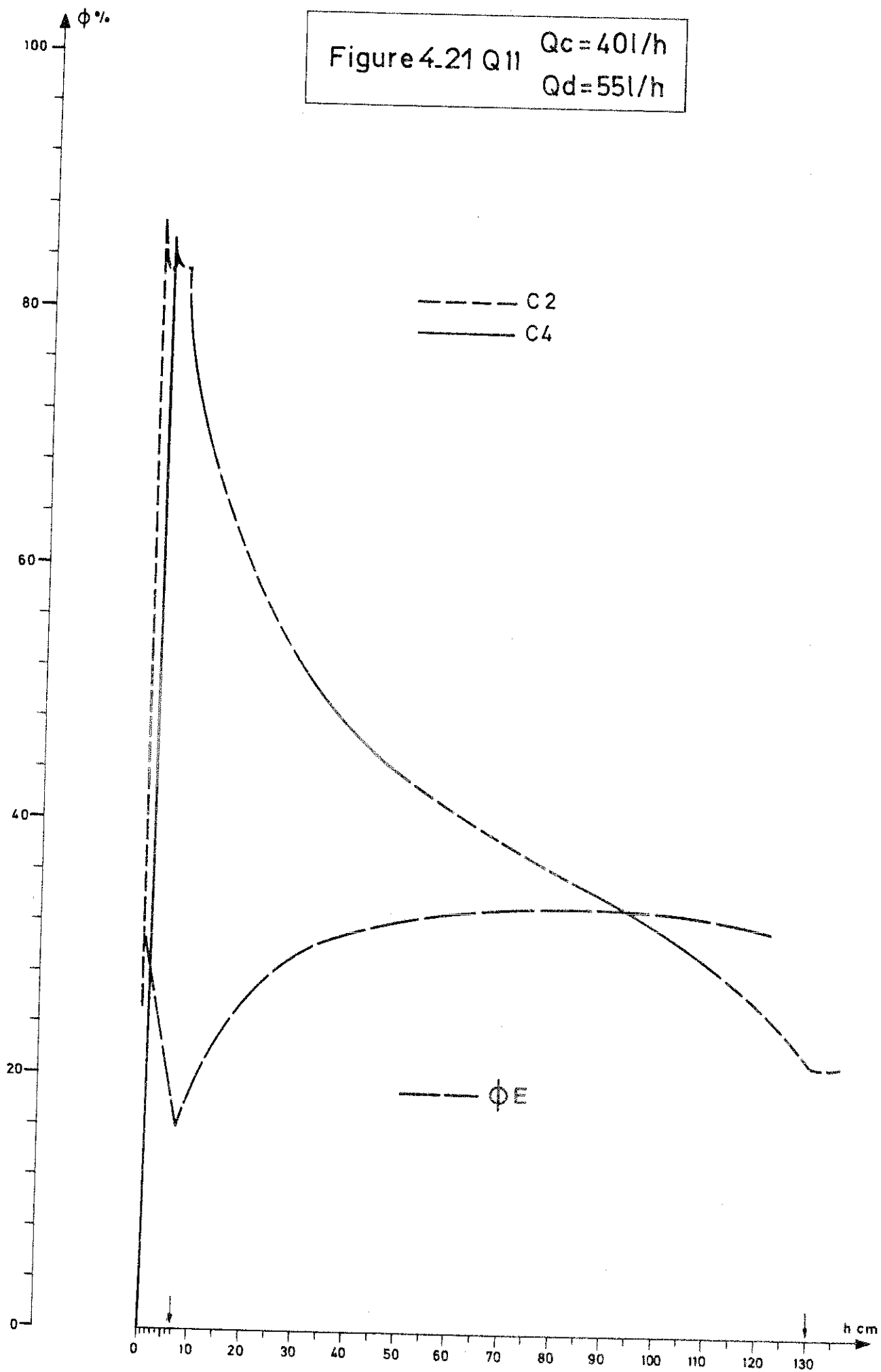


Figure 4.22 Q4 $Q_c = 40\text{ l/h}$
 $Q_d = 20\text{ l/h}$

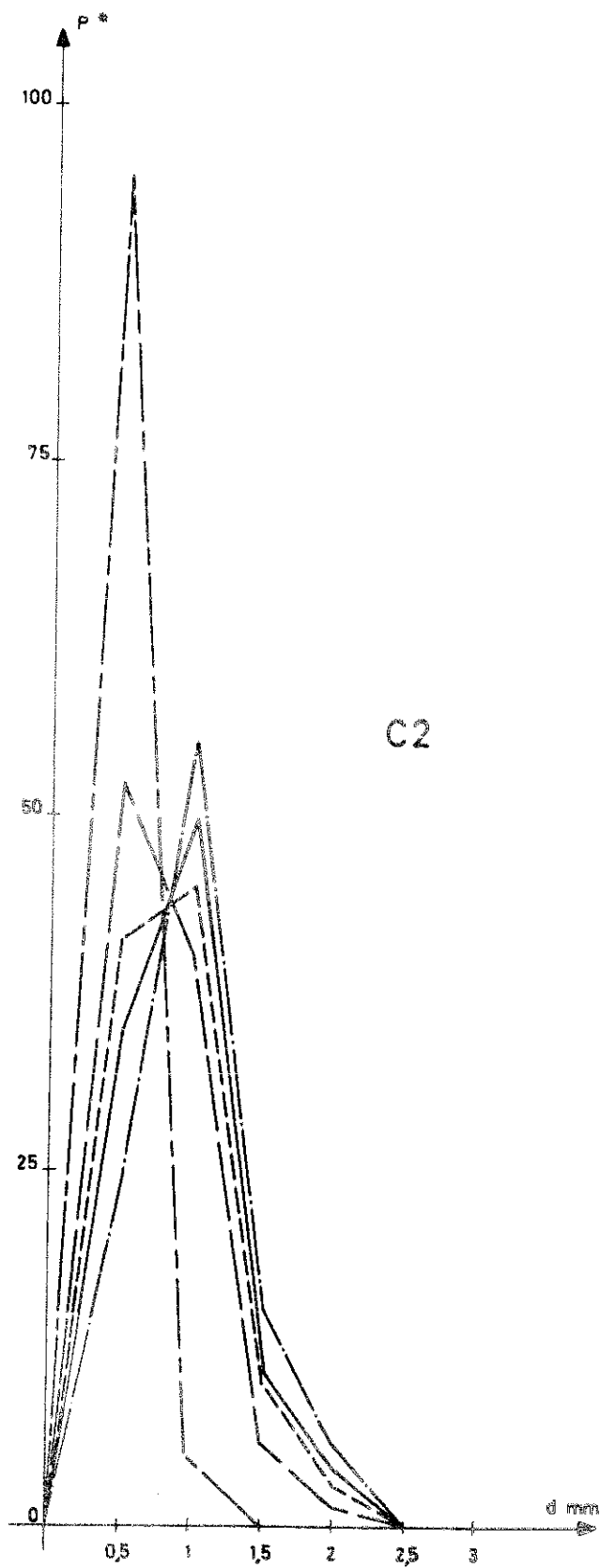
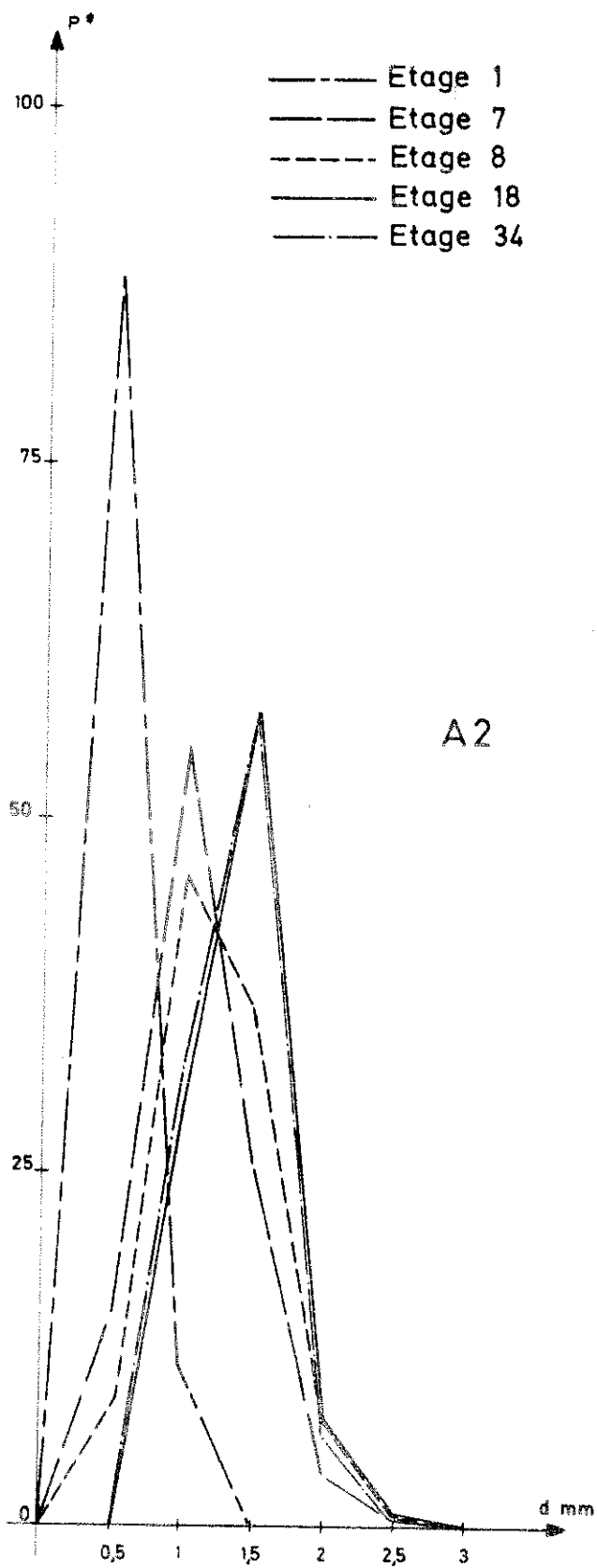


Figure 4.23 Q4 $Q_c = 40 \text{ l/h}$
 $Q_d = 20 \text{ l/h}$

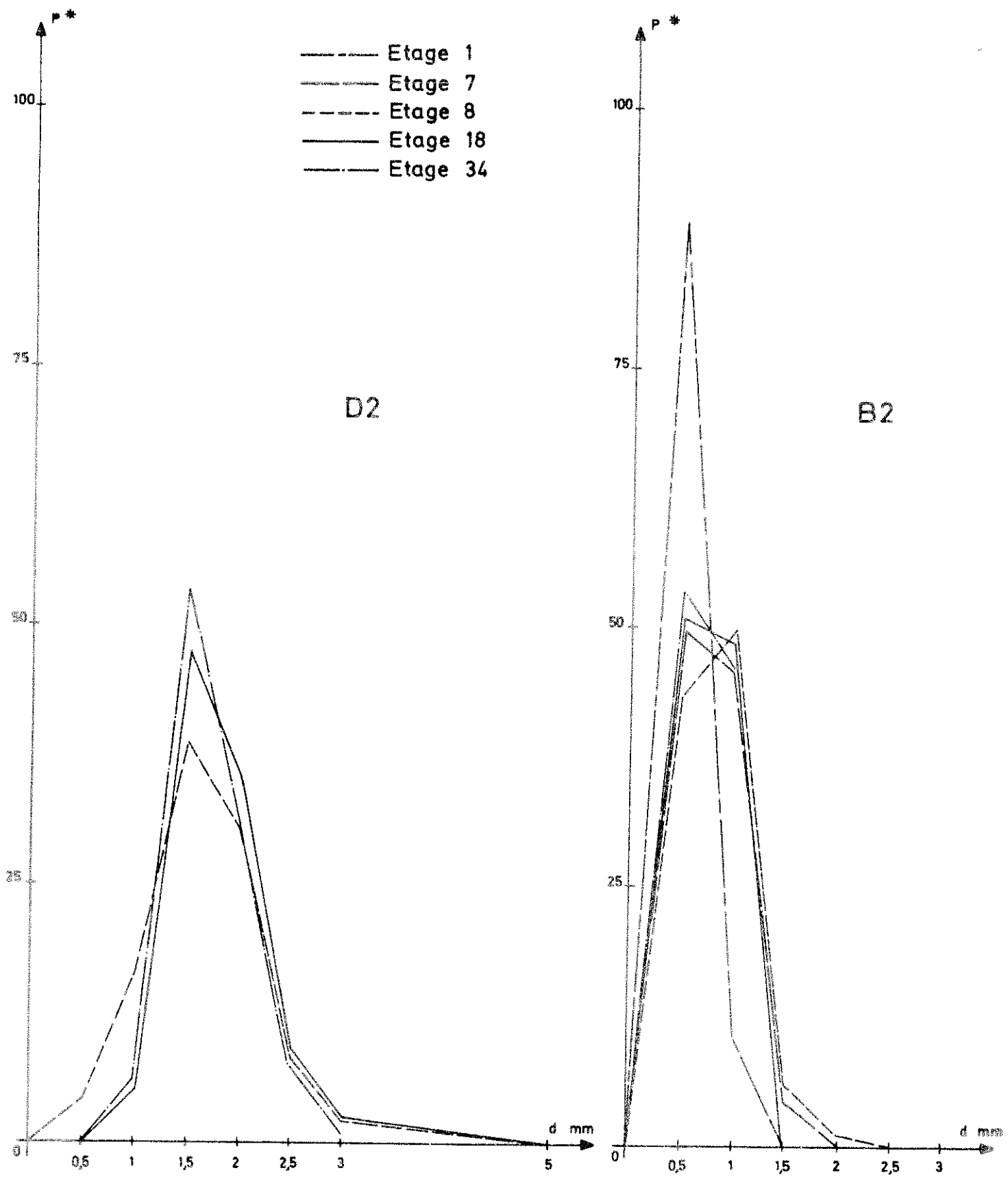


Figure 4.24 C2 $Q_c = 60 \text{ l/h}$

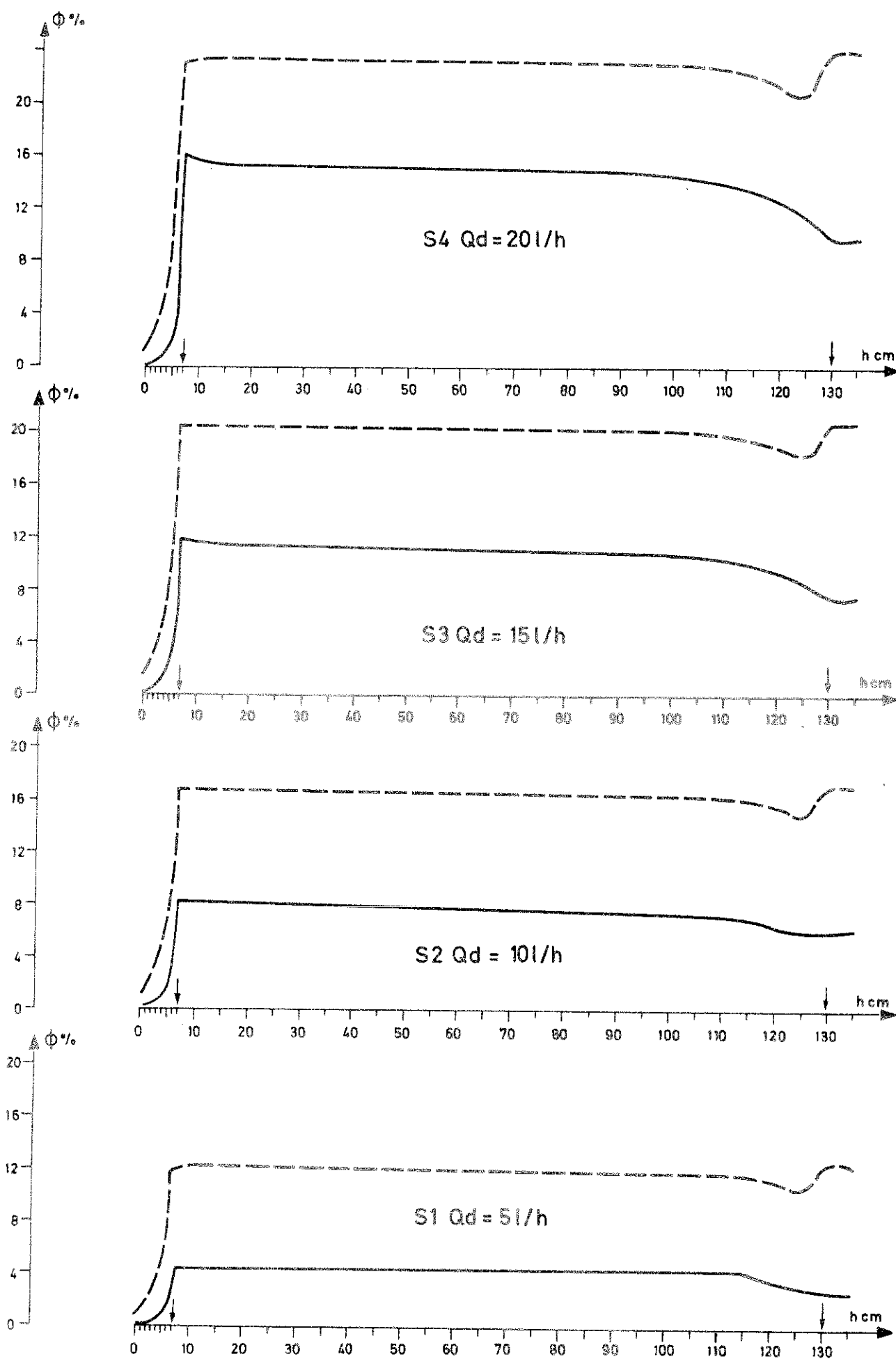


Figure 4.25 C2 $Q_c = 60 \text{ l/h}$

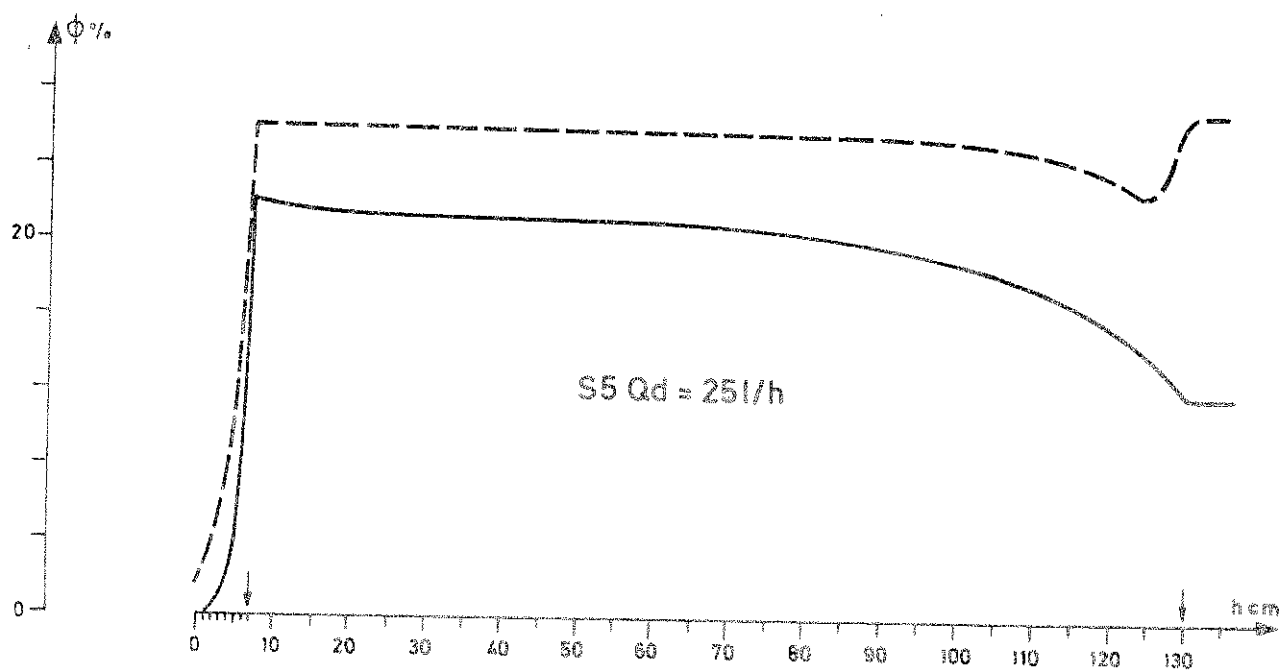
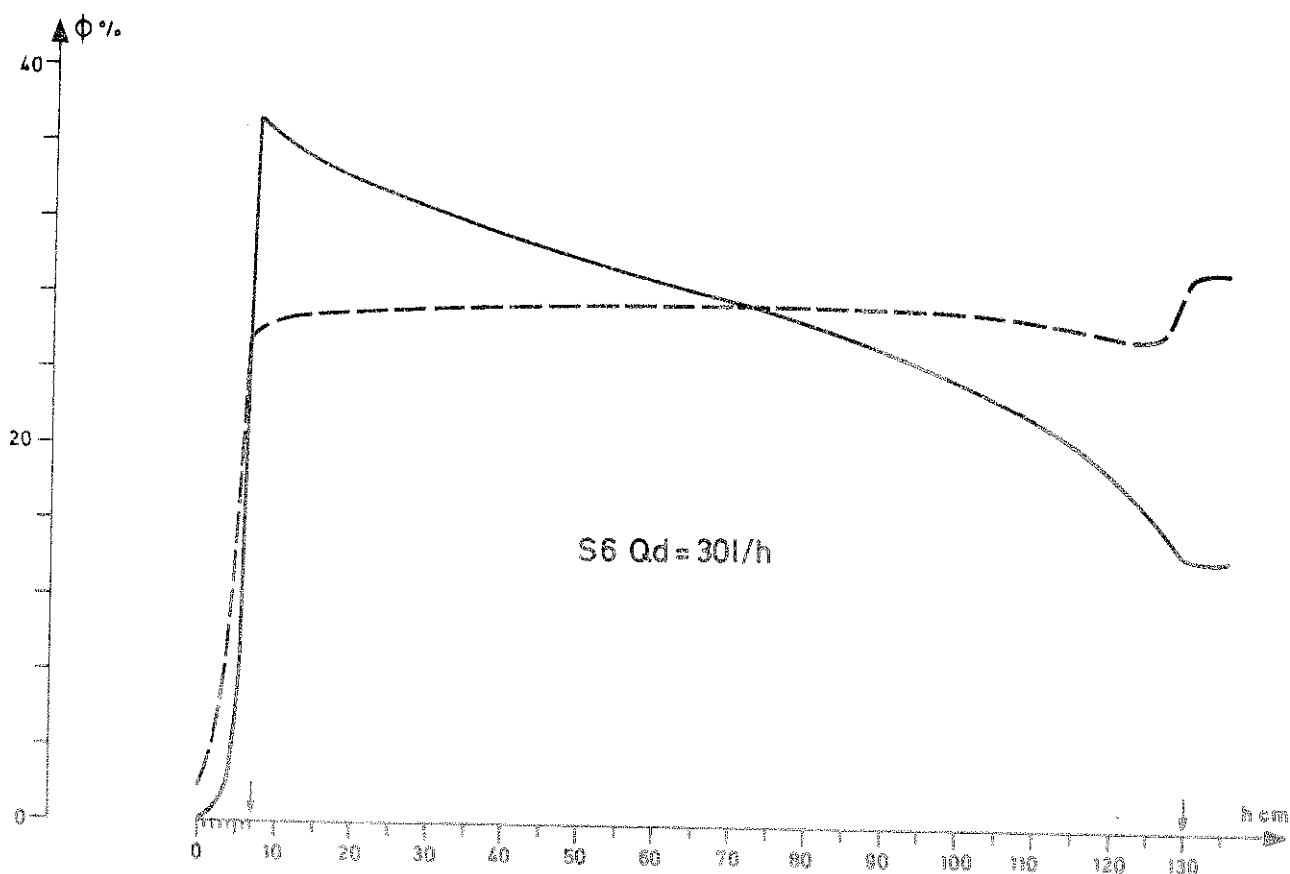


FIGURE 4-26
S7 | $Q_c = 60 \text{ l/h}$
 $Q_d = 35 \text{ l/h}$
C2

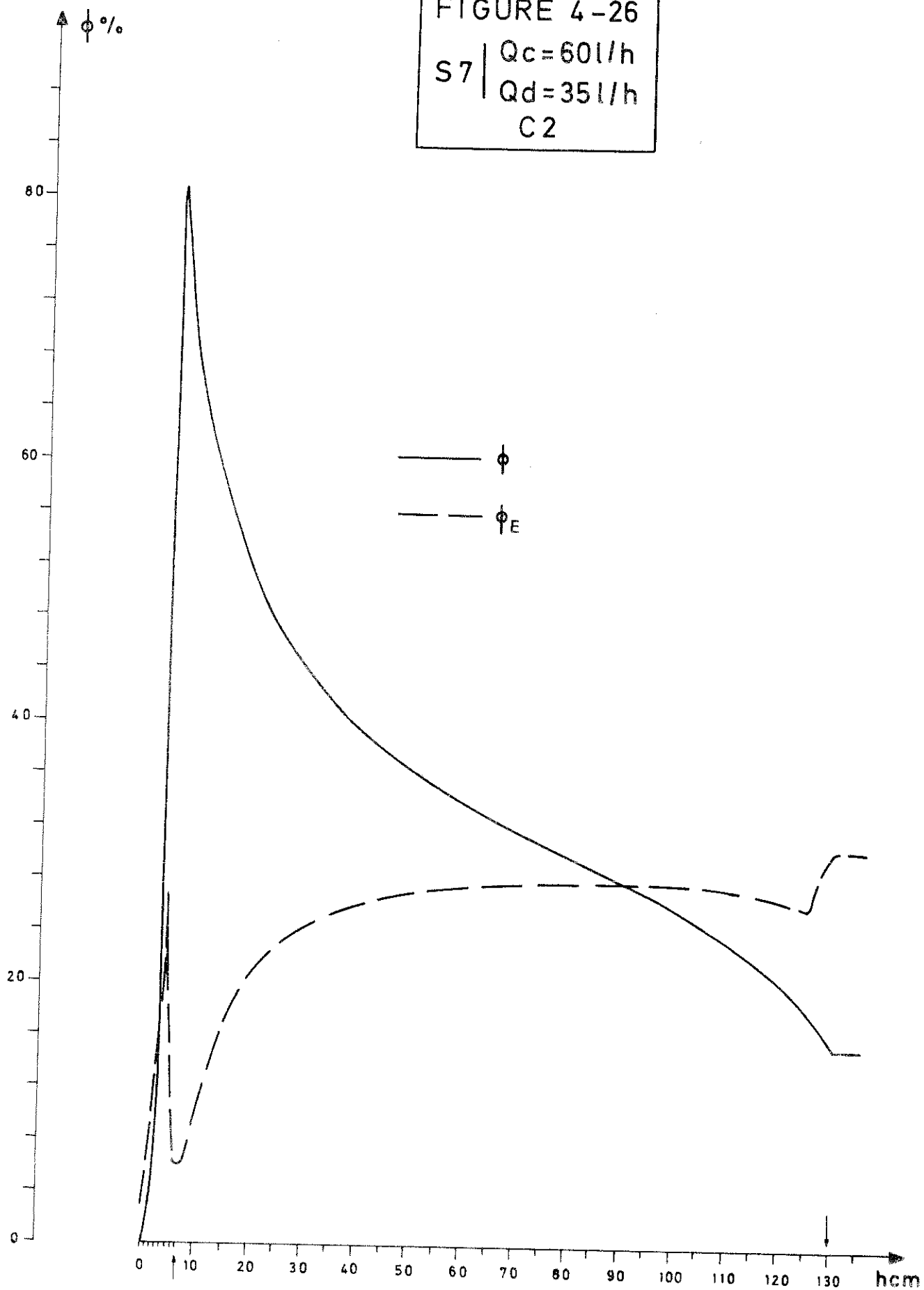


FIGURE 4-27

S8 | $Q_c = 60 \text{ l/h}$
 $Q_d = 40 \text{ l/h}$
C2

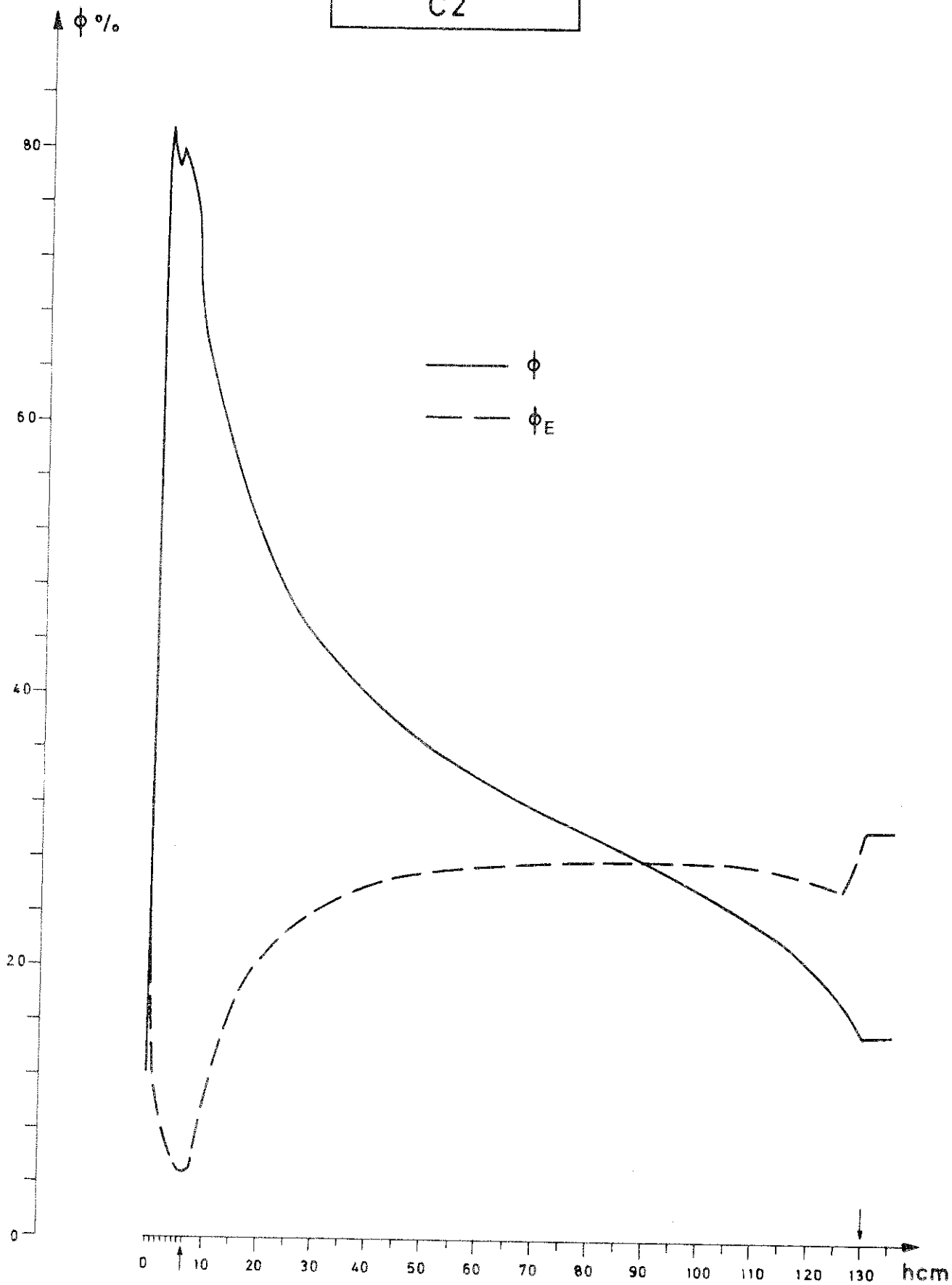


FIGURE 4-28 $Q_c = 40 \text{ l/h}$
 $Q_i \text{ A2}$

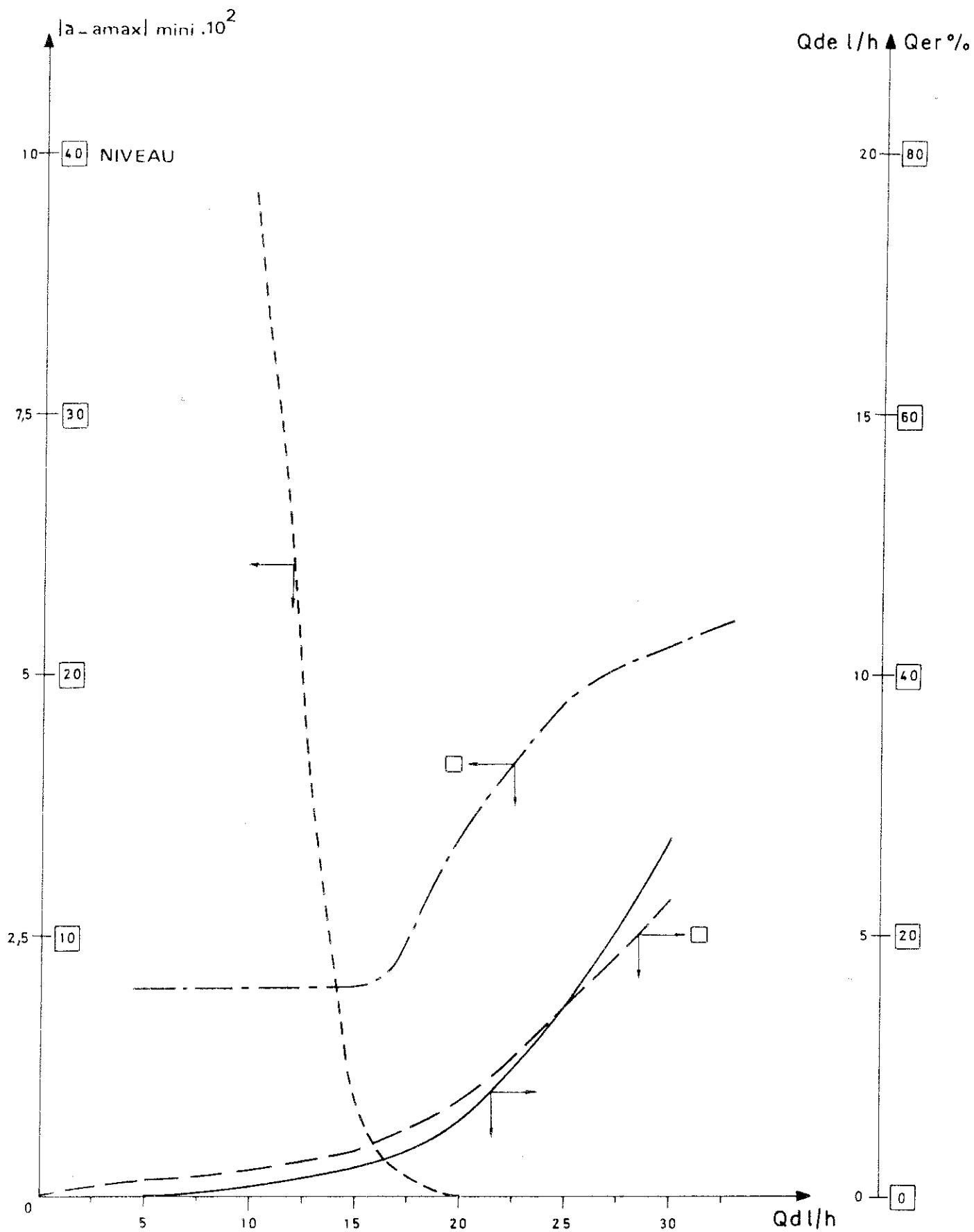
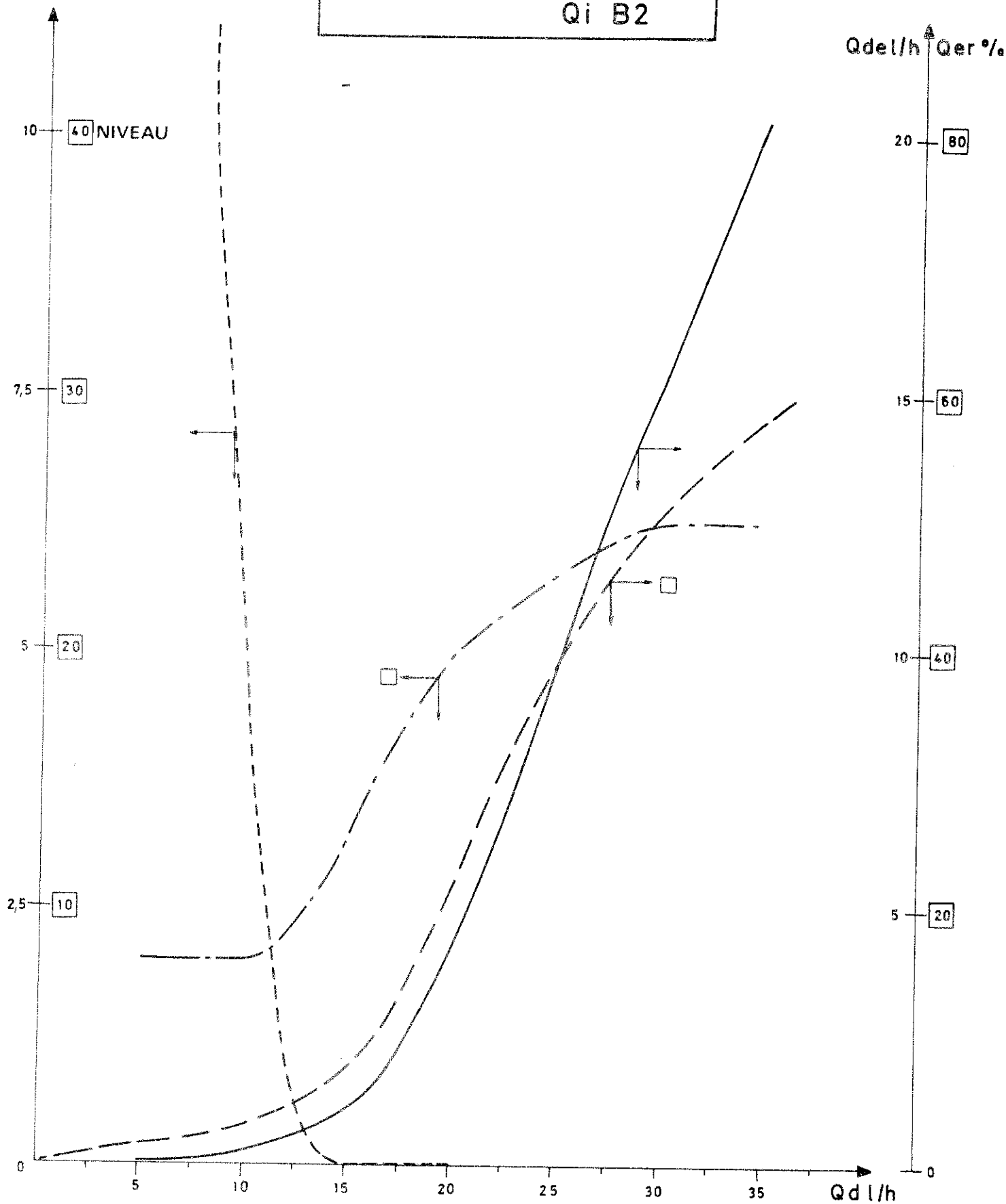


FIGURE 4-29 $Q_c = 40 \text{ l/h}$
 $Q_i \text{ B2}$

$|a_{\text{max}}|_{\text{mini}} \cdot 10^2$



ia_max/min: 10

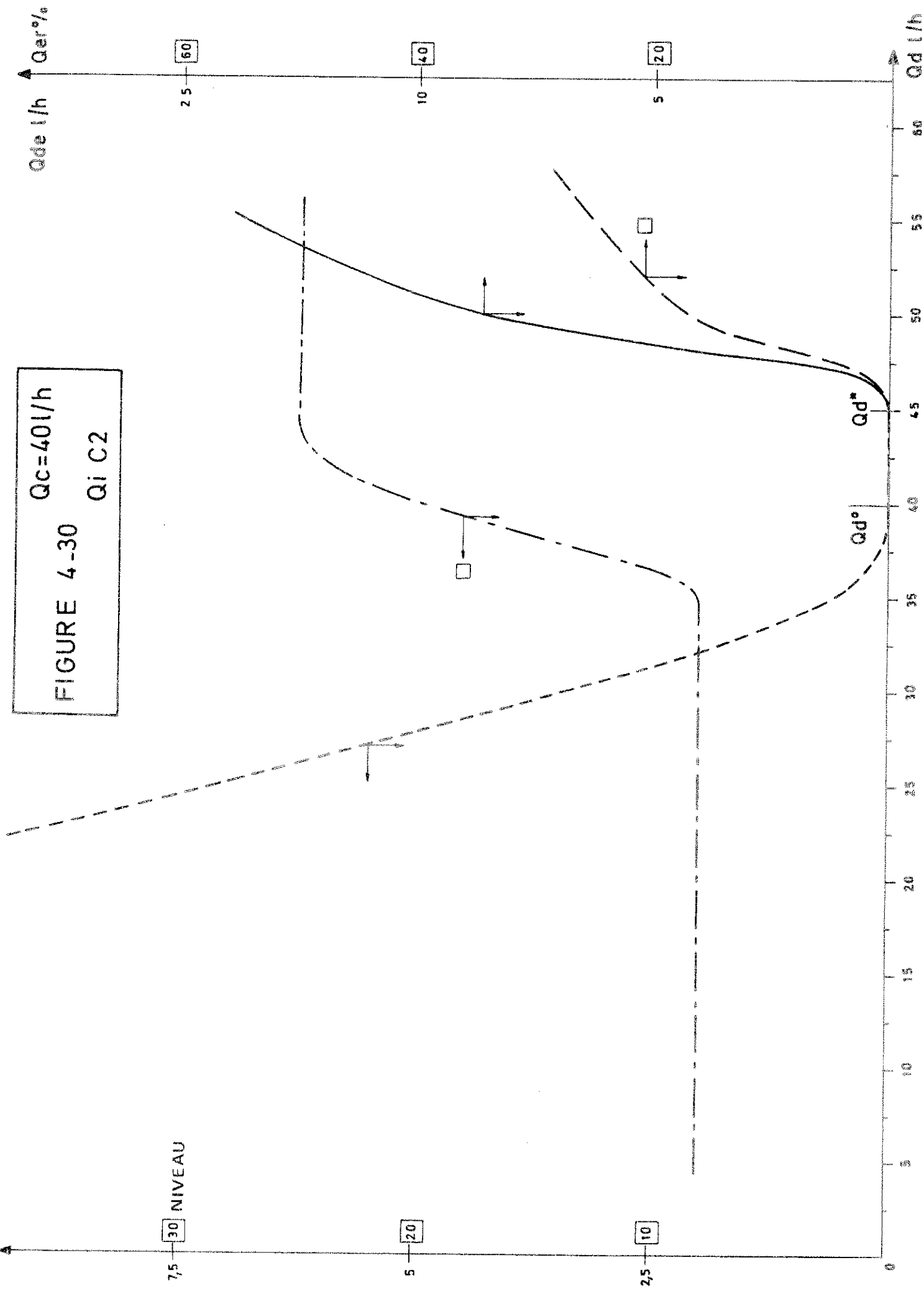


FIGURE 4-30

$Q_c = 40 \text{ l/h}$

$Q_i \text{ C2}$

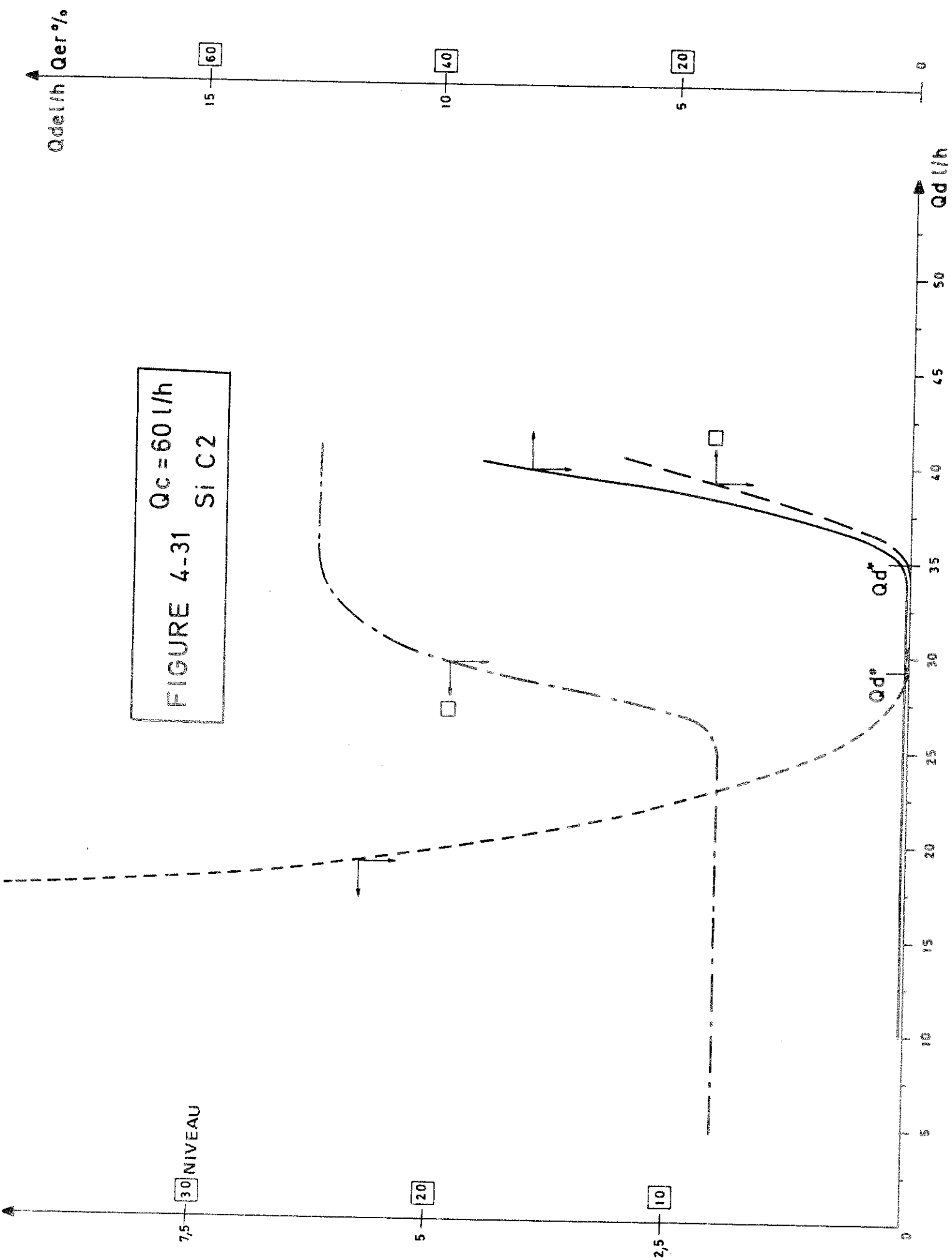


Figure 4.32 C2 $Q_c = 40\text{l/h}$
Etage 7

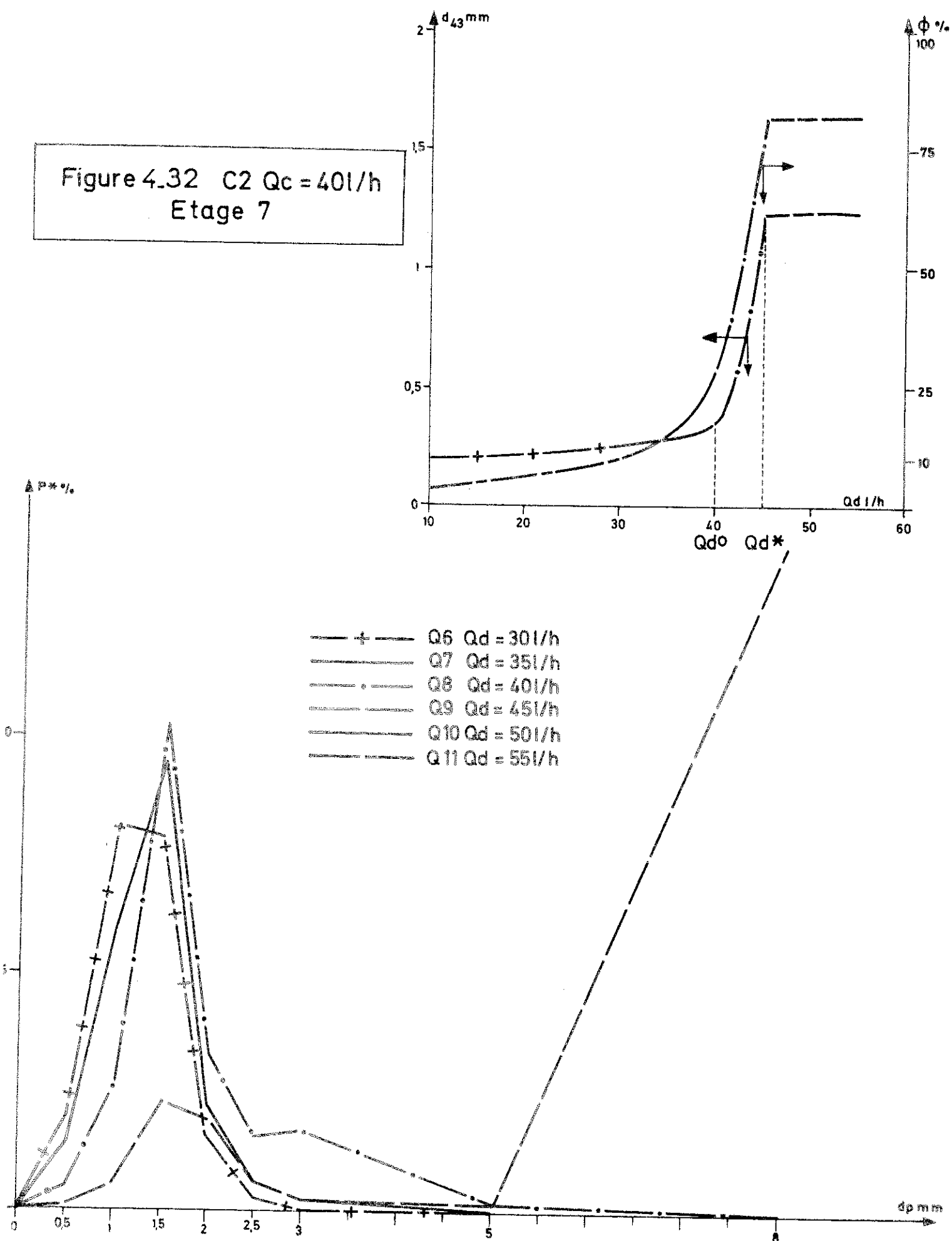


Figure 4.33 C2 $Q_c = 40 \text{ l/h}$
Etage 8

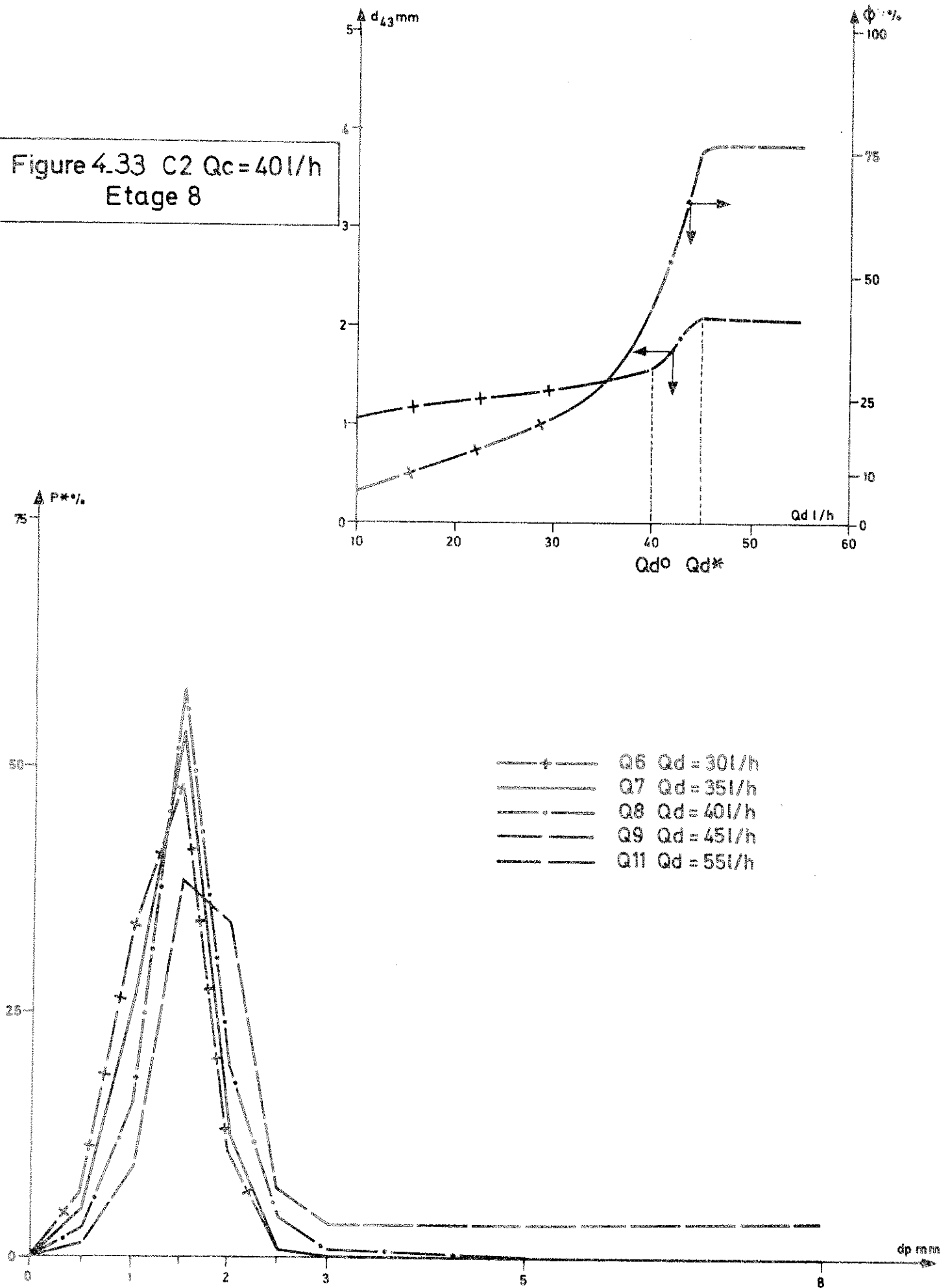


Figure 4.34 C2 $Q_c = 40 \text{ l/h}$
Etage 18

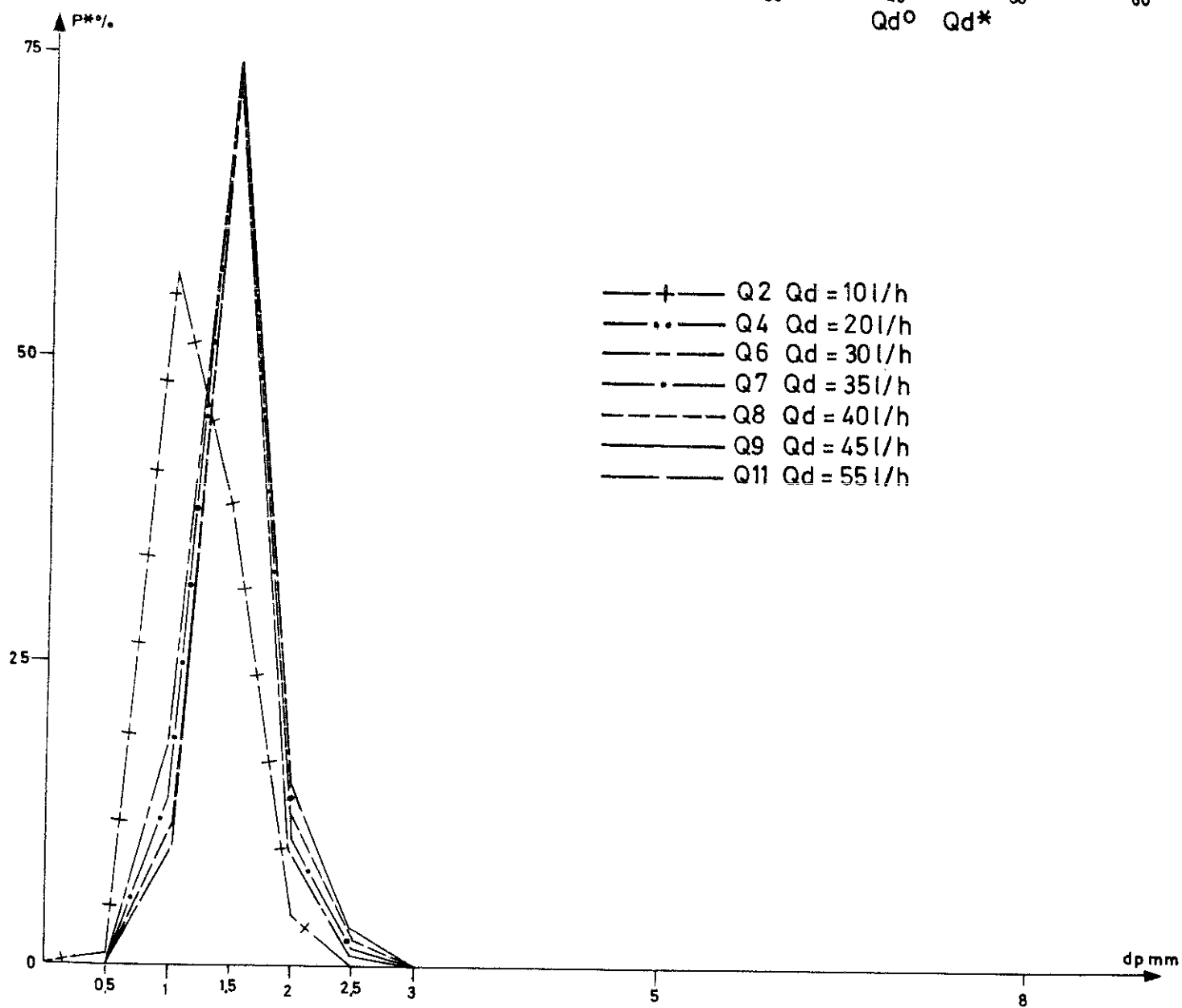
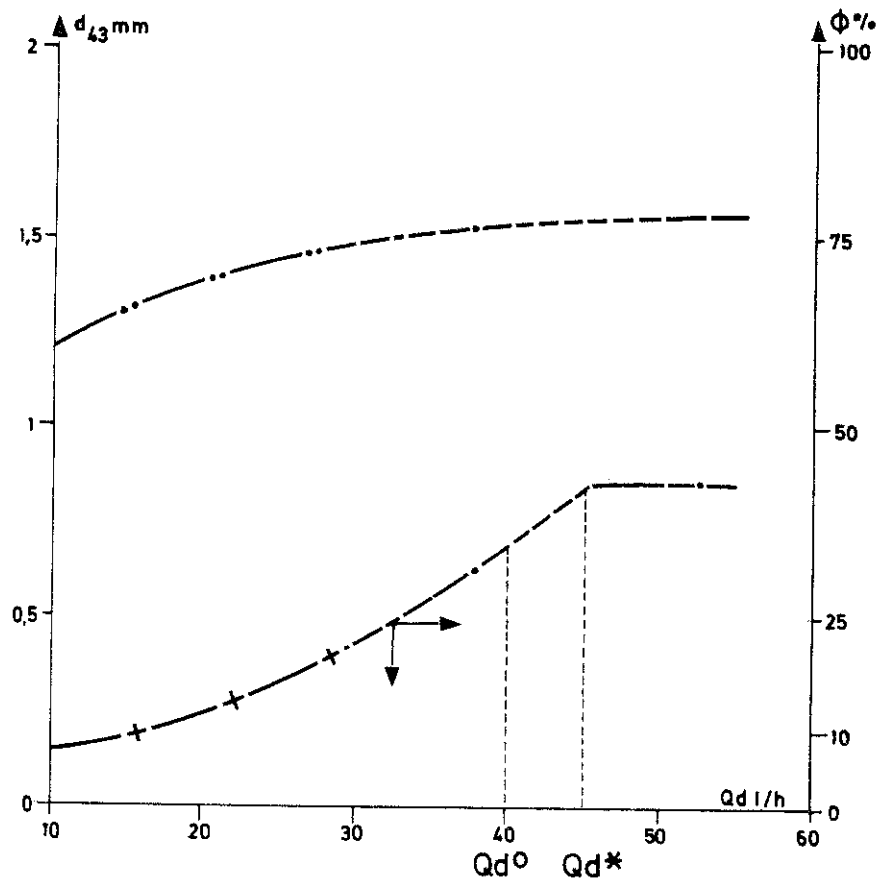


Figure 4.35 C2 $Q_c = 60 \text{ l/h}$
Etage 7

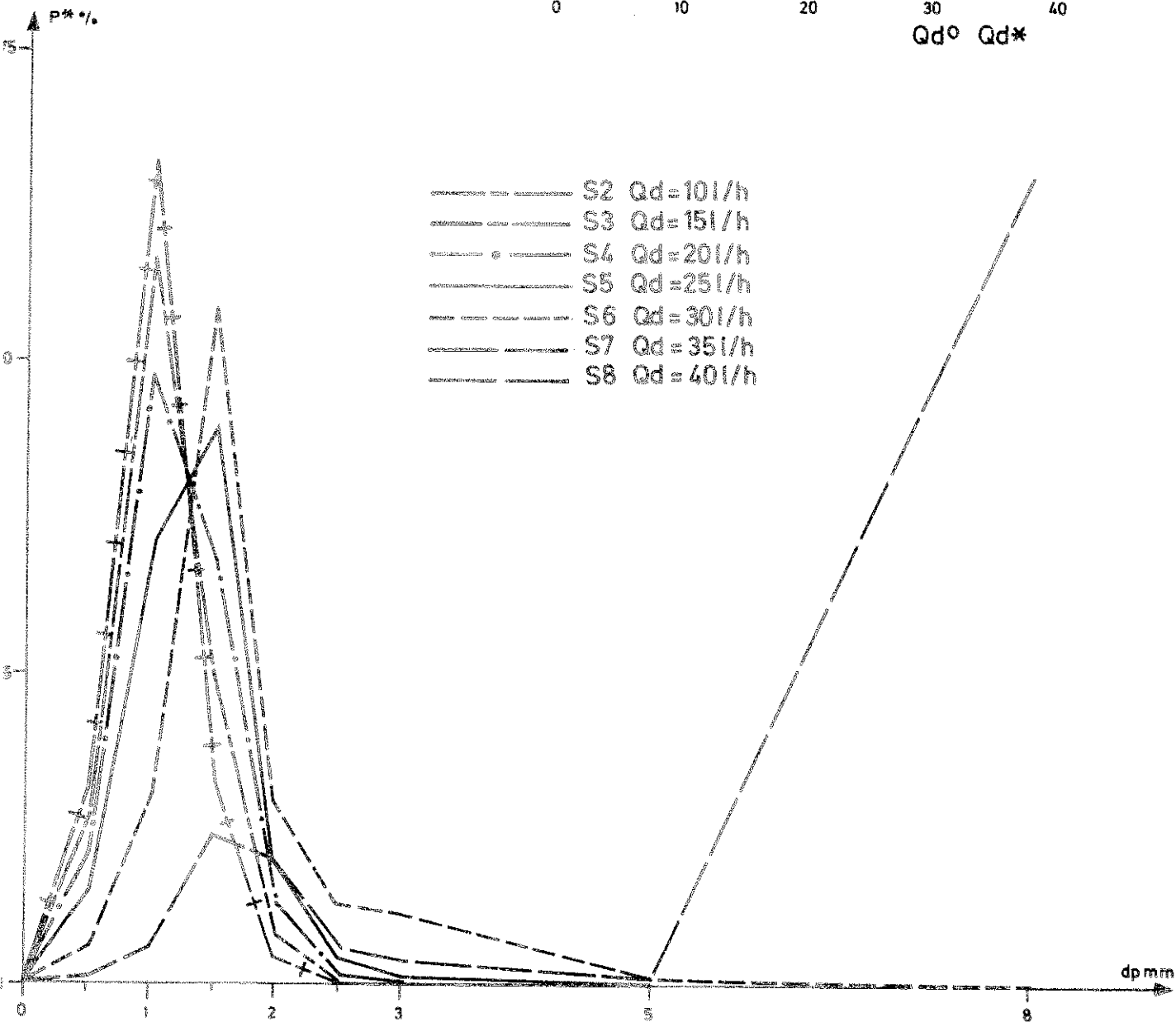
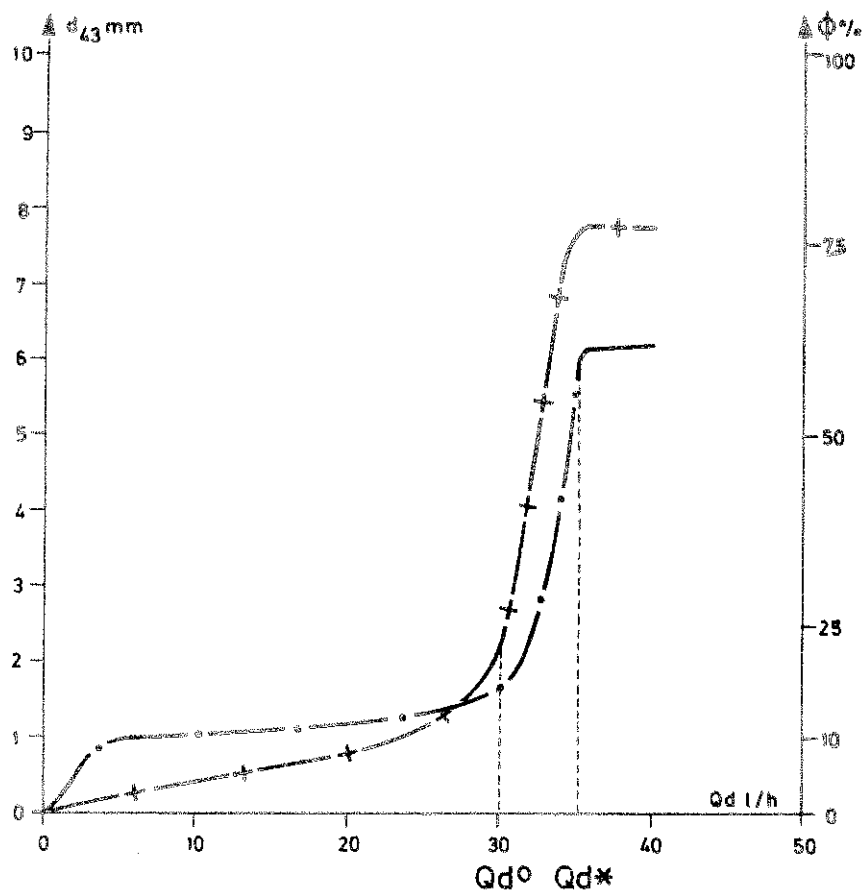


Figure 4.36 C2 $Q_c = 60 \text{ l/h}$
Etage 8

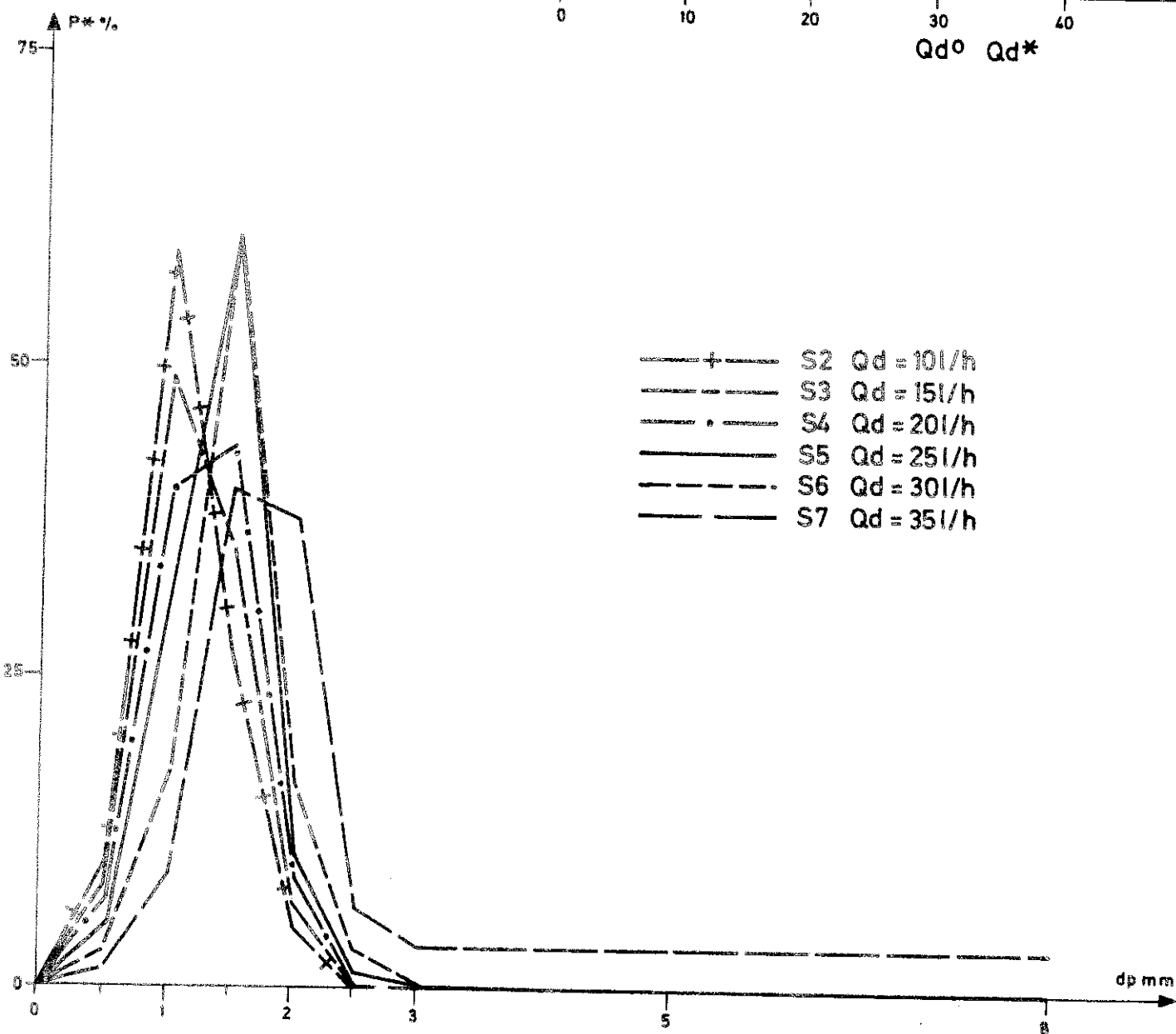
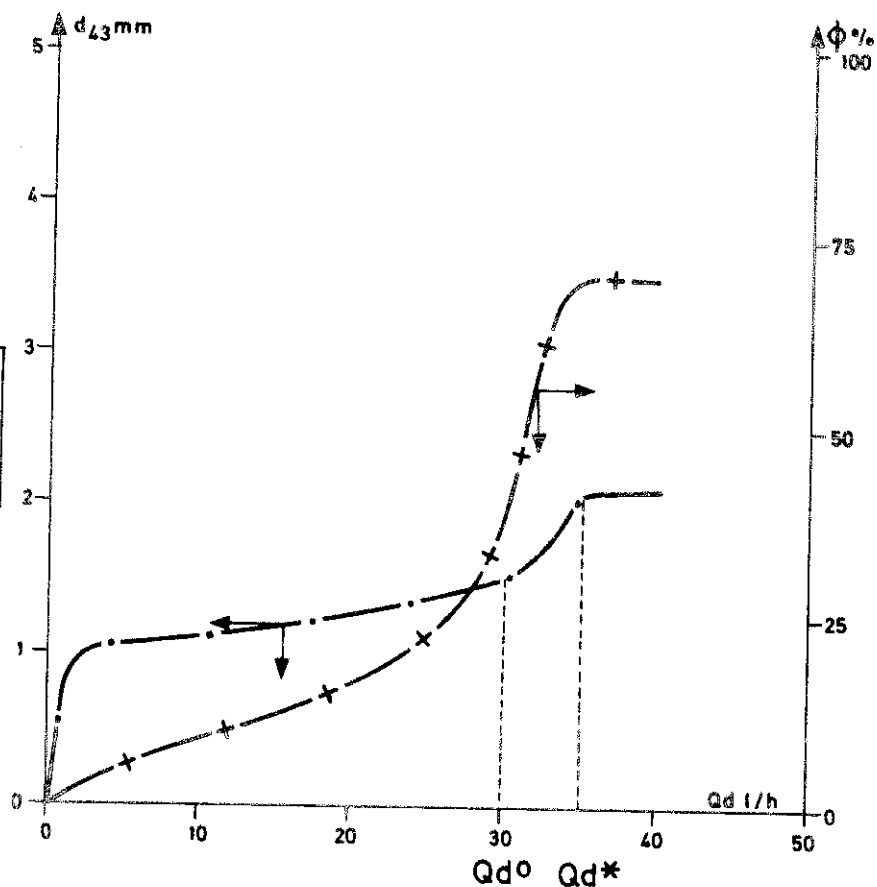


Figure 4.37 C2 $Q_c = 60 \text{ l/h}$
Etage 18

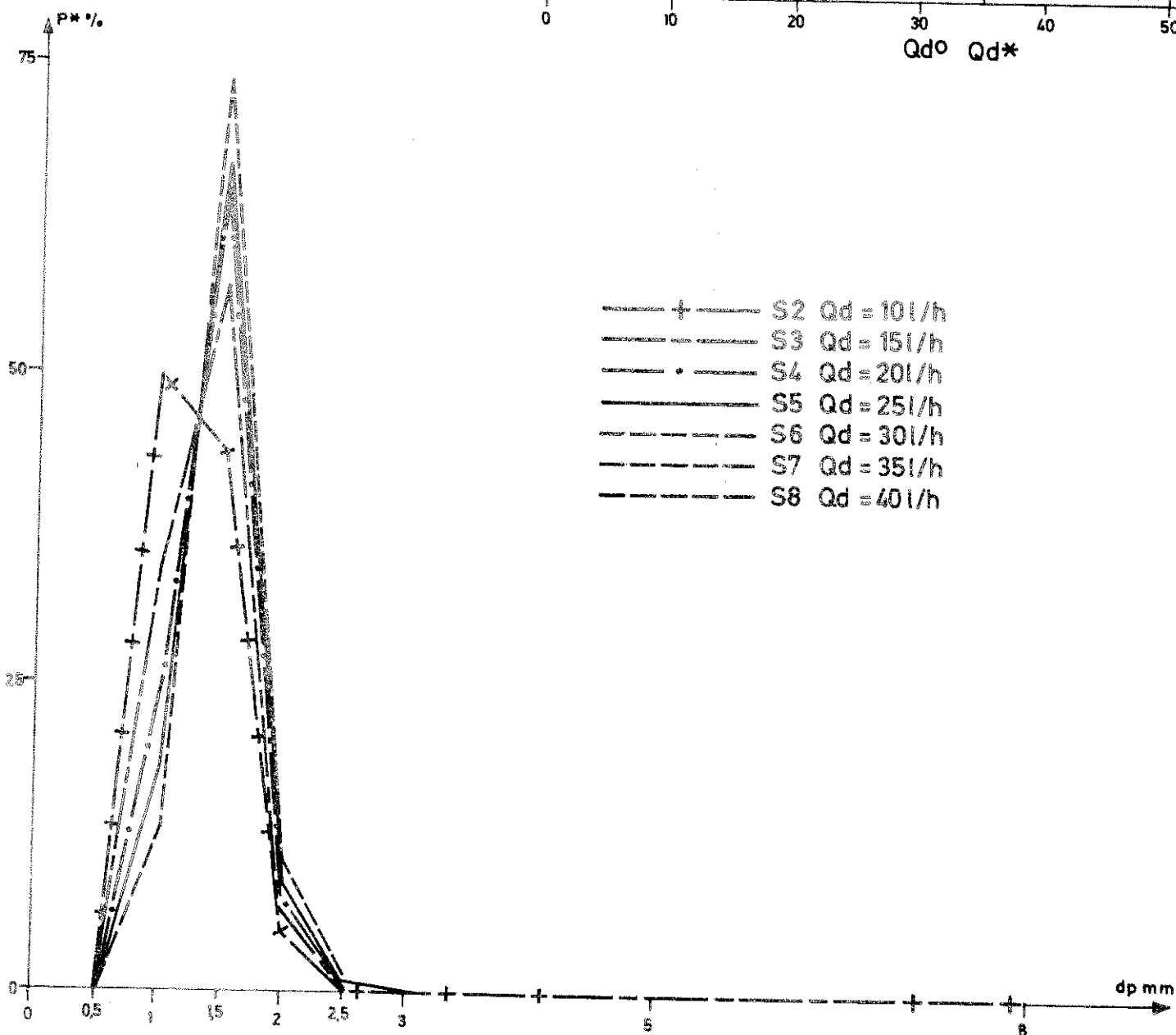
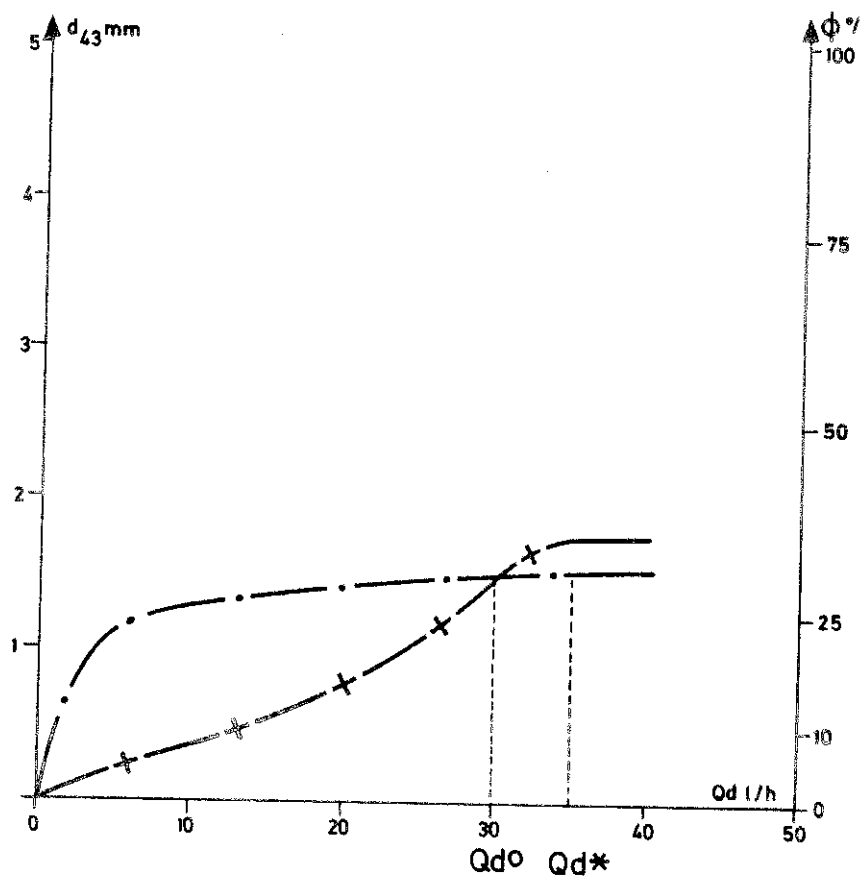


FIGURE 4-38
Q_i C 2

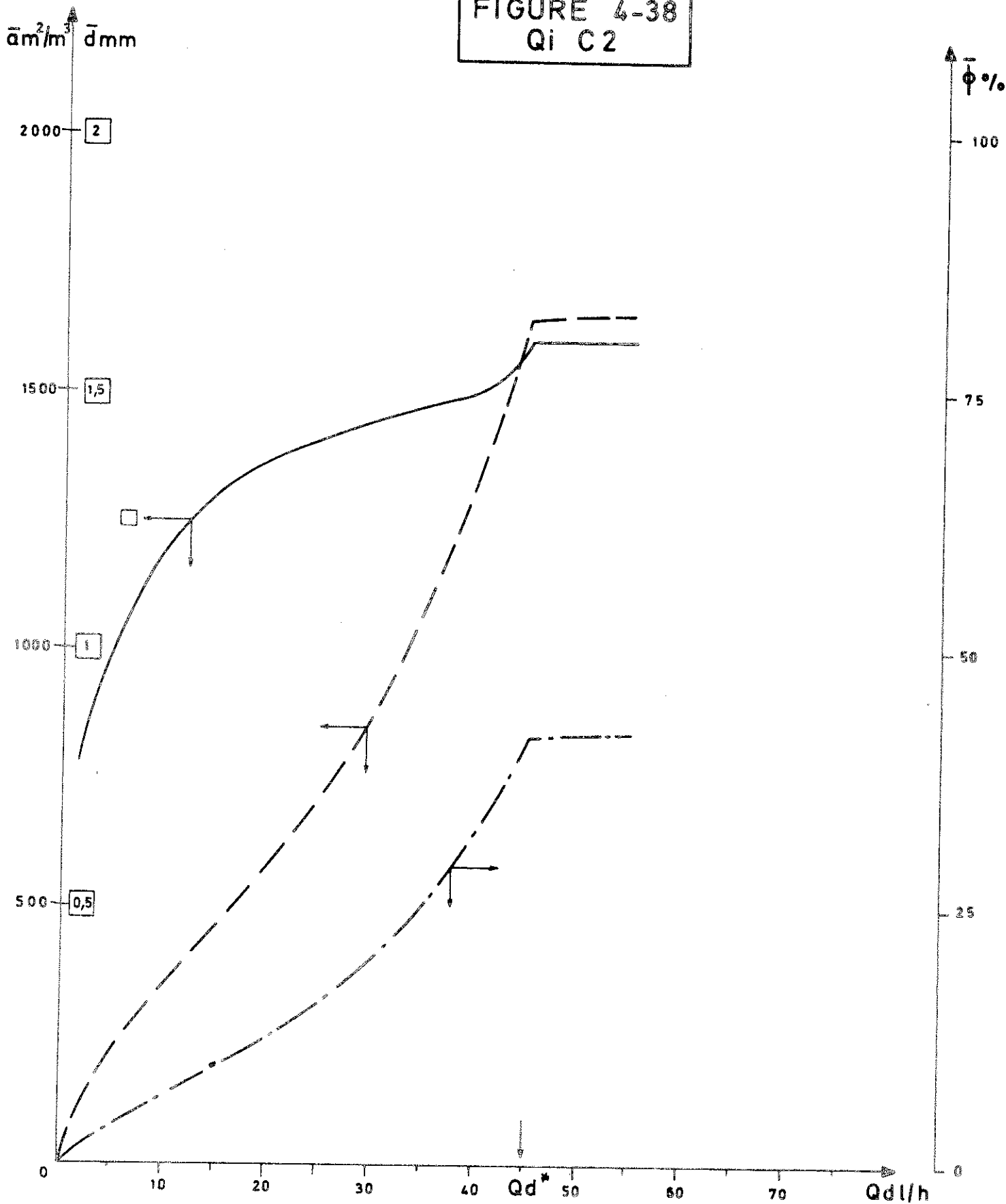
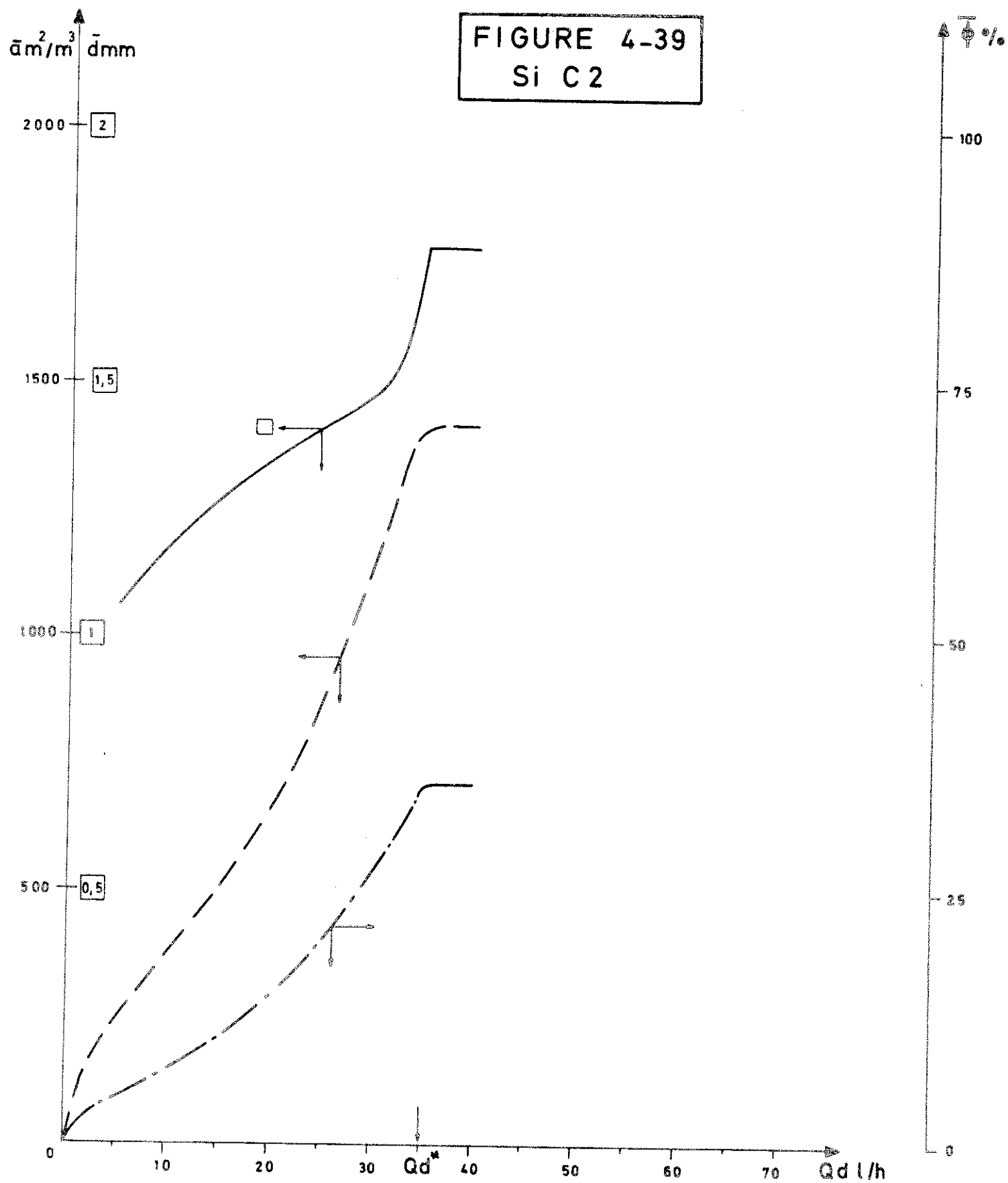


FIGURE 4-39
Si C 2



$Ia_{amax} (mini, 10^4)$

Q_{de} / h
 $Q_{ei} / \%$

FIGURE 4-40 $Q_i C_4$

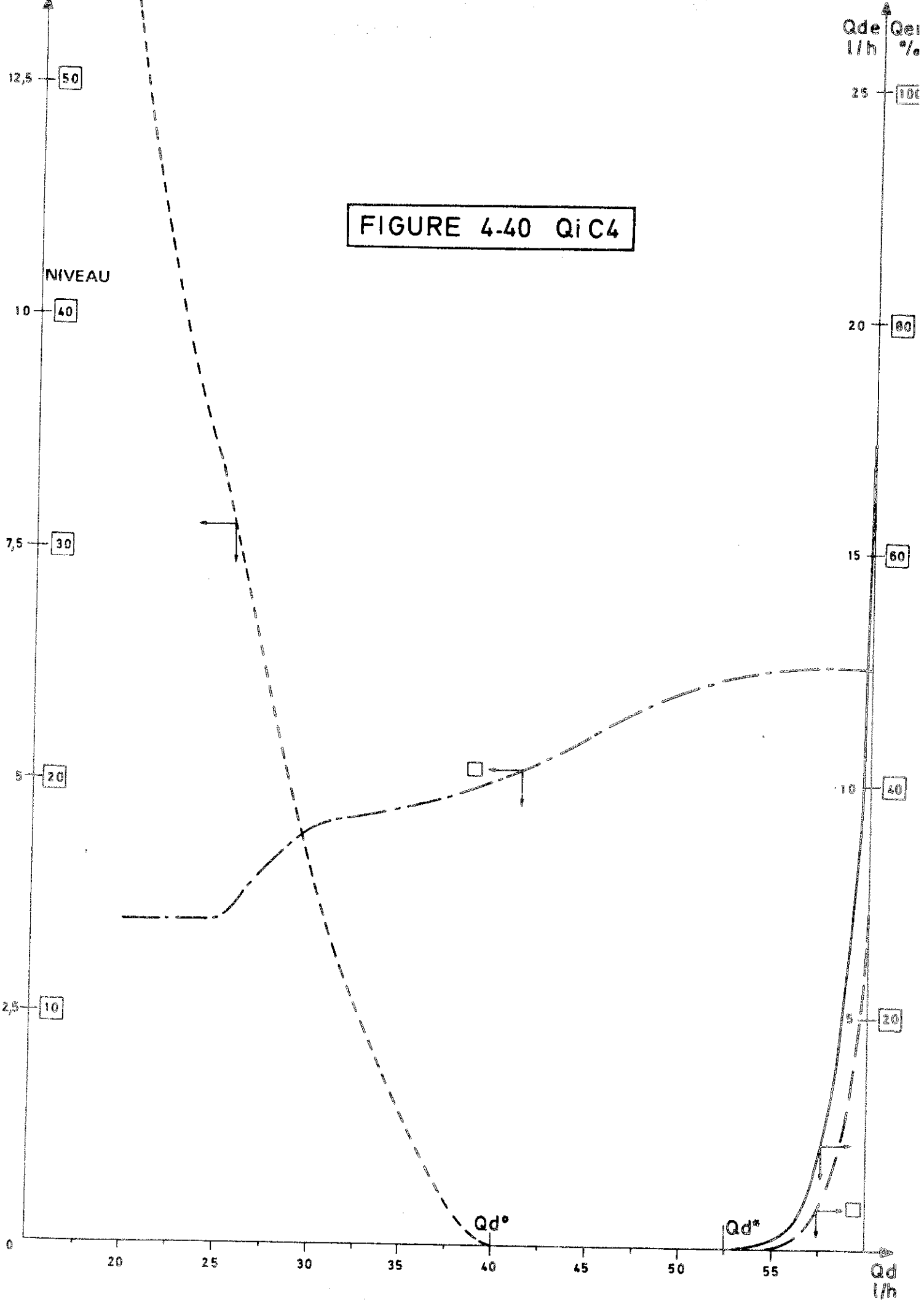


FIGURE 4.41

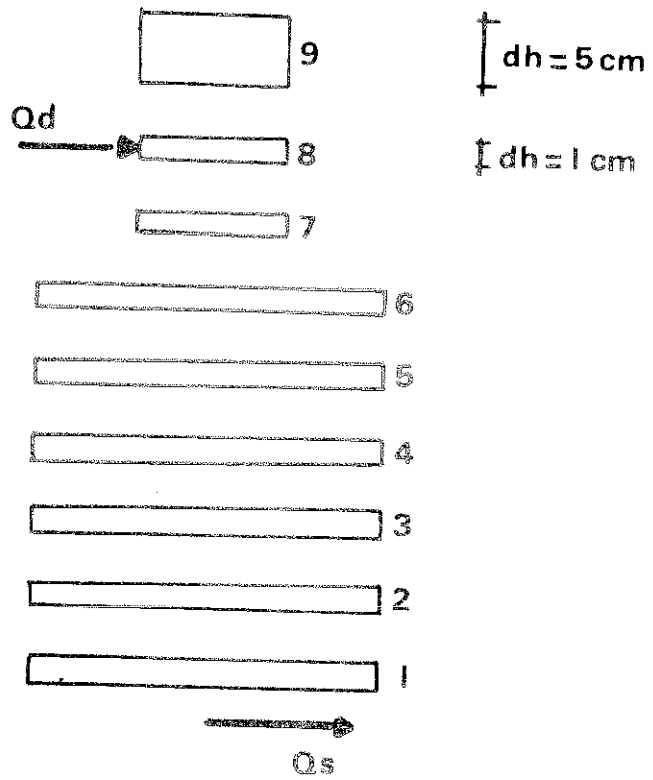
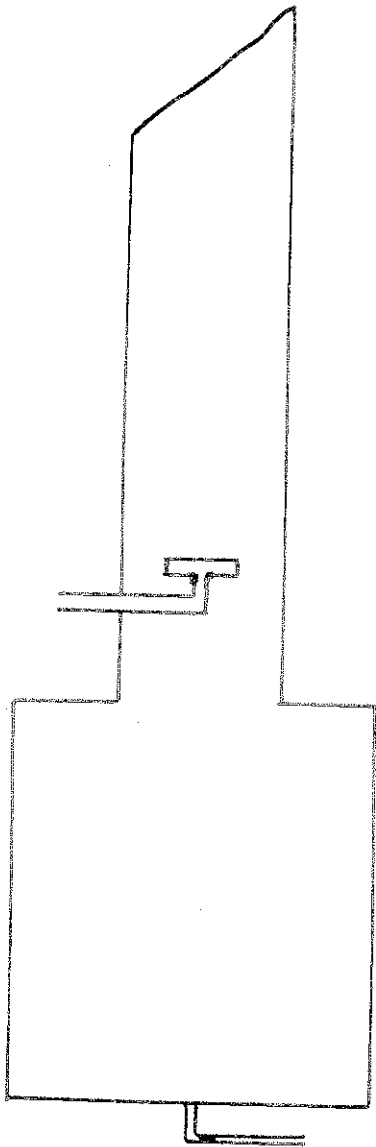
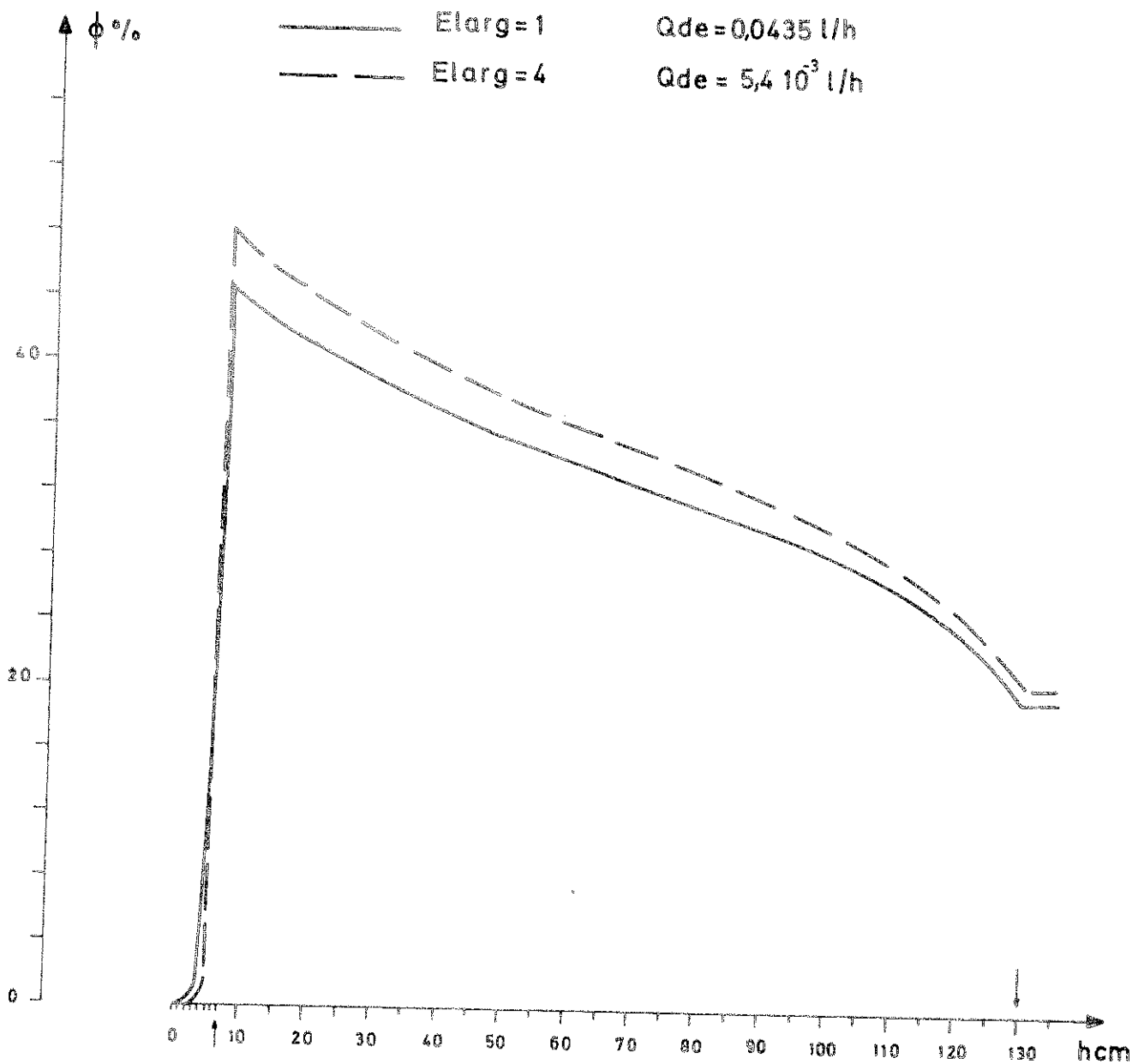
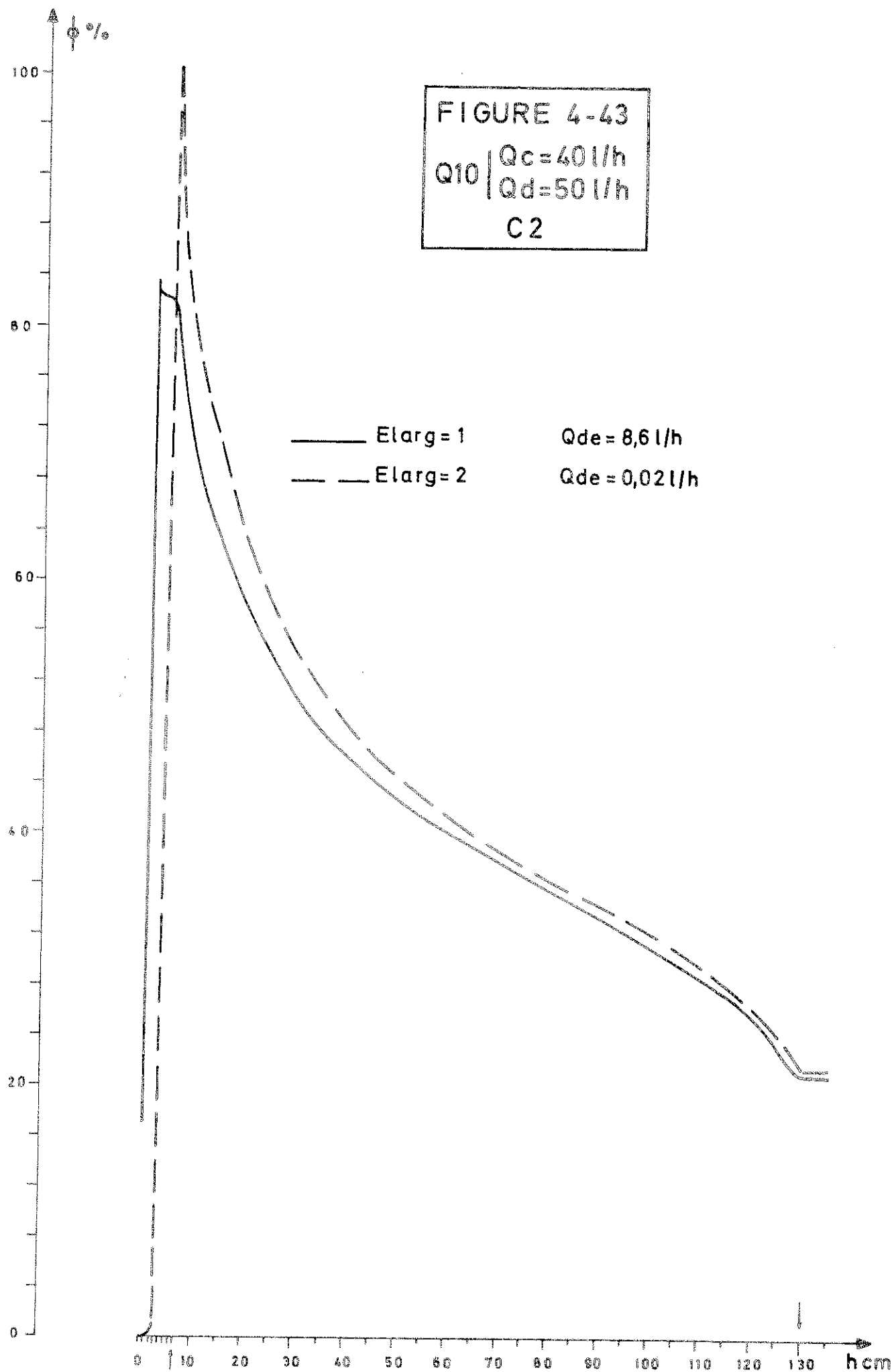


FIGURE 4-42

Q8 | Qc=40l/h
Qd=40l/h
C2





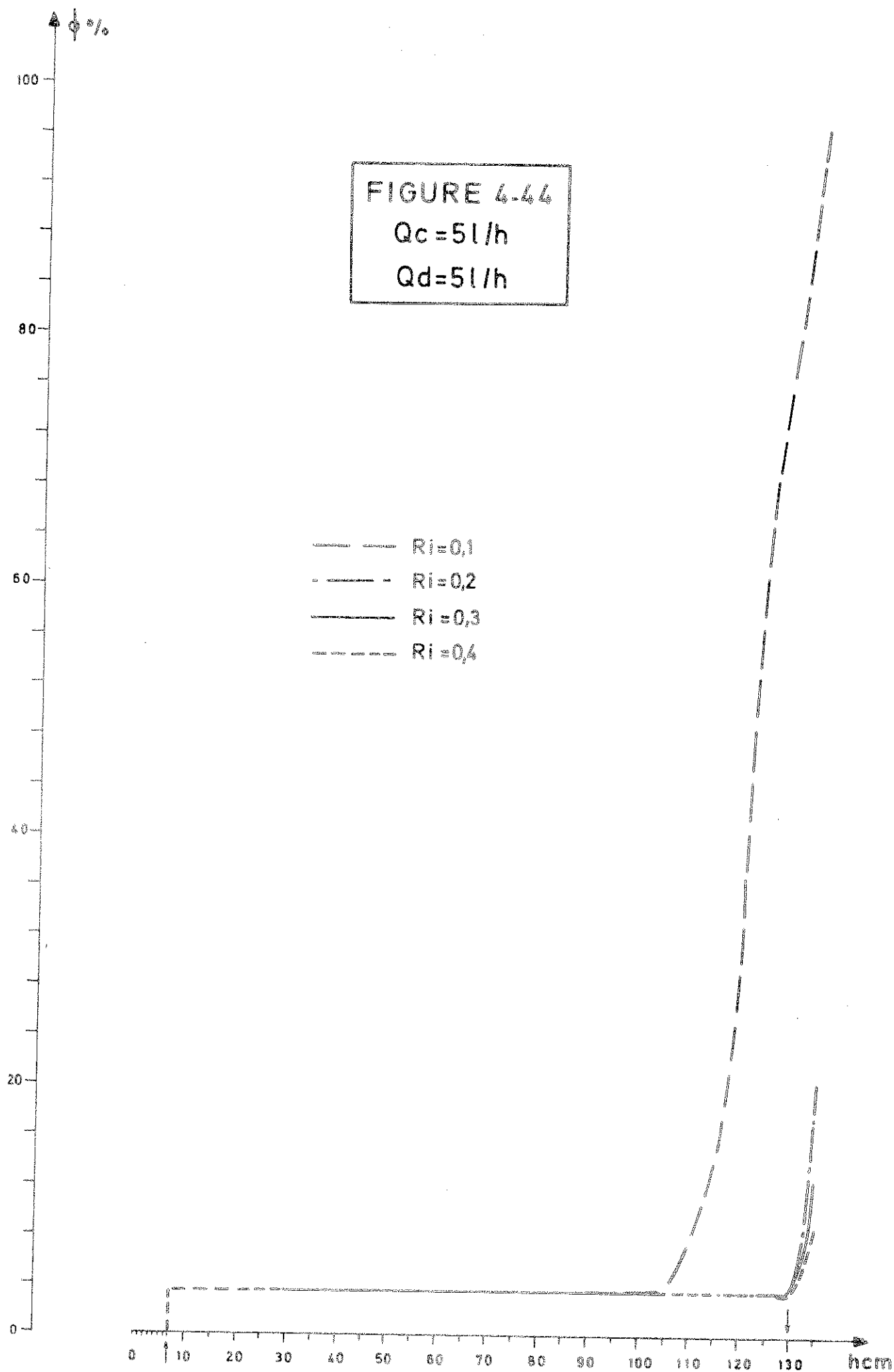
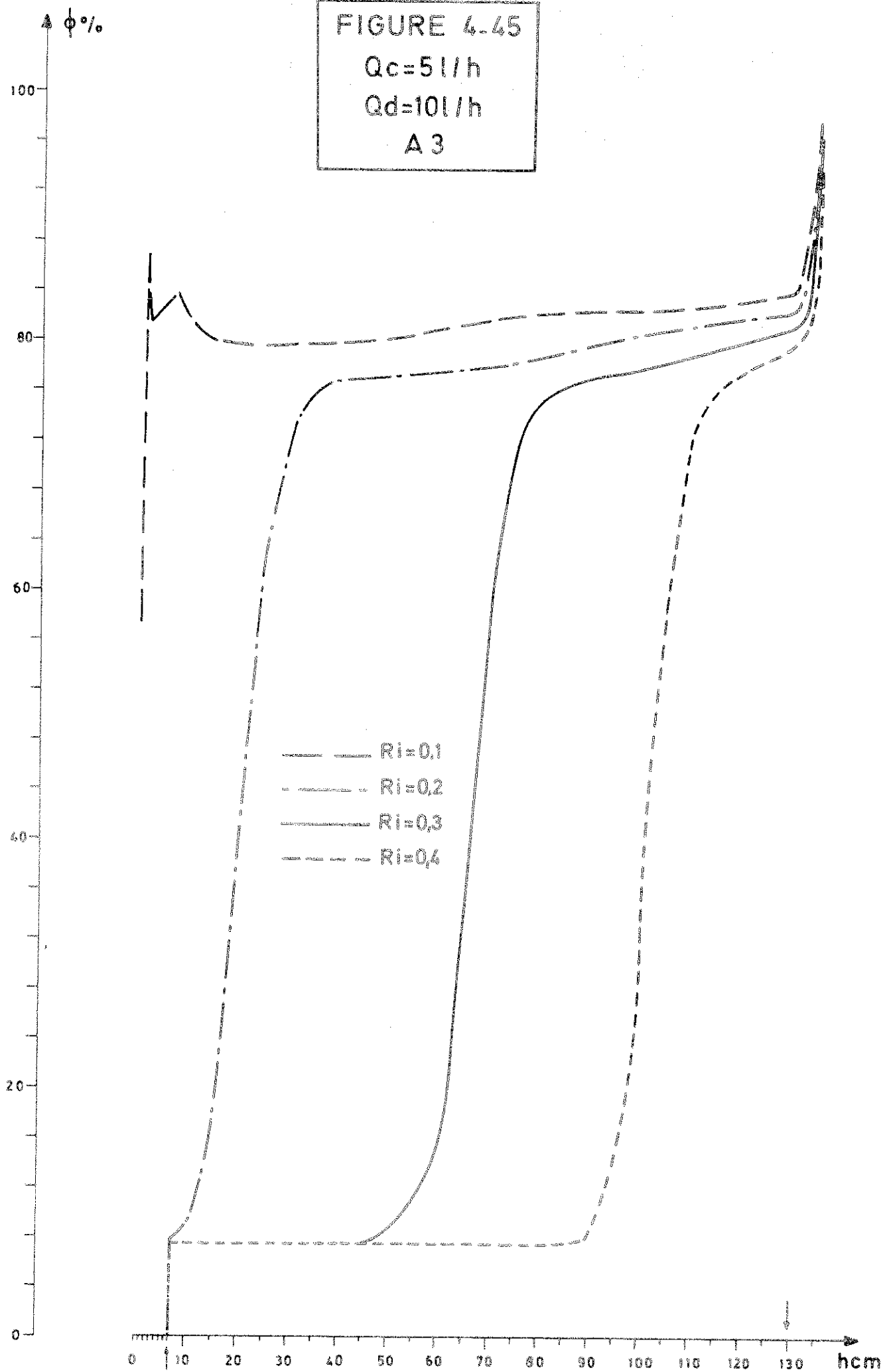


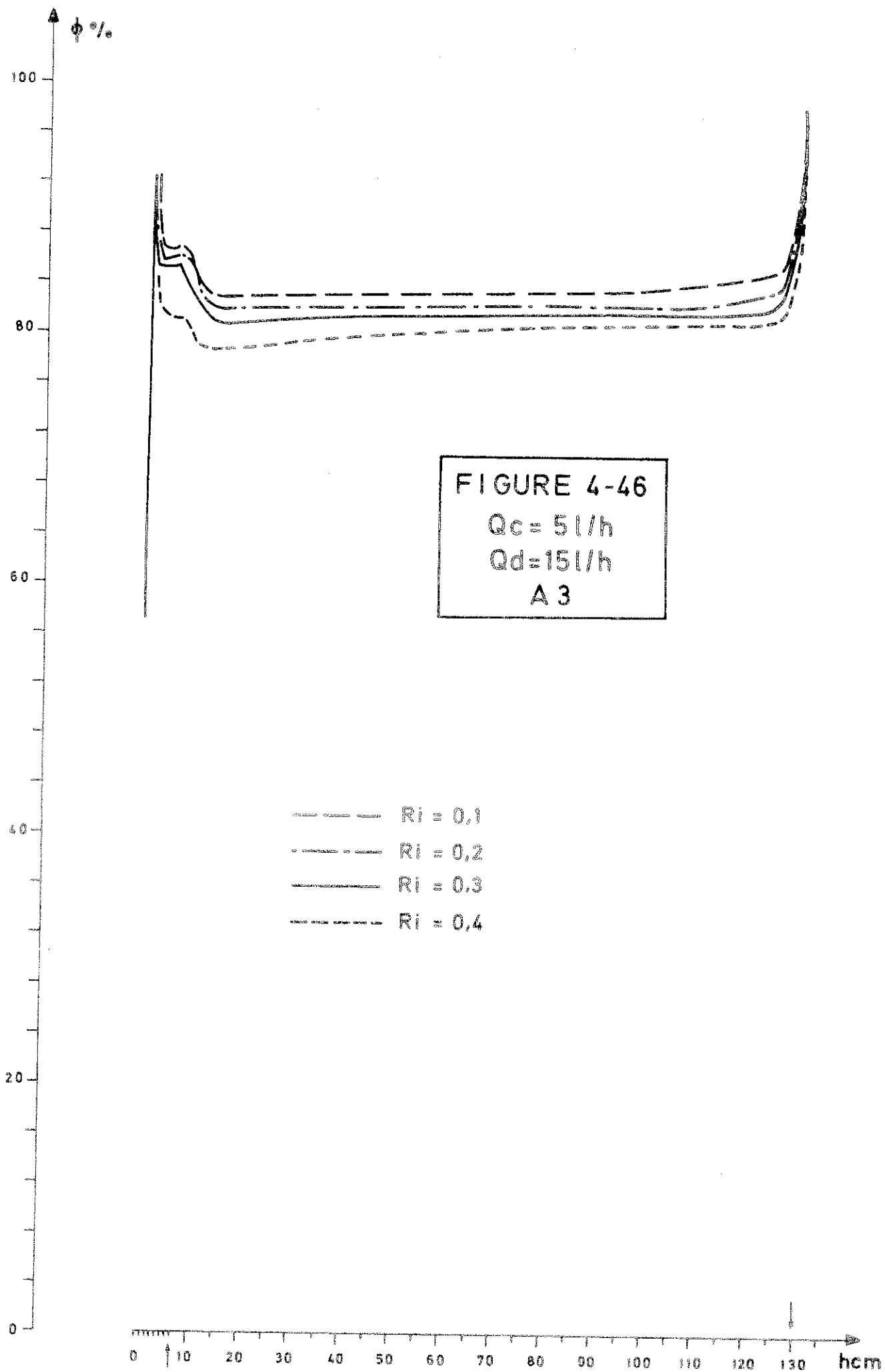
FIGURE 4-45

$Q_c = 5 \text{ l/h}$

$Q_d = 10 \text{ l/h}$

A 3





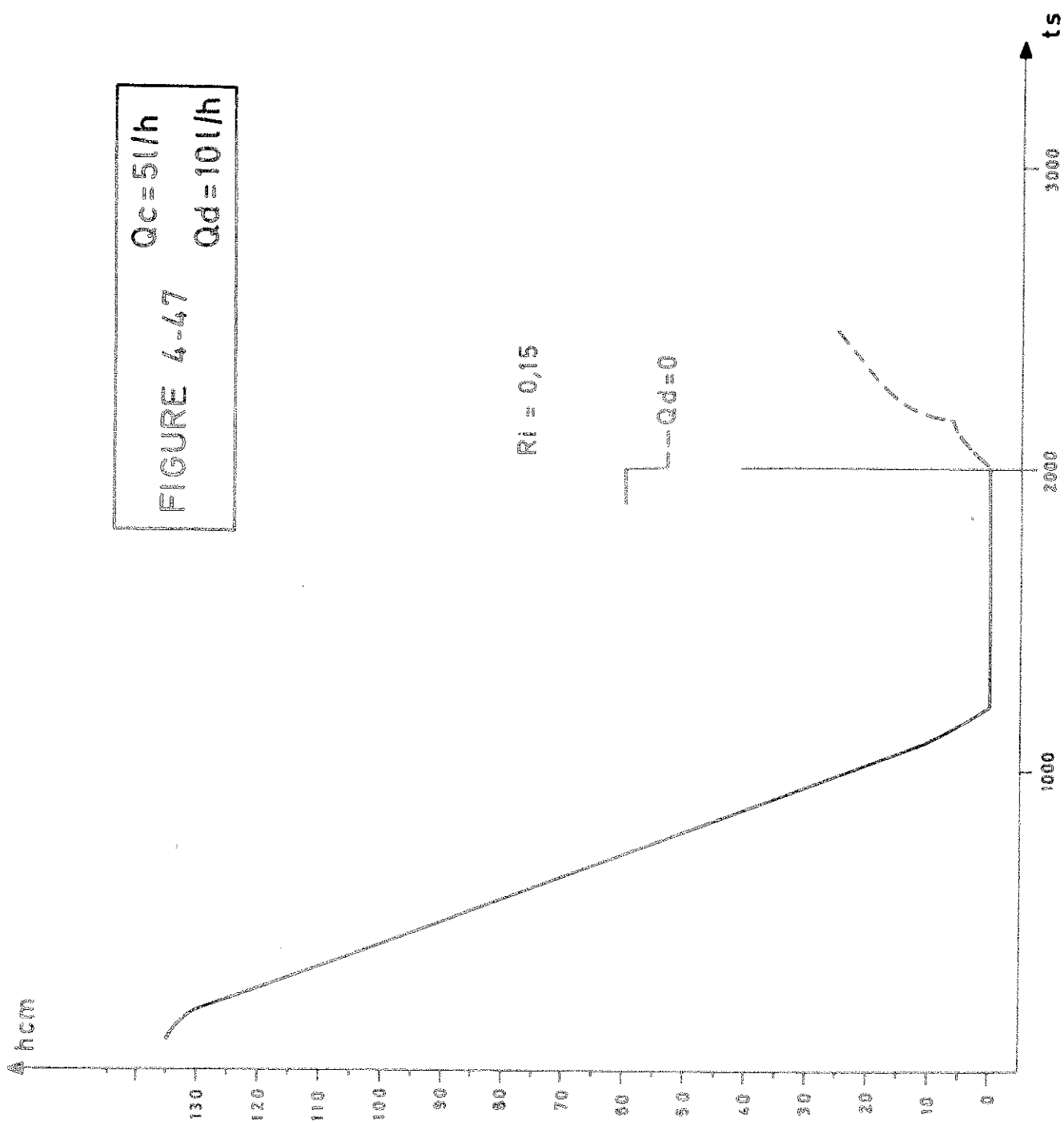


FIGURE 4-47

$Q_c = 5\text{ l/h}$

$Q_d = 10\text{ l/h}$

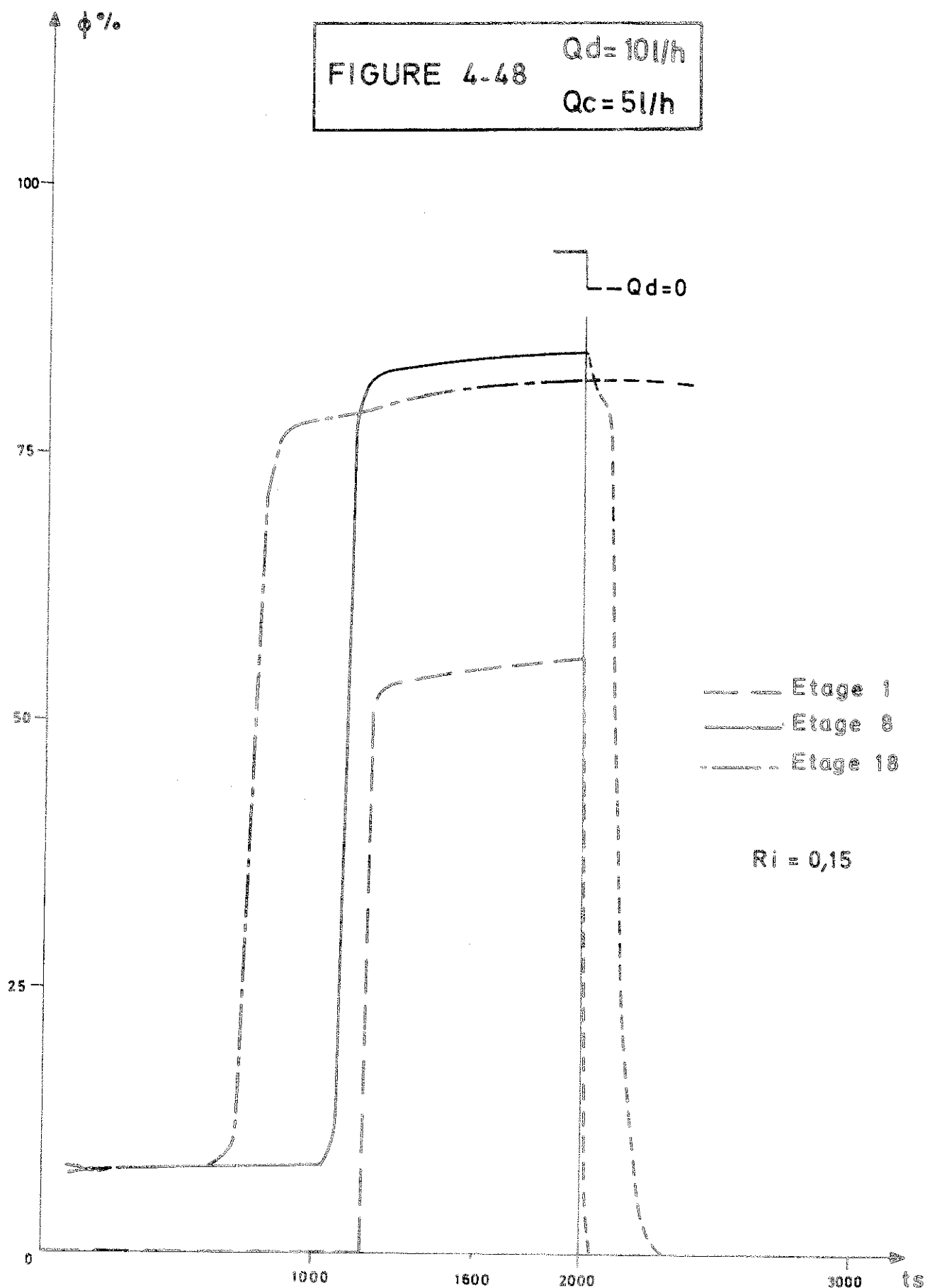


FIGURE 4-49 $Q_c=5$
 $Q_d=10$

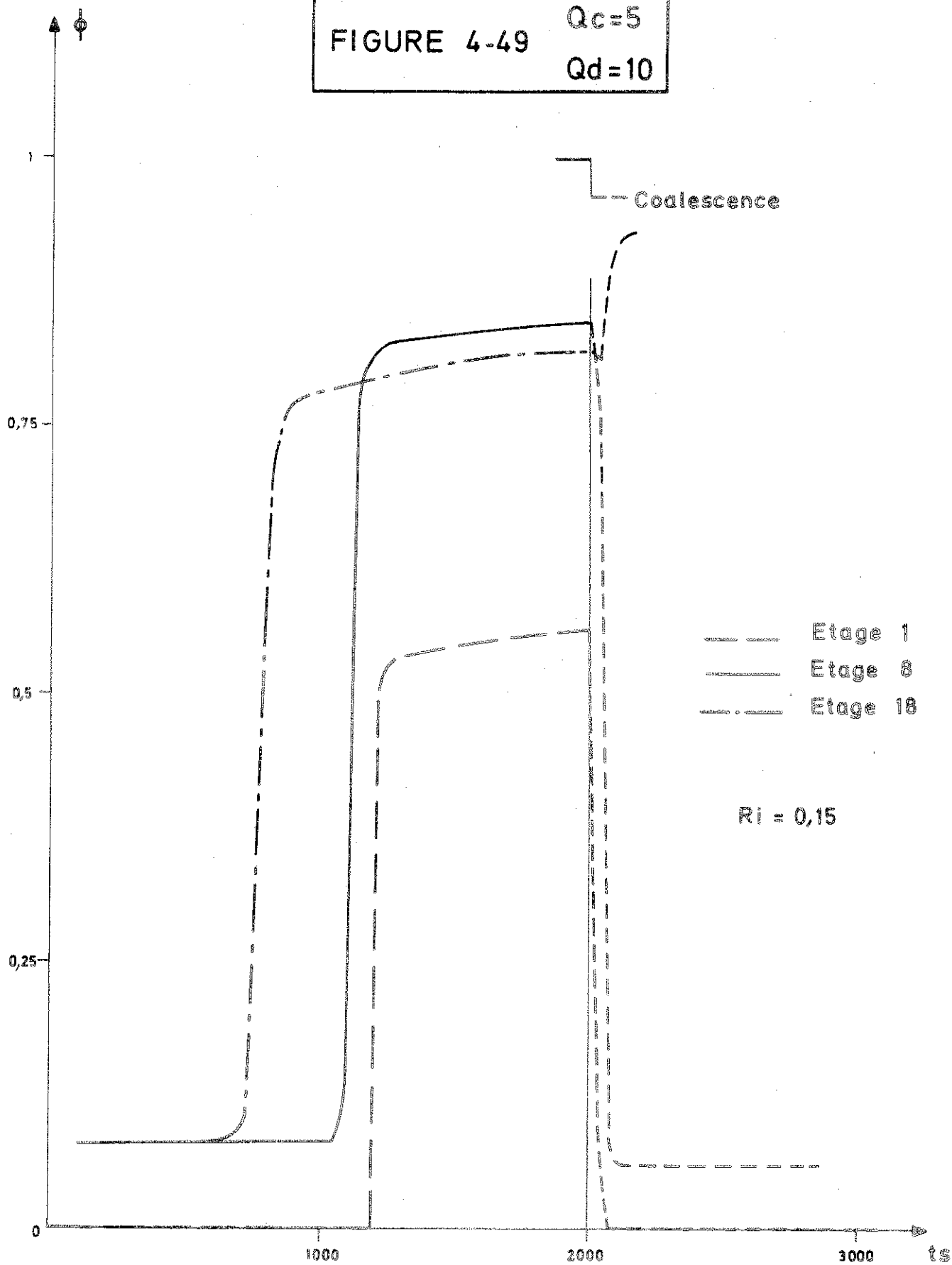
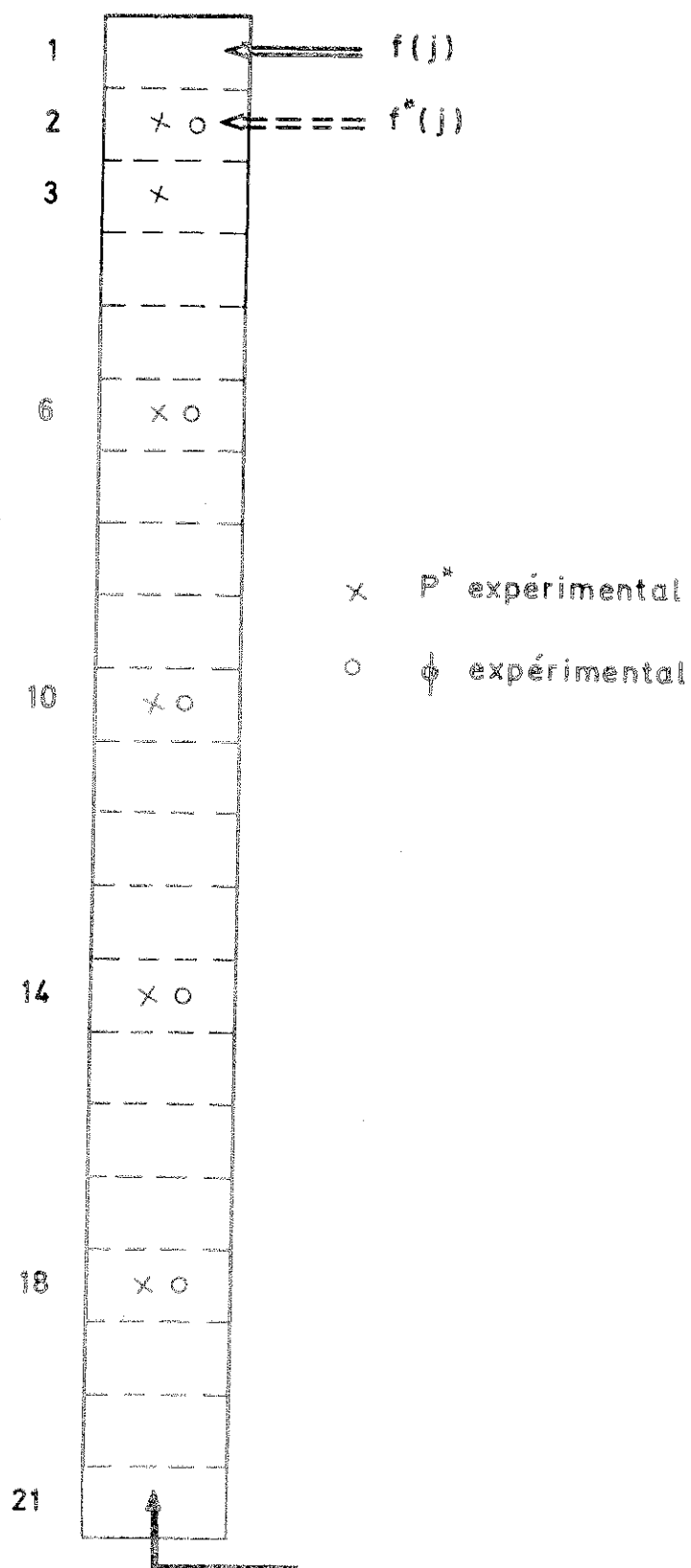
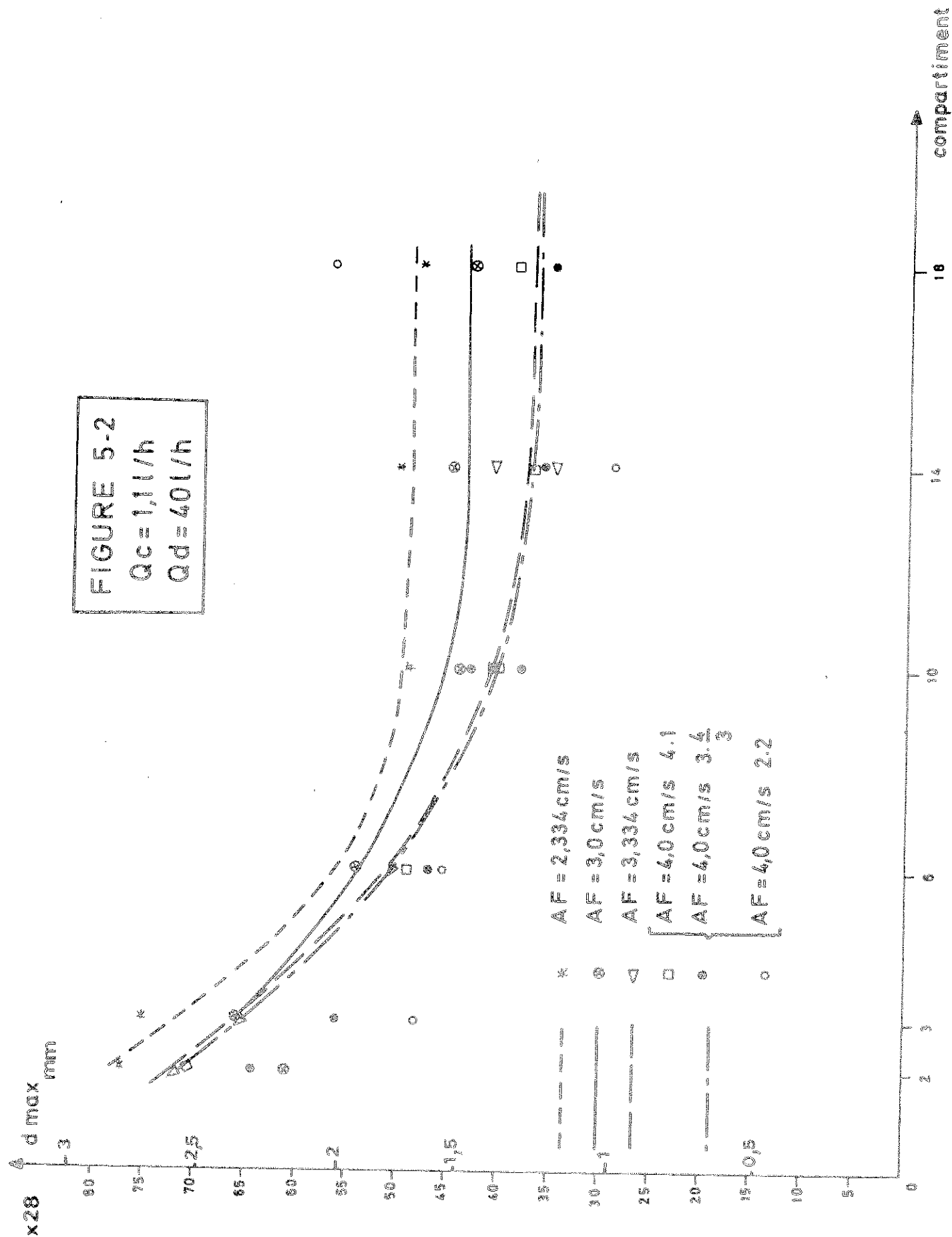
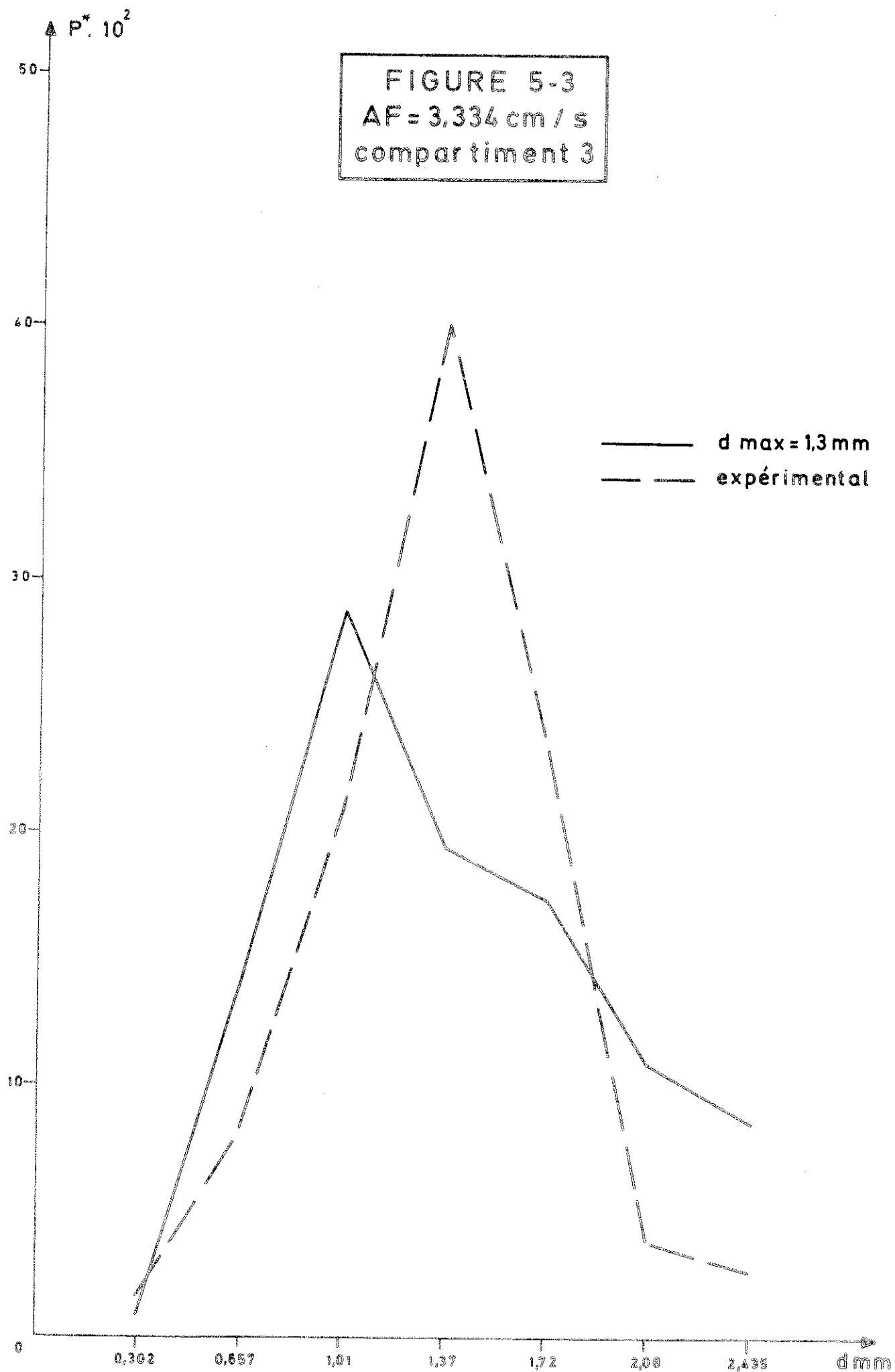
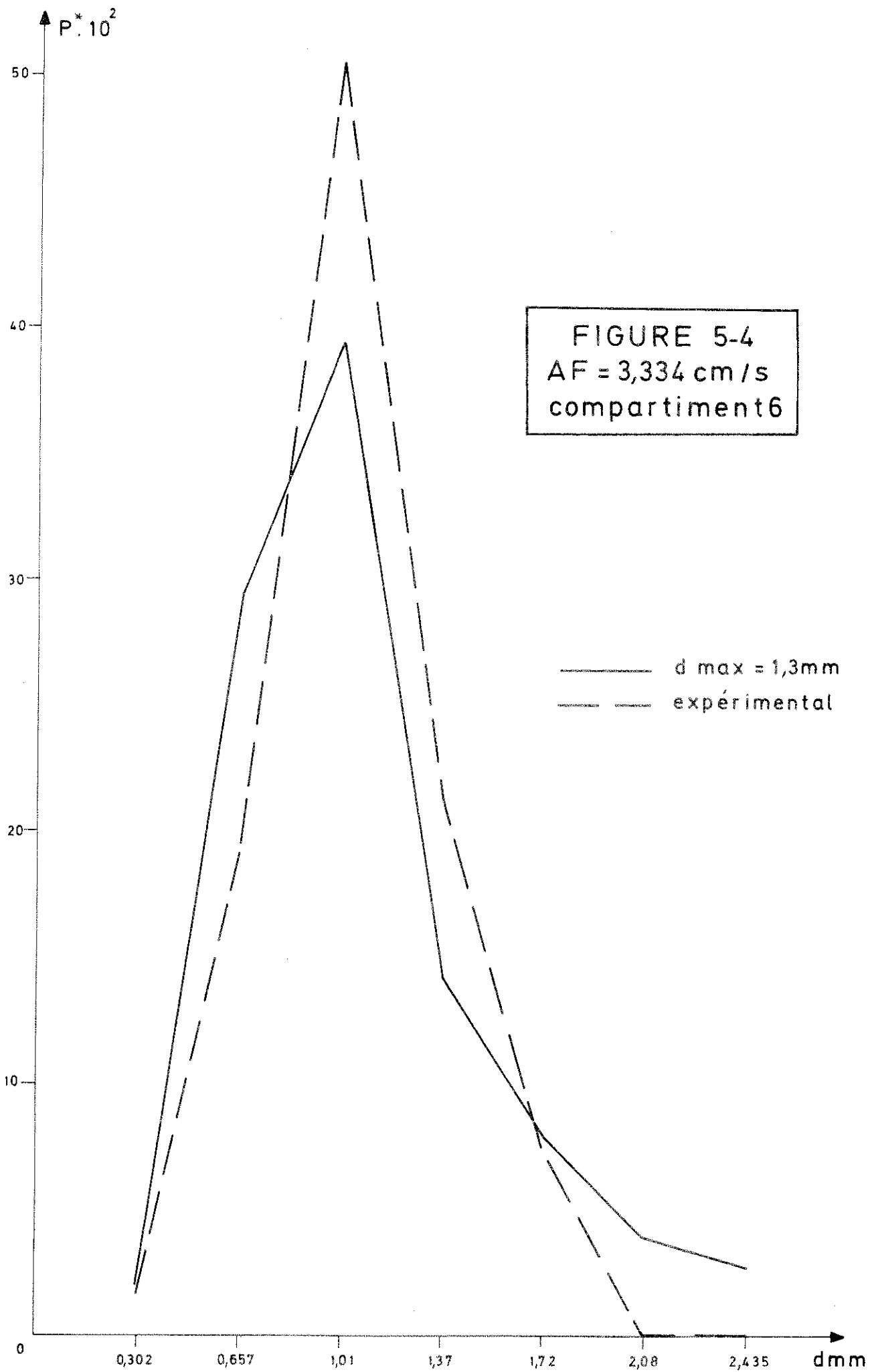


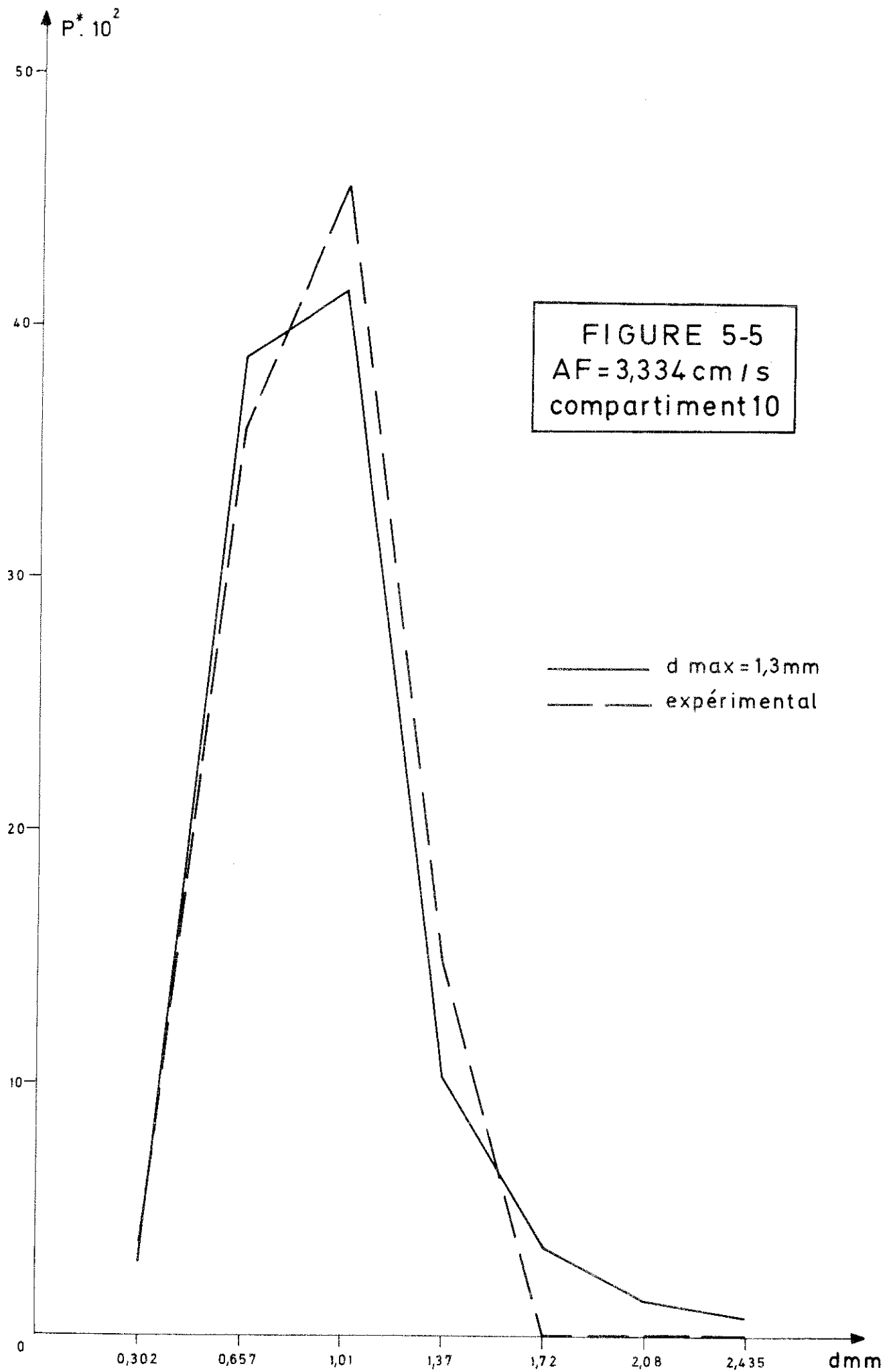
FIGURE 5-1

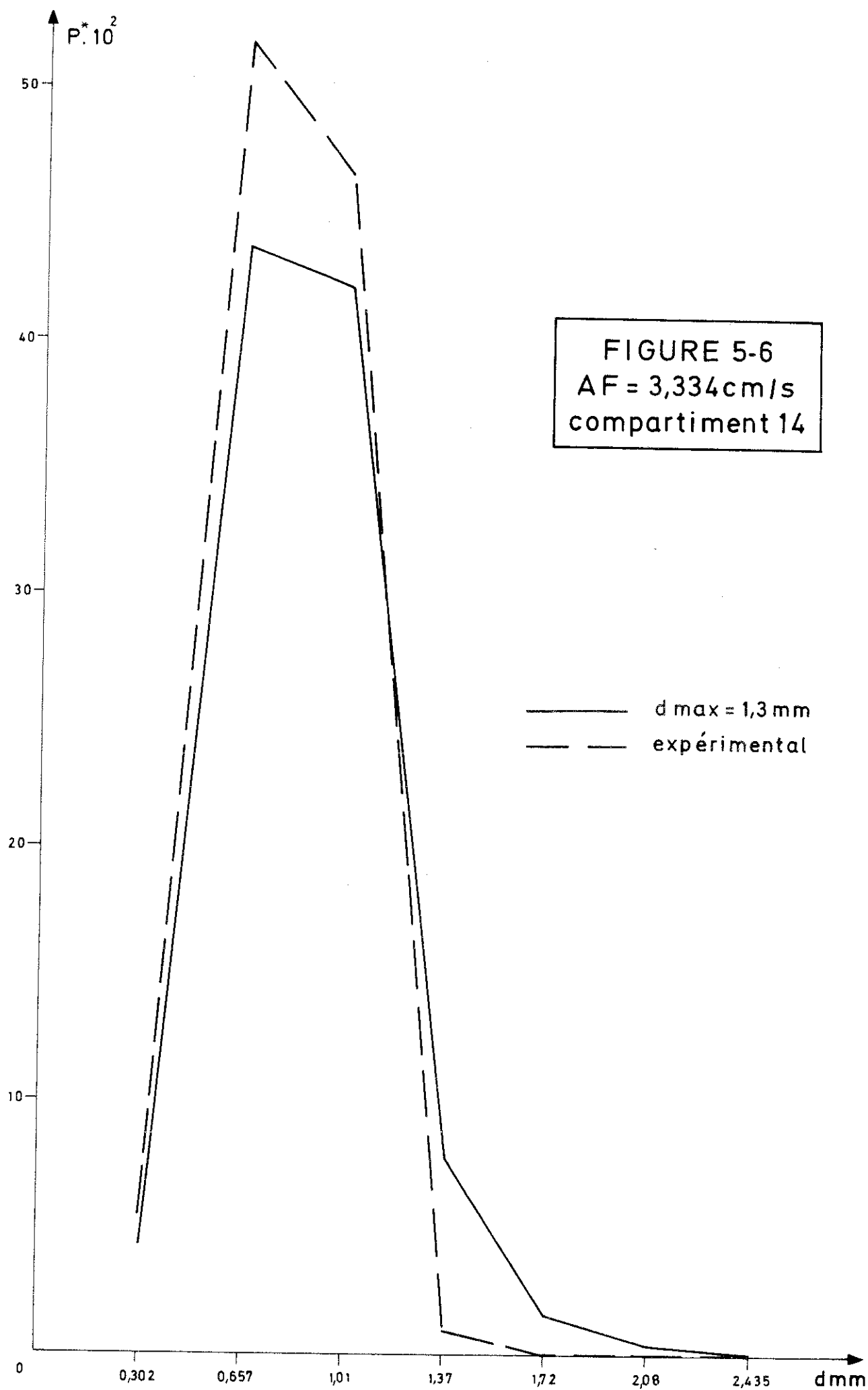


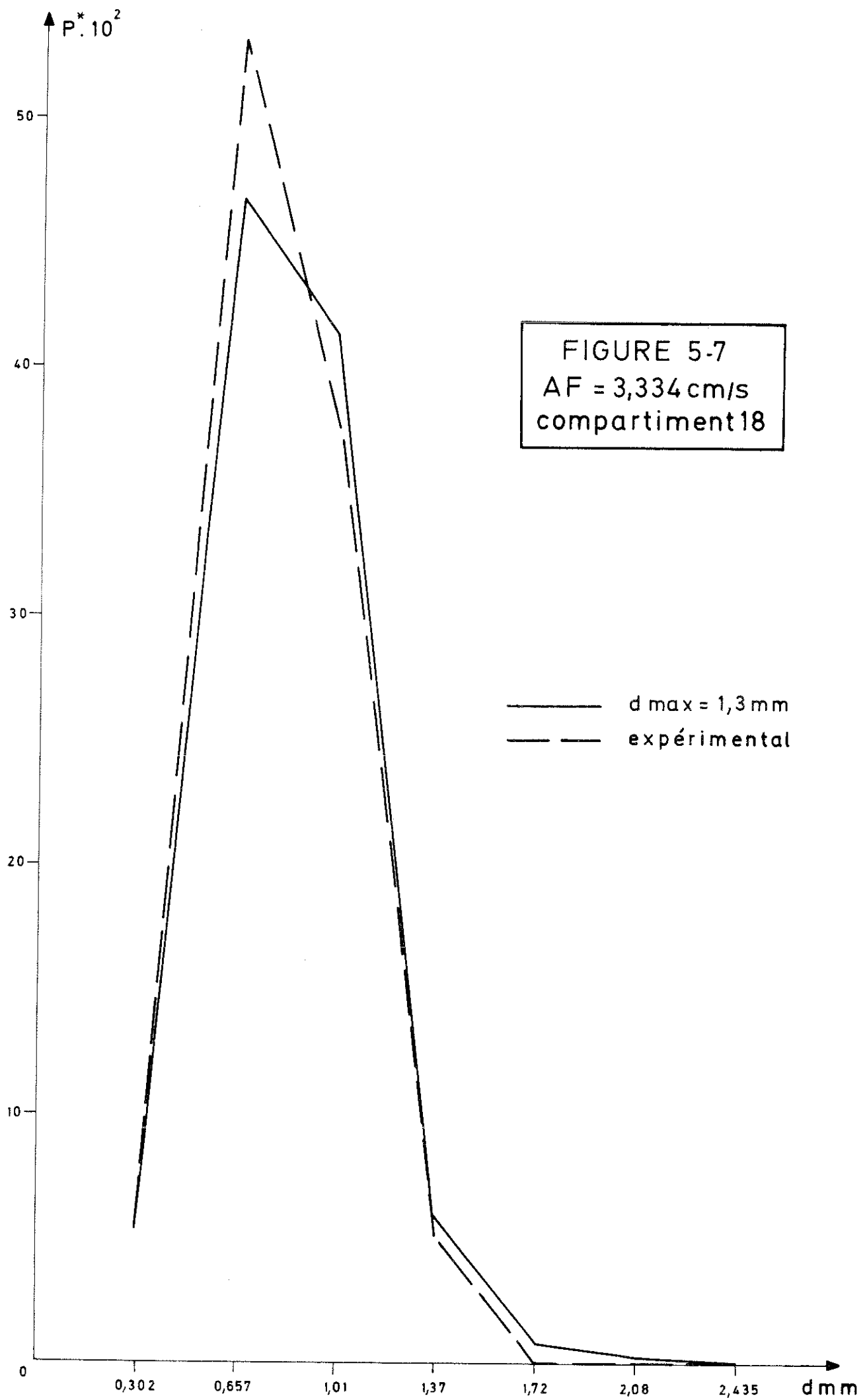


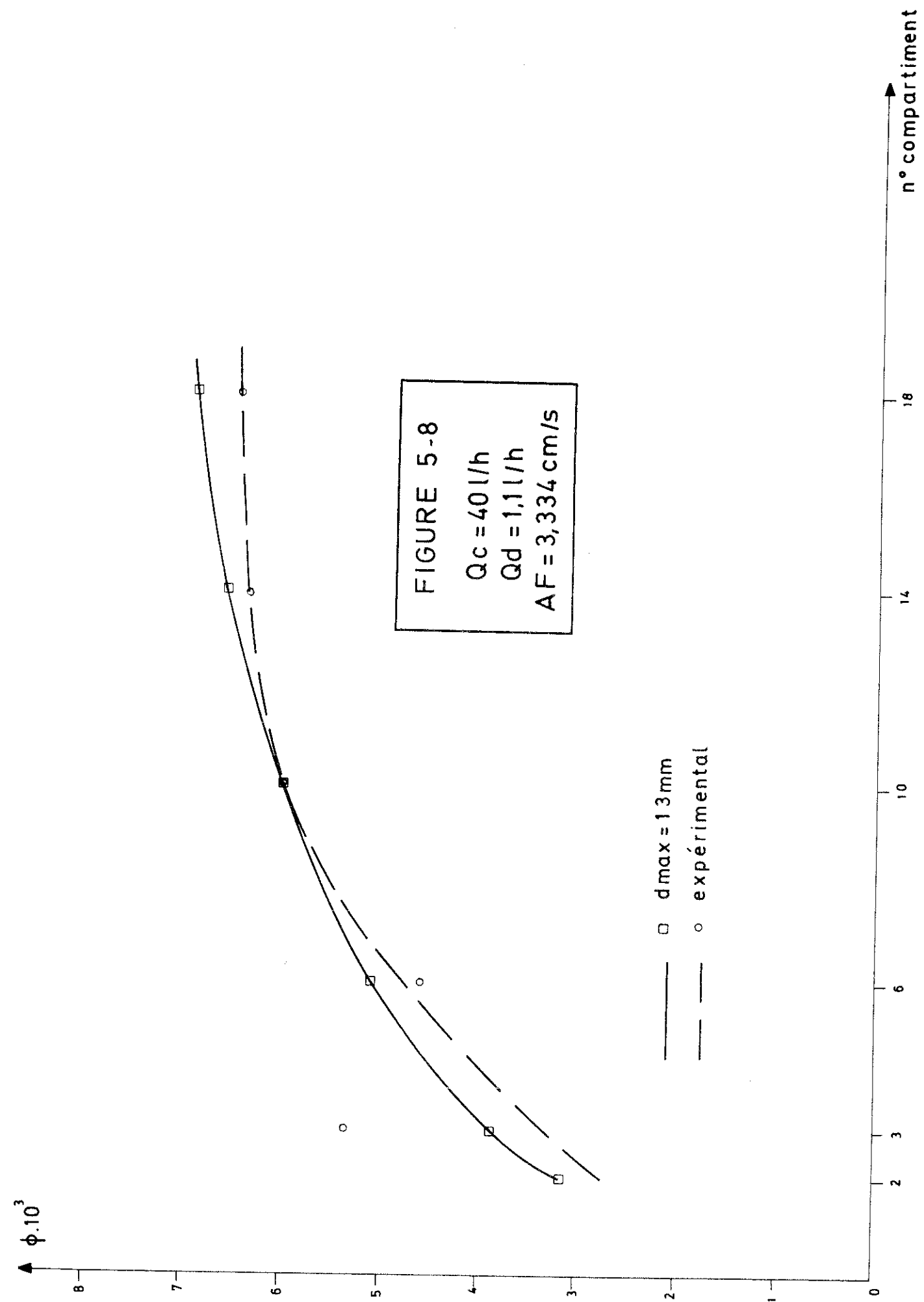


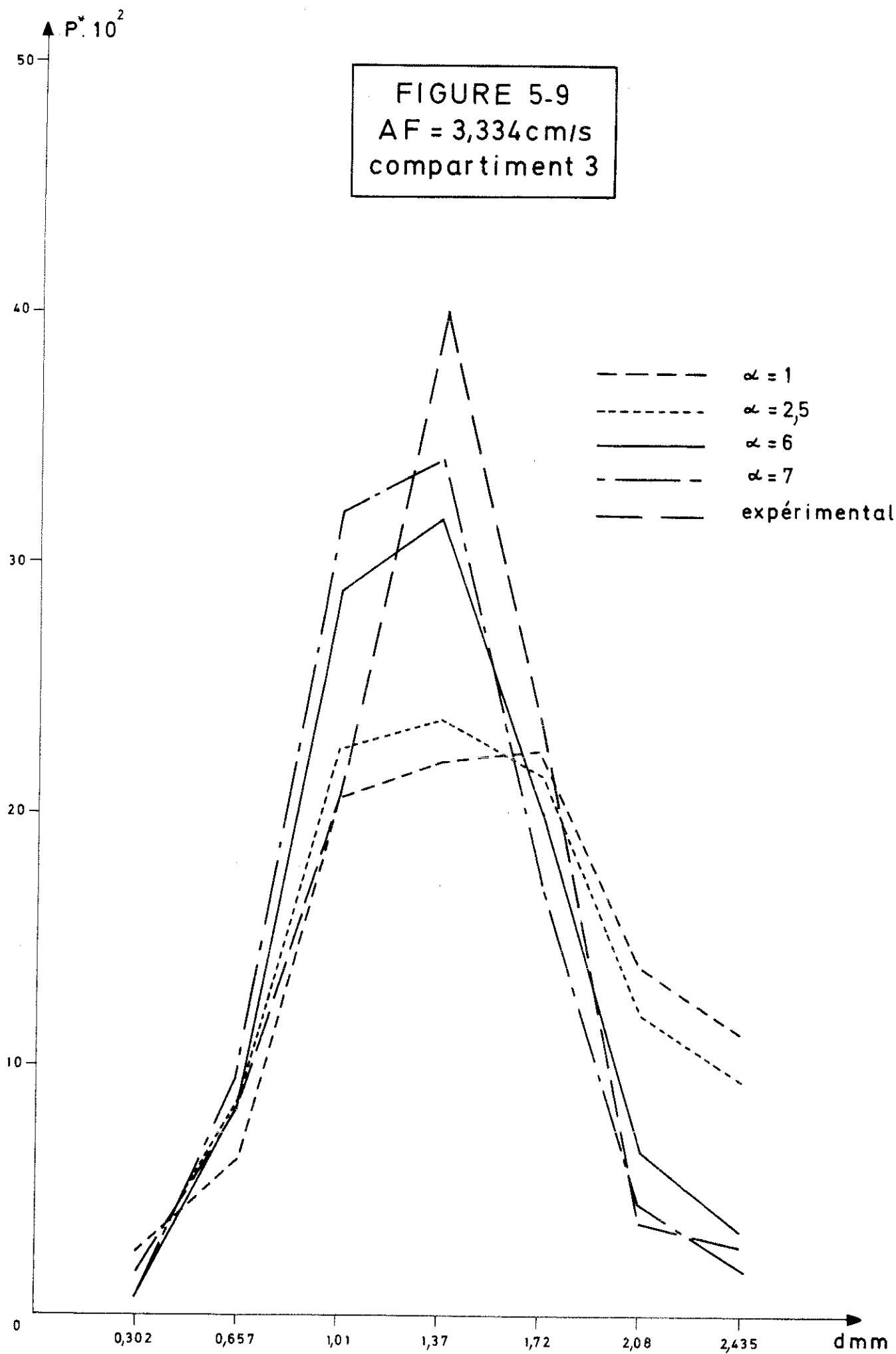


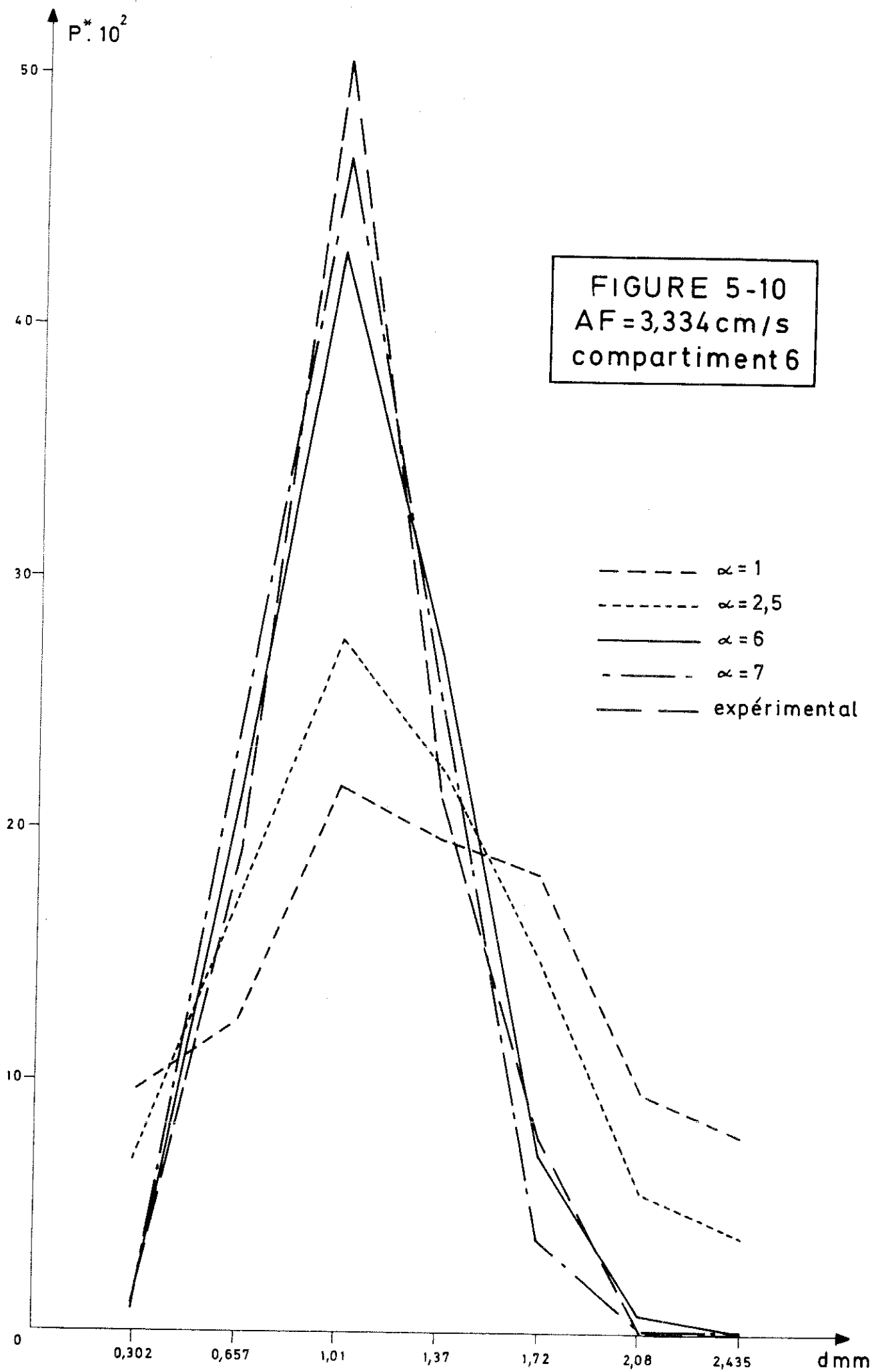


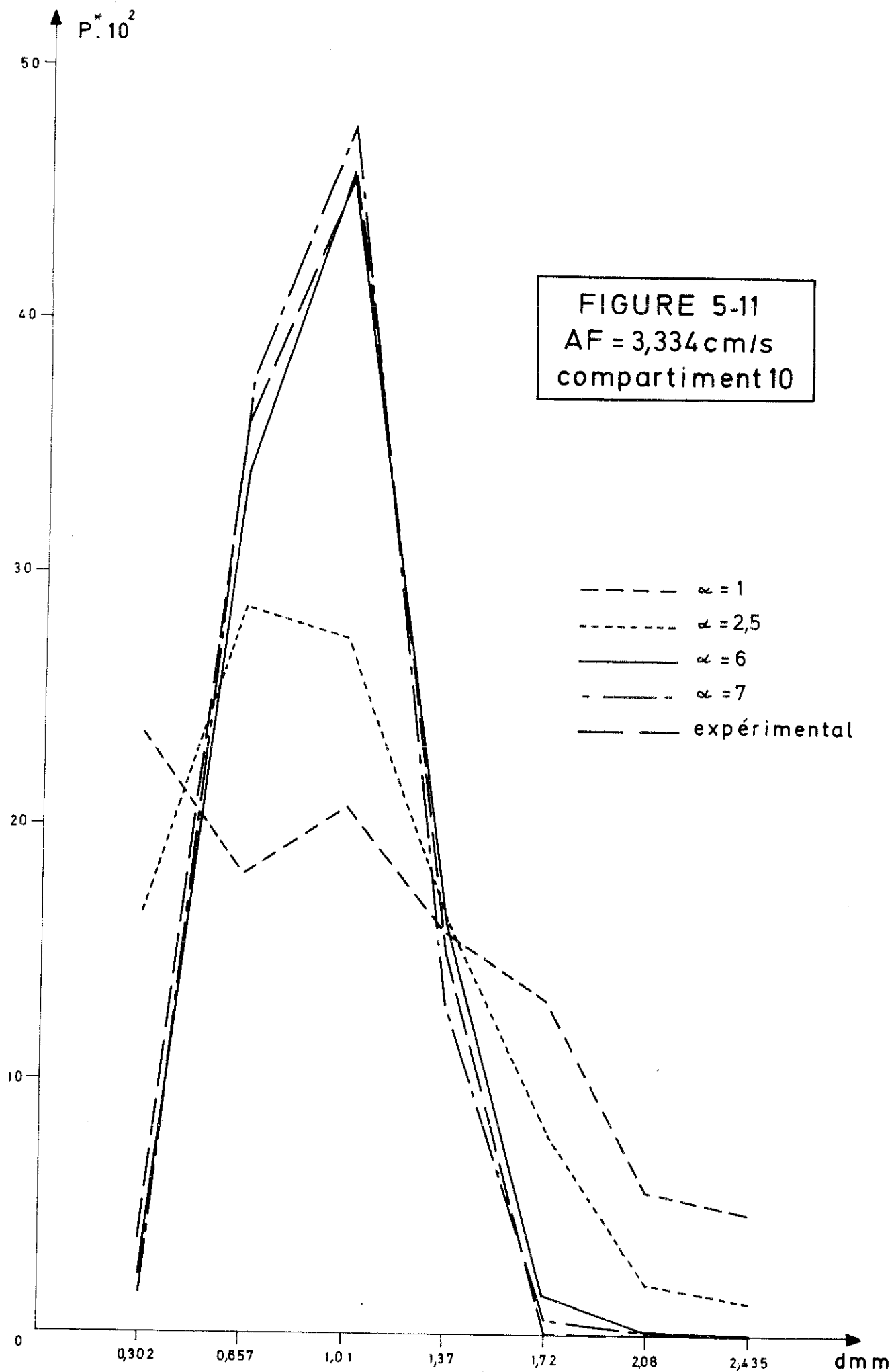


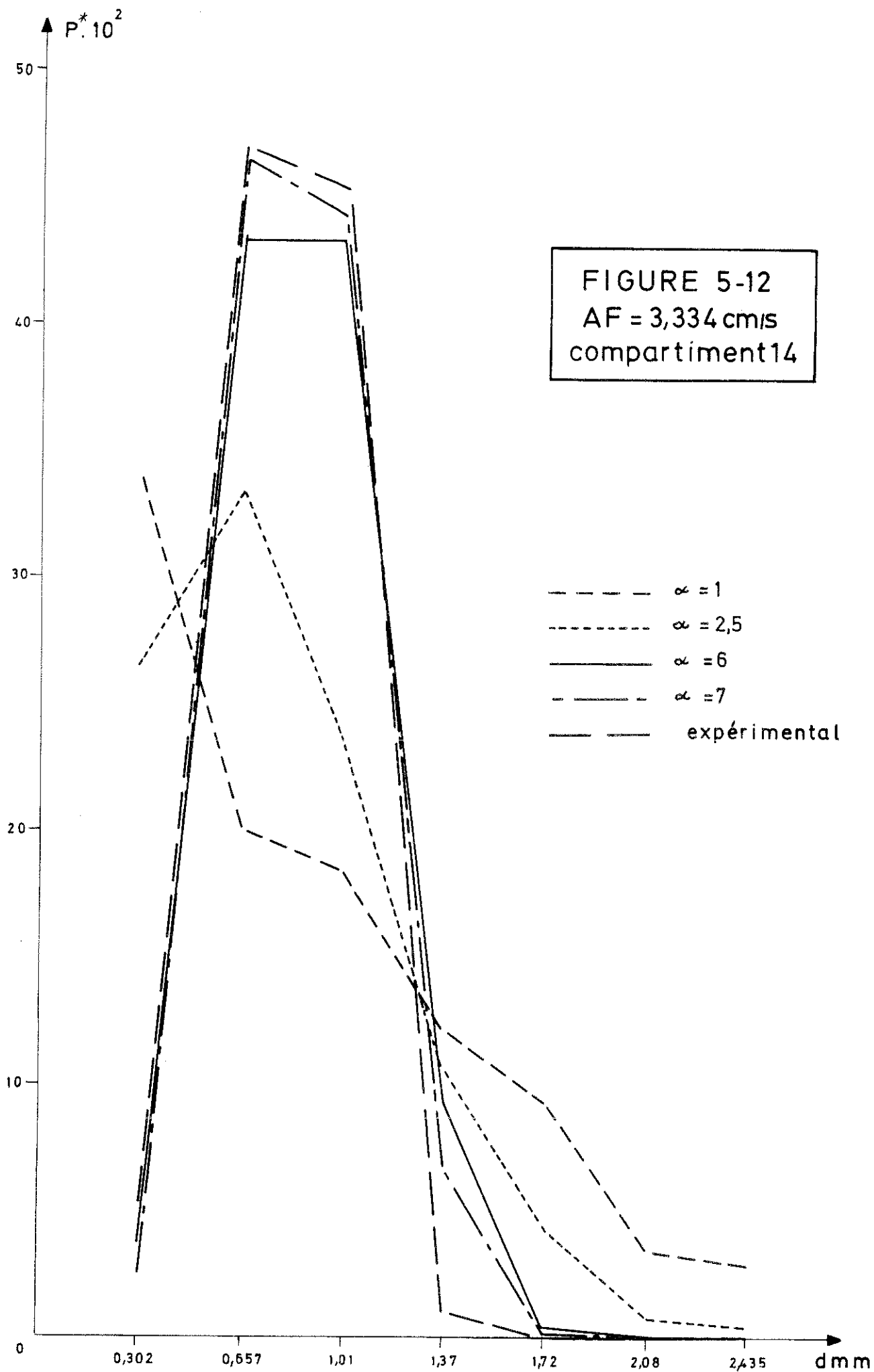


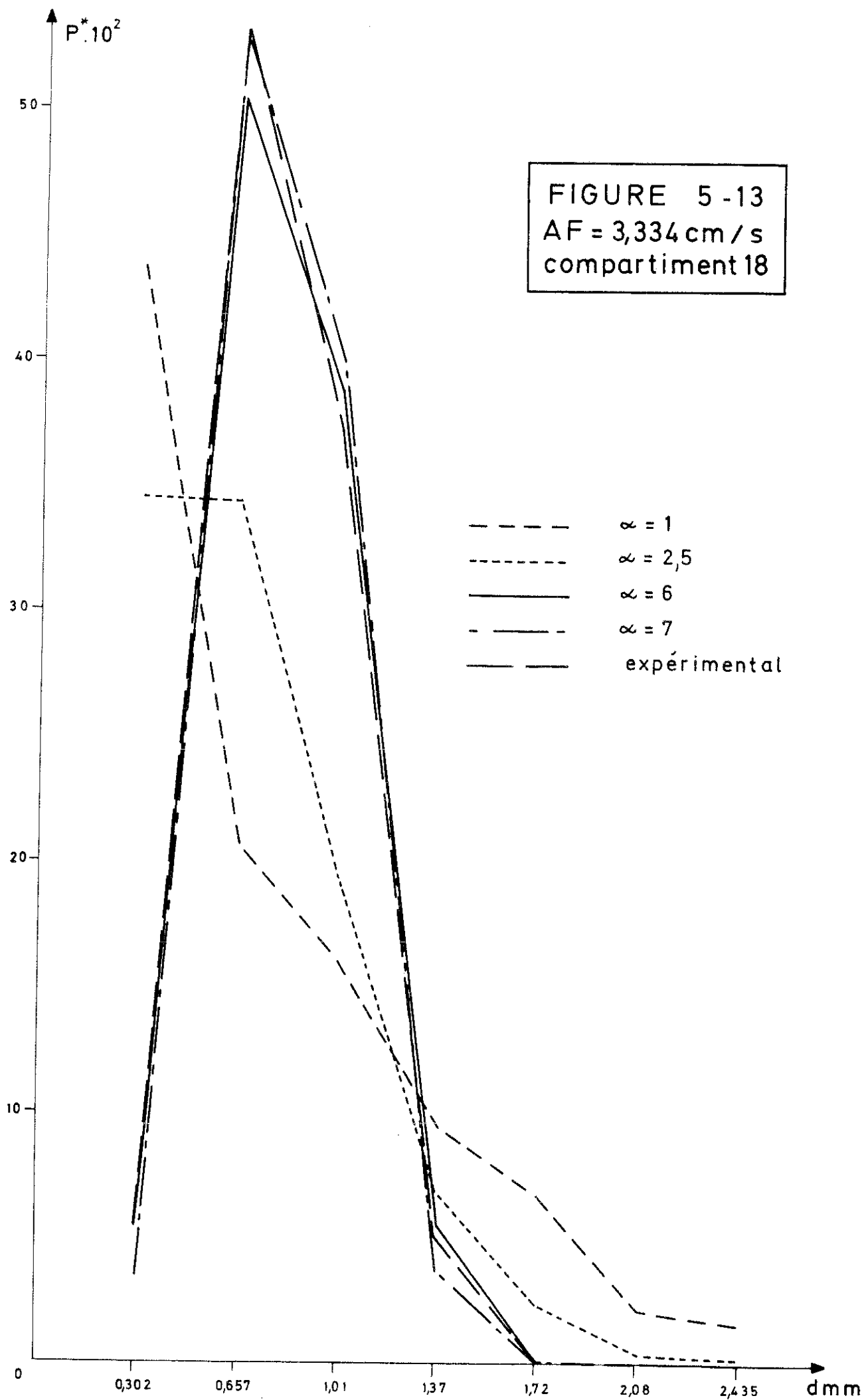


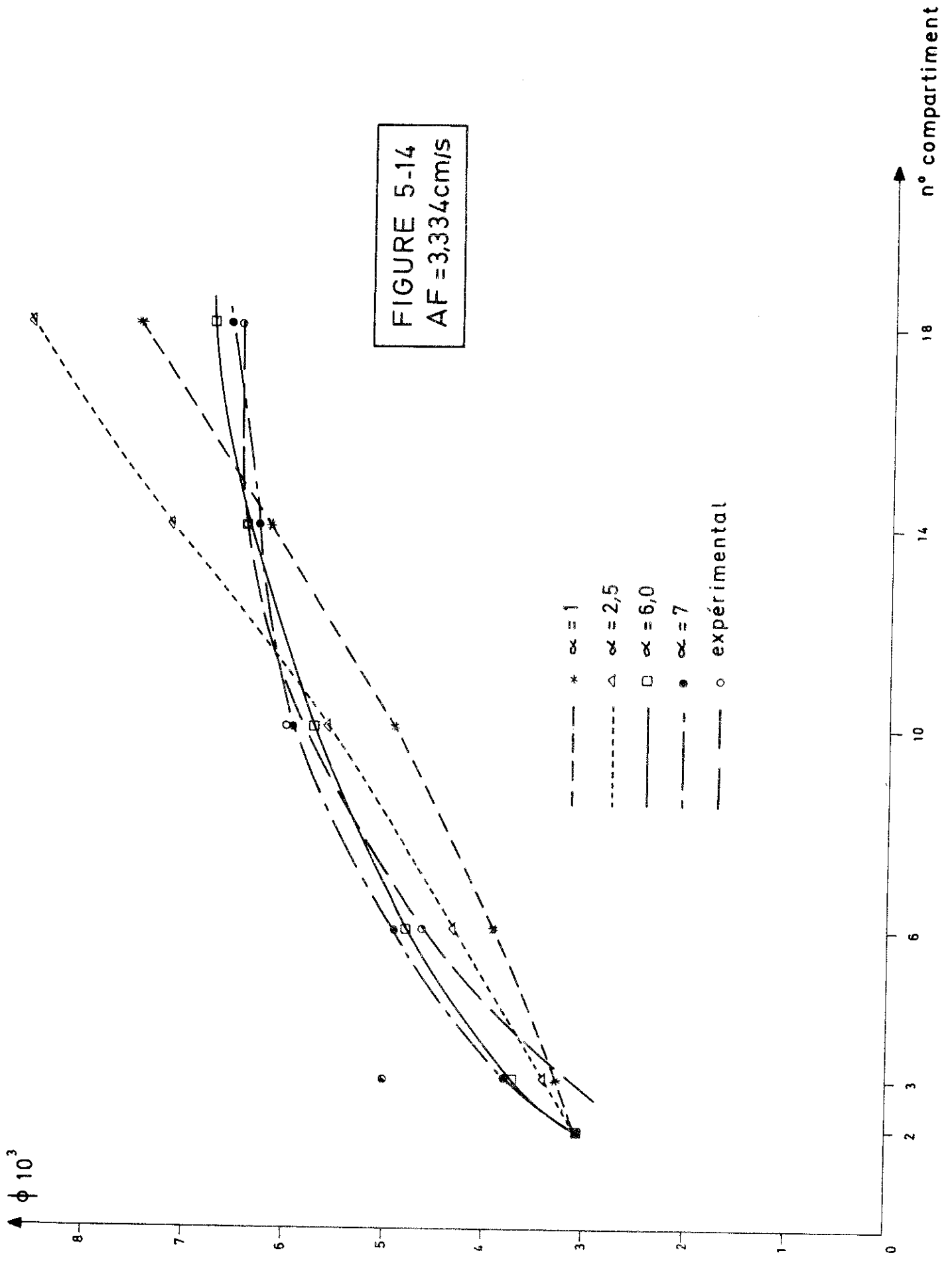


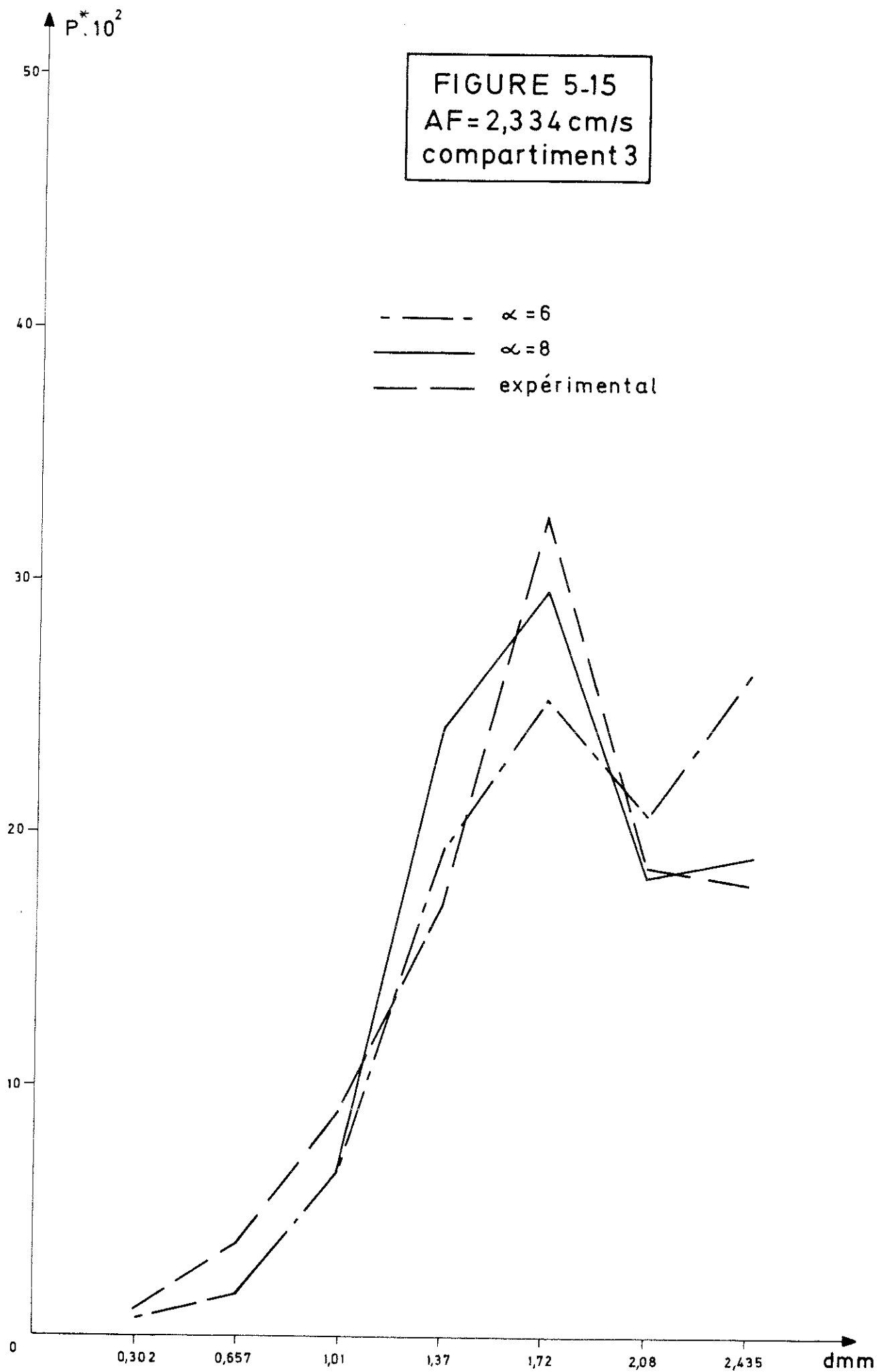












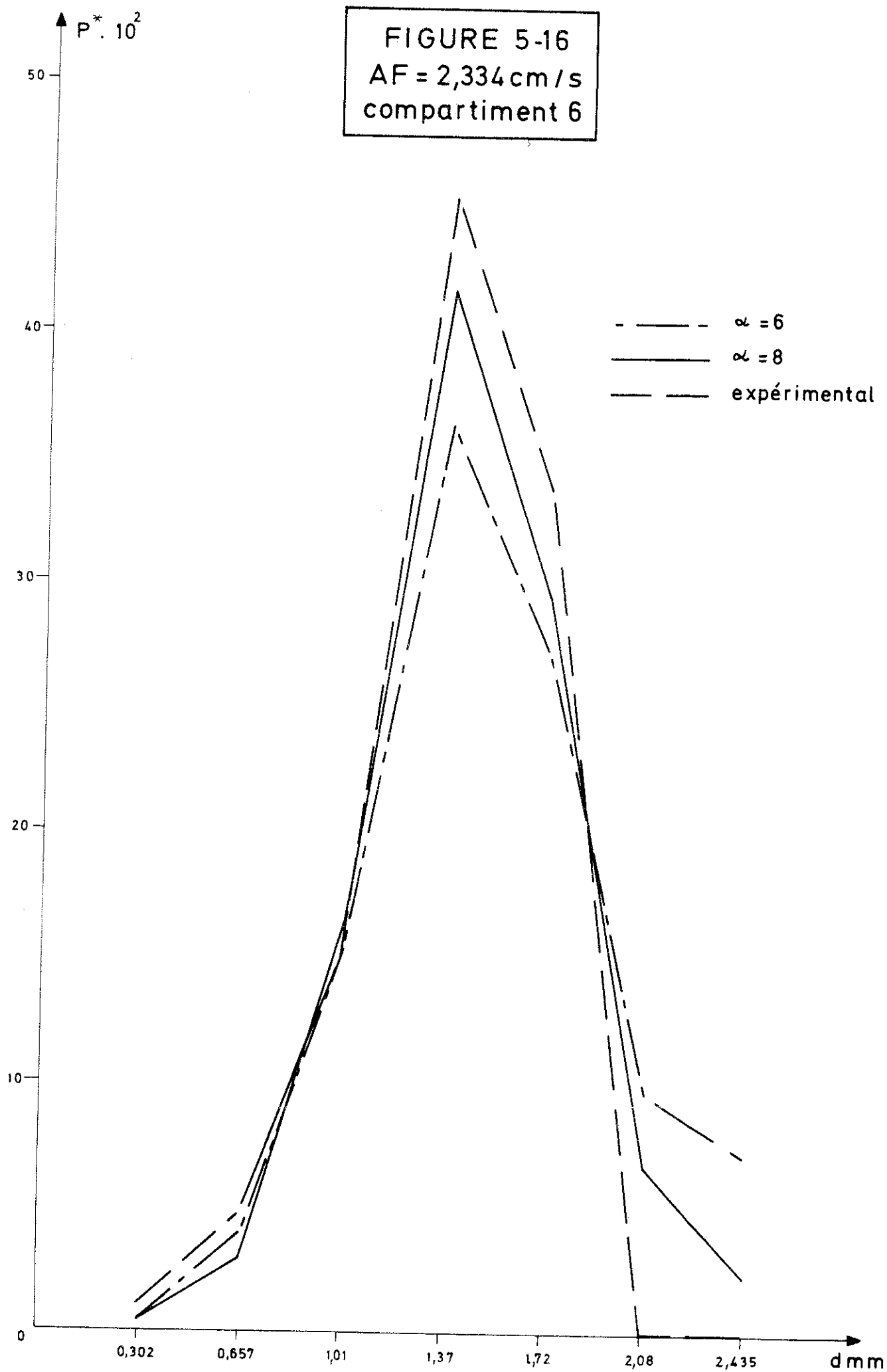
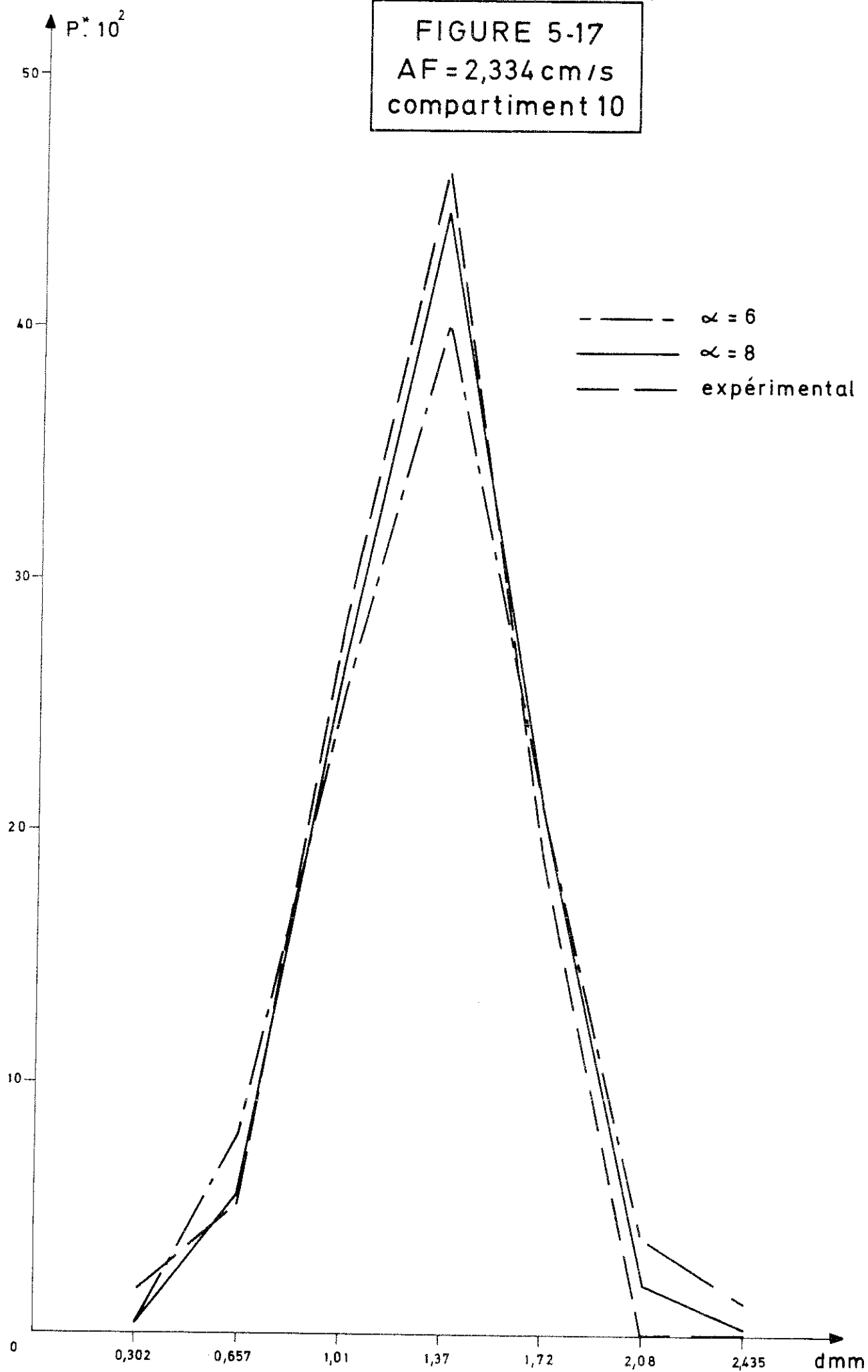


FIGURE 5-17
AF = 2,334 cm/s
compartiment 10



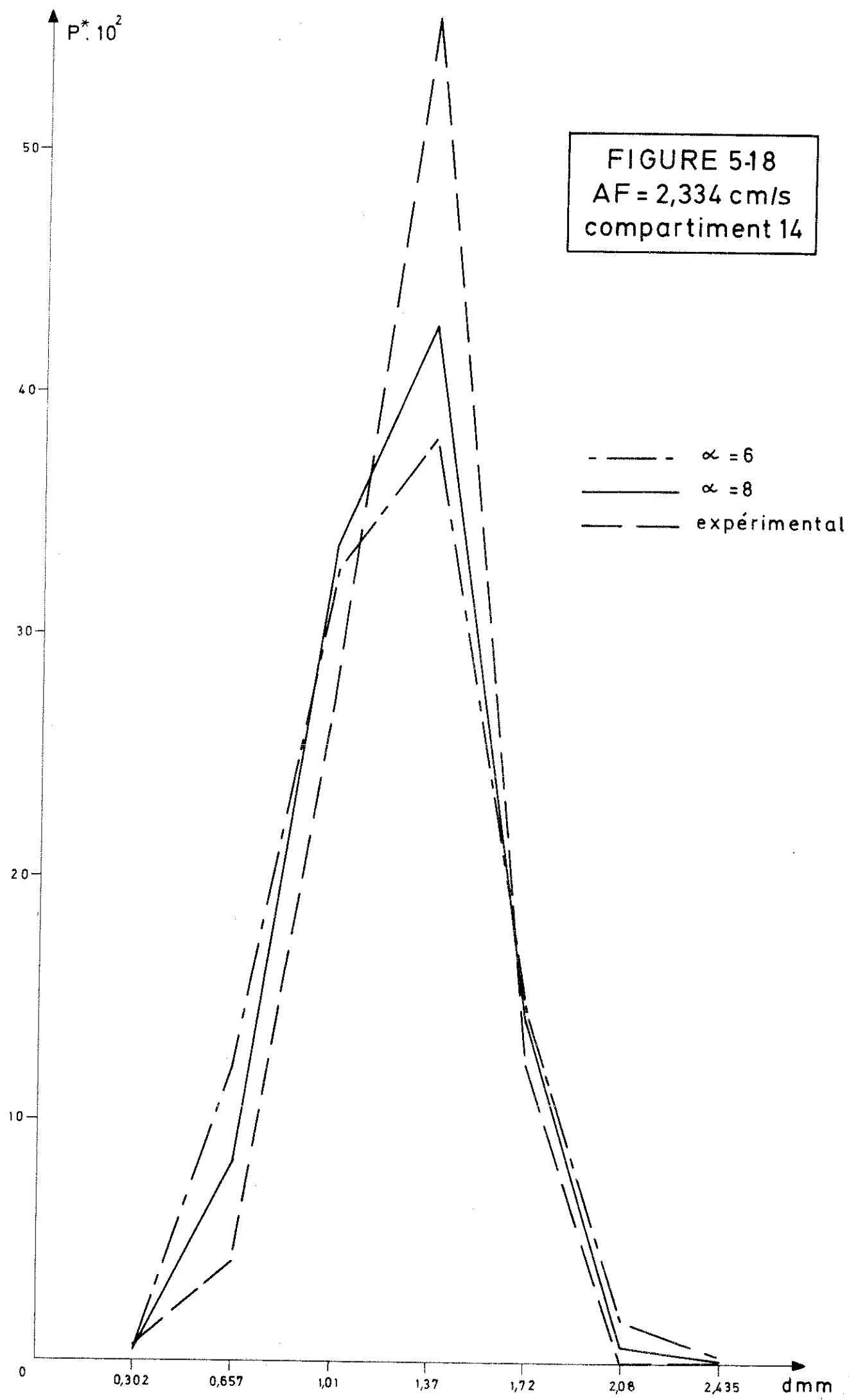
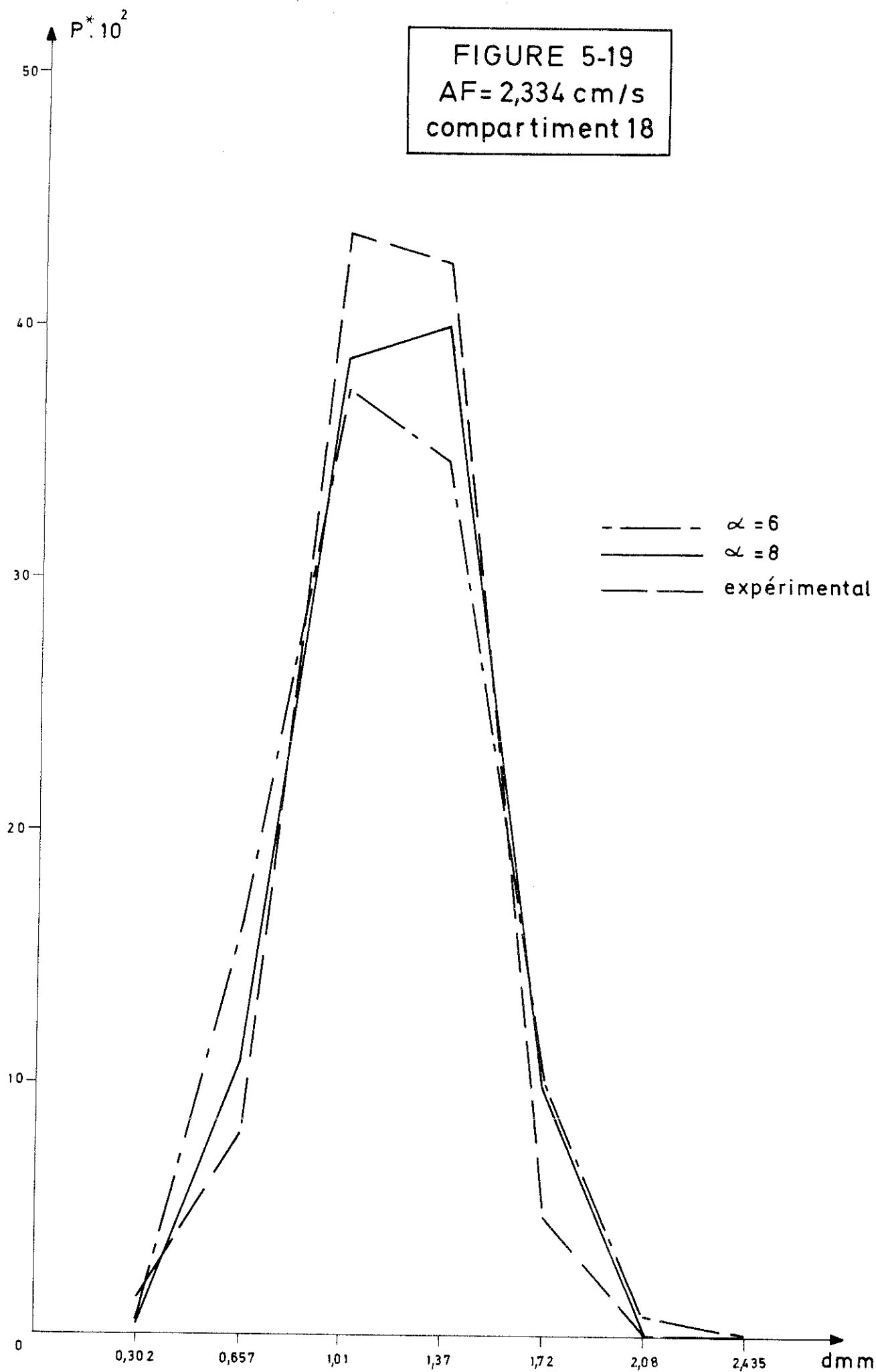
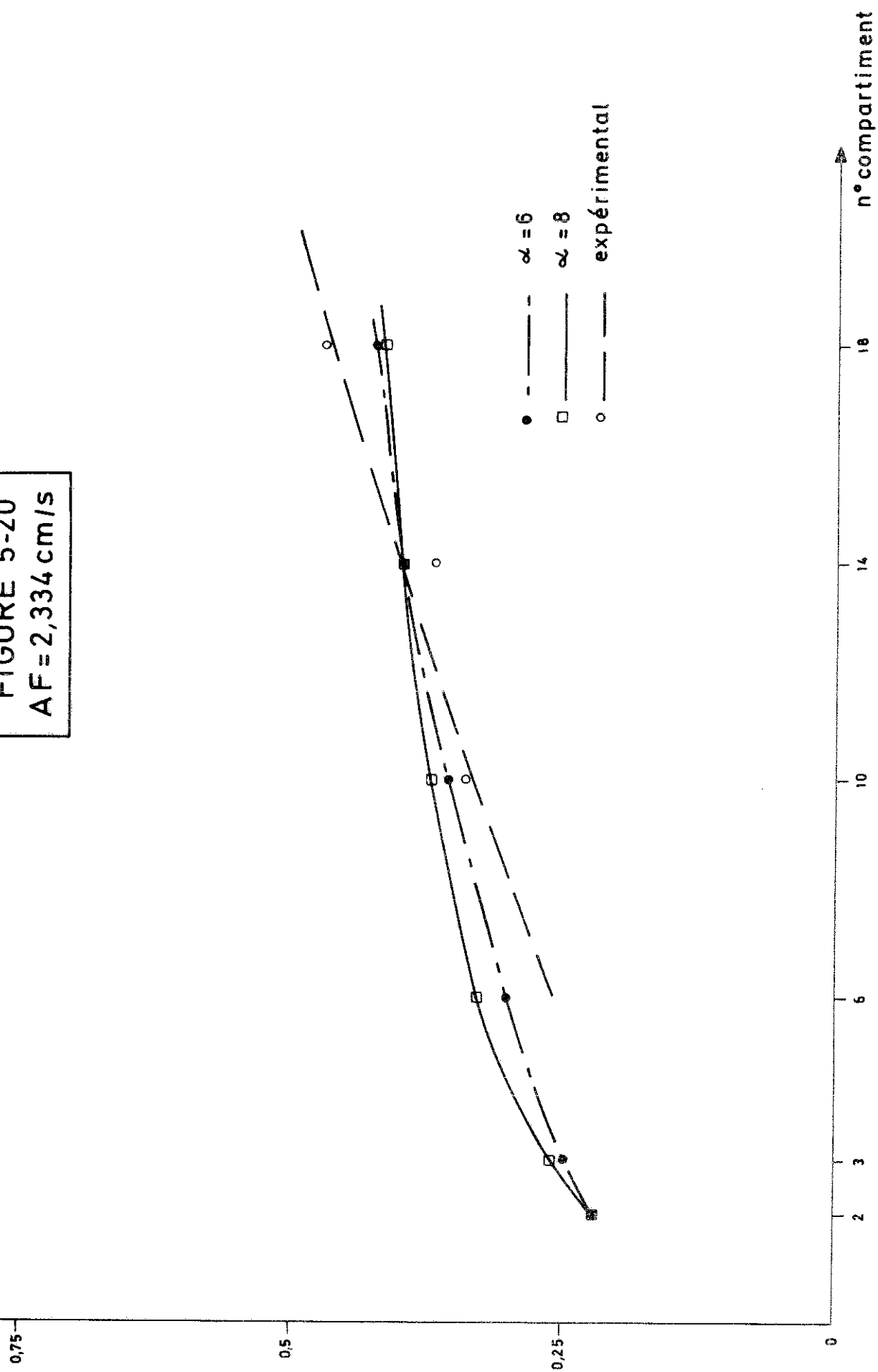


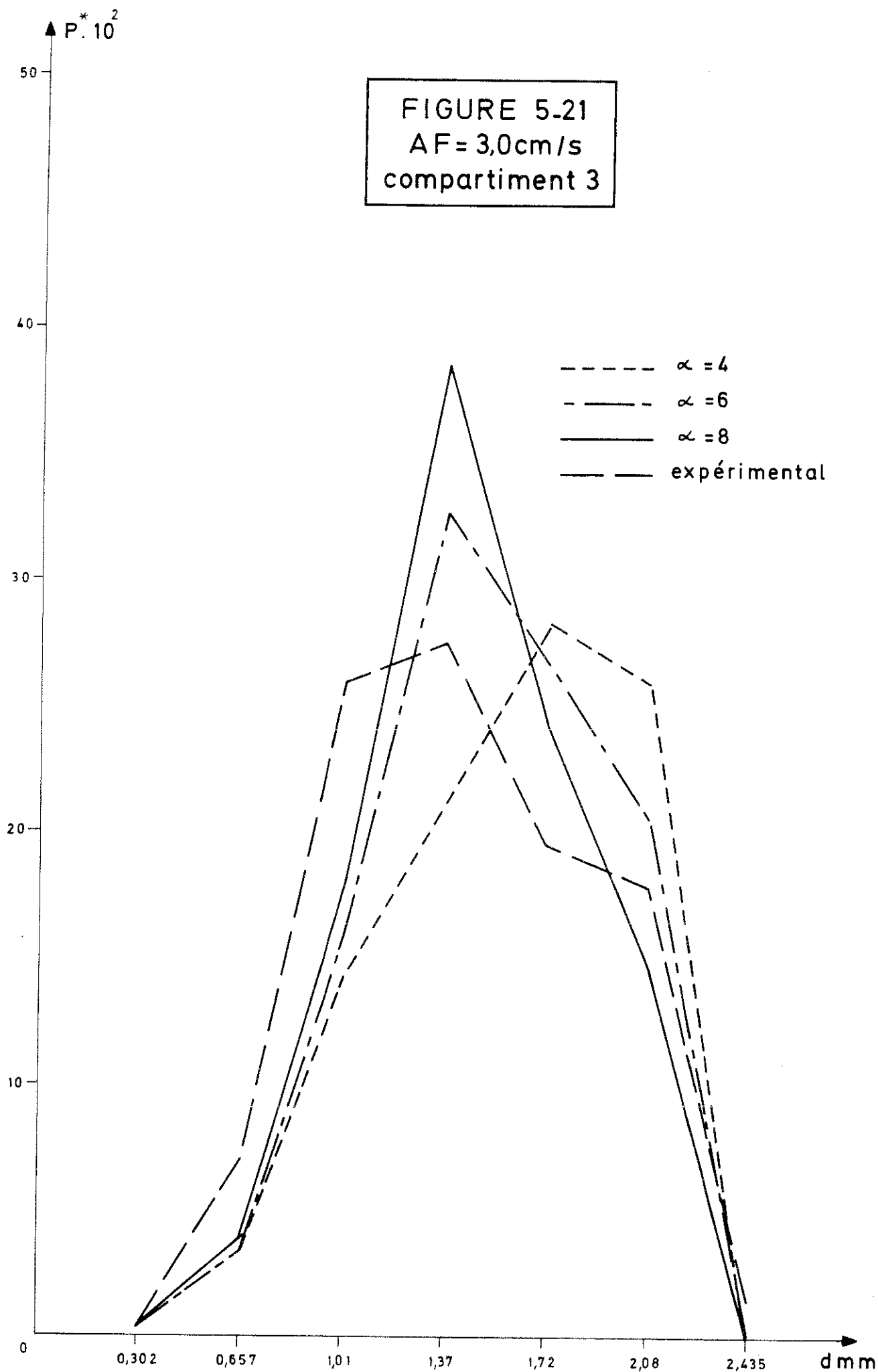
FIGURE 5-19
AF = 2,334 cm/s
compartiment 18

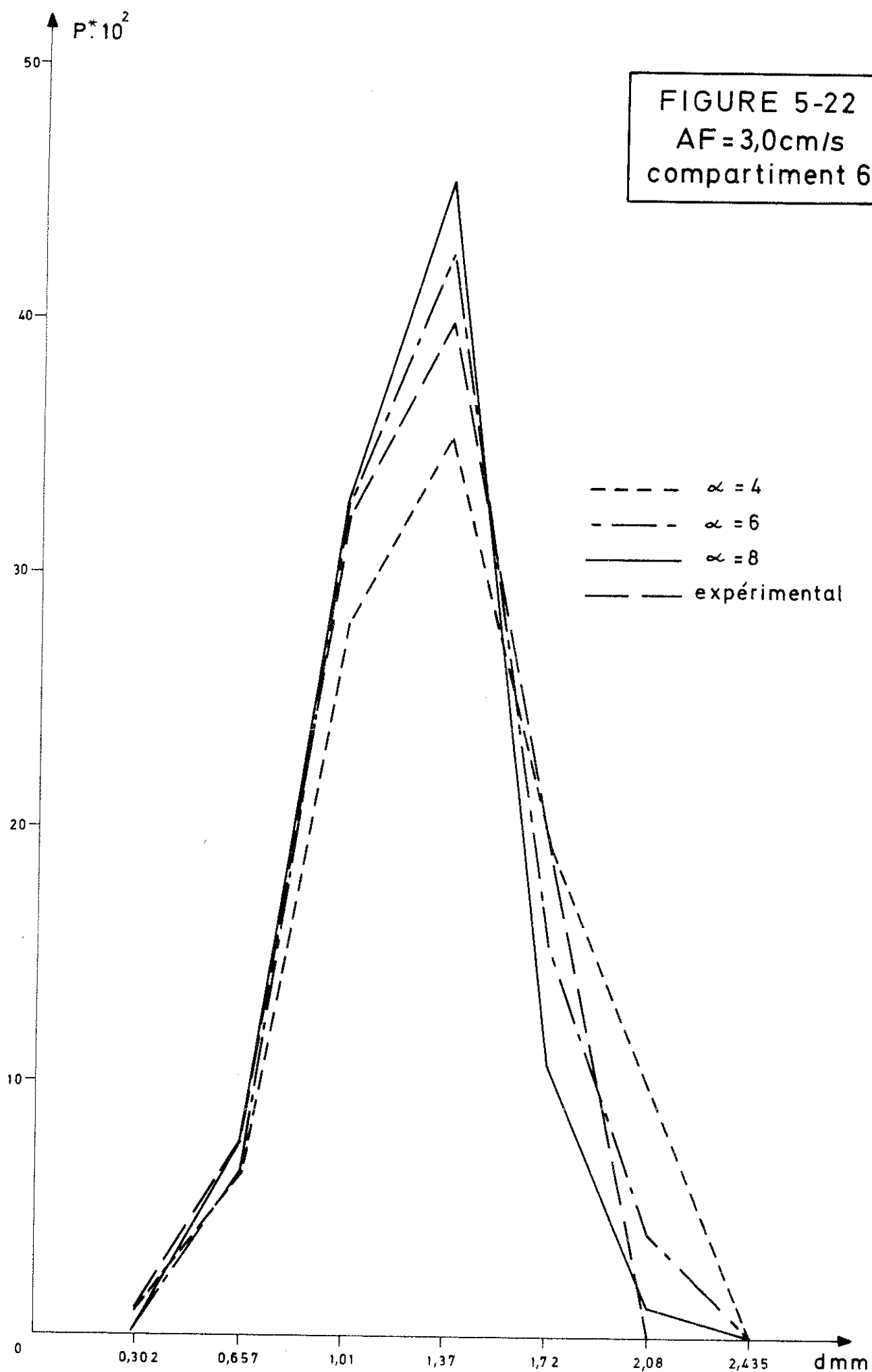


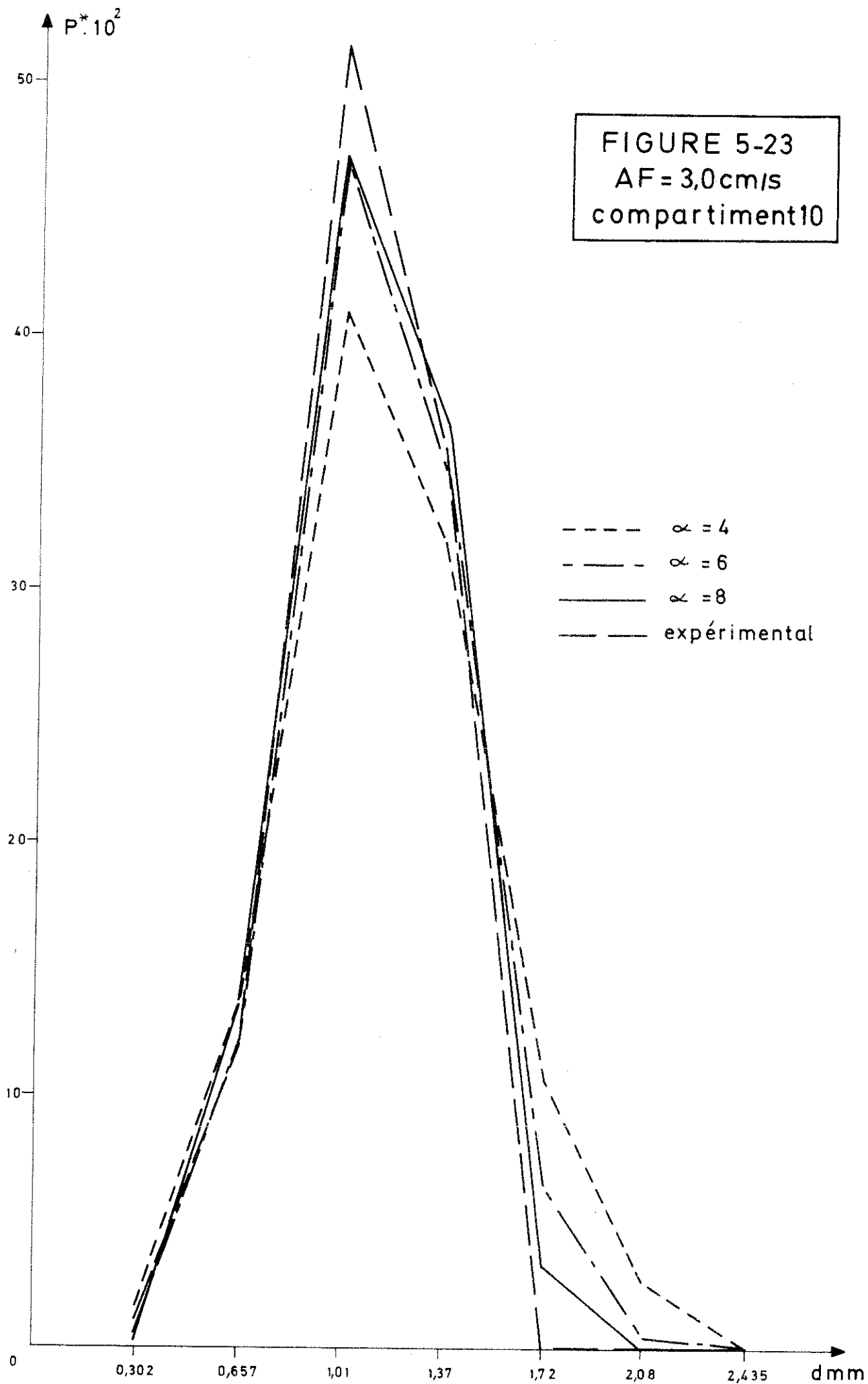
$\Delta \phi \cdot 10^3$

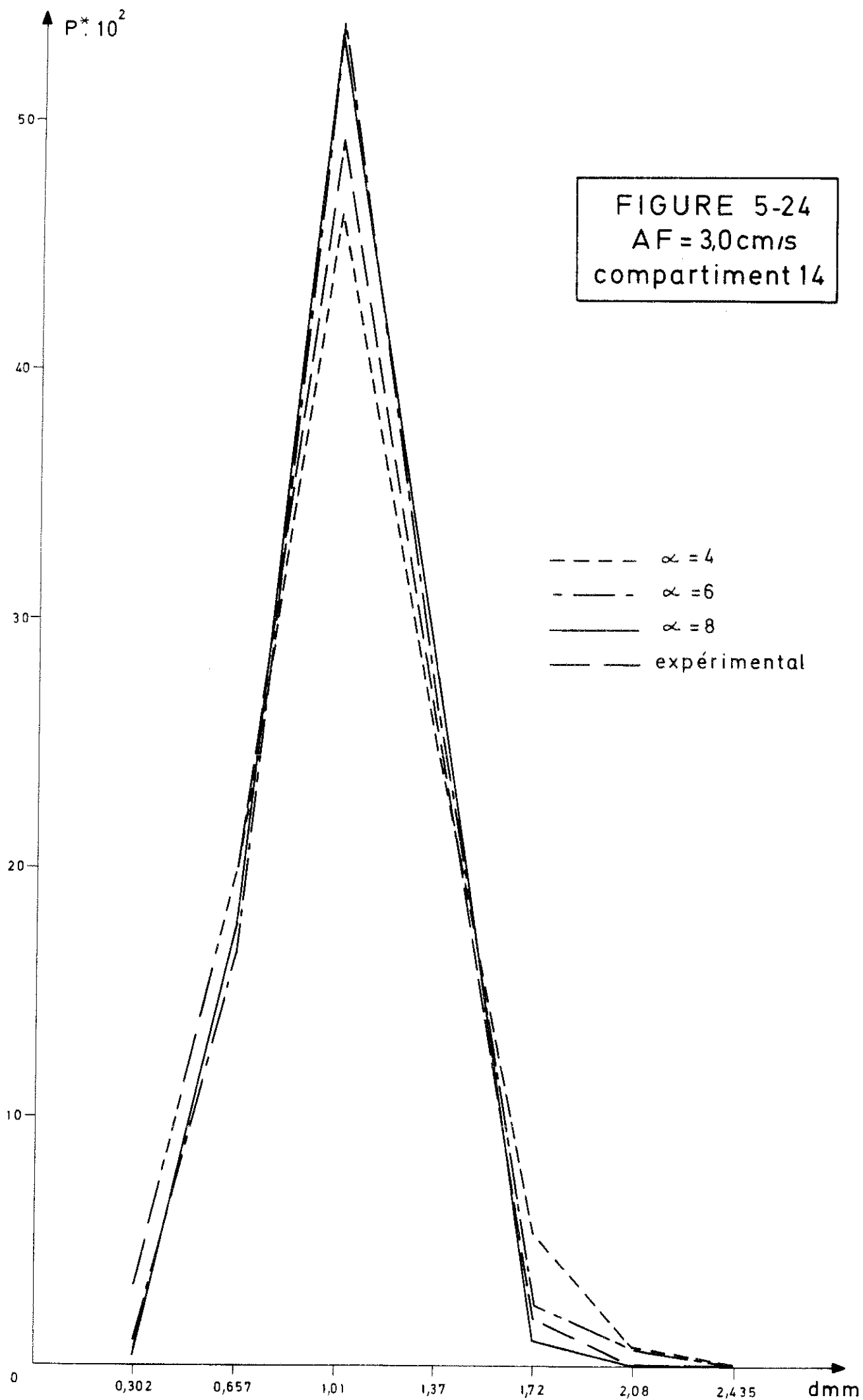
FIGURE 5-20
AF = 2,334 cm/s

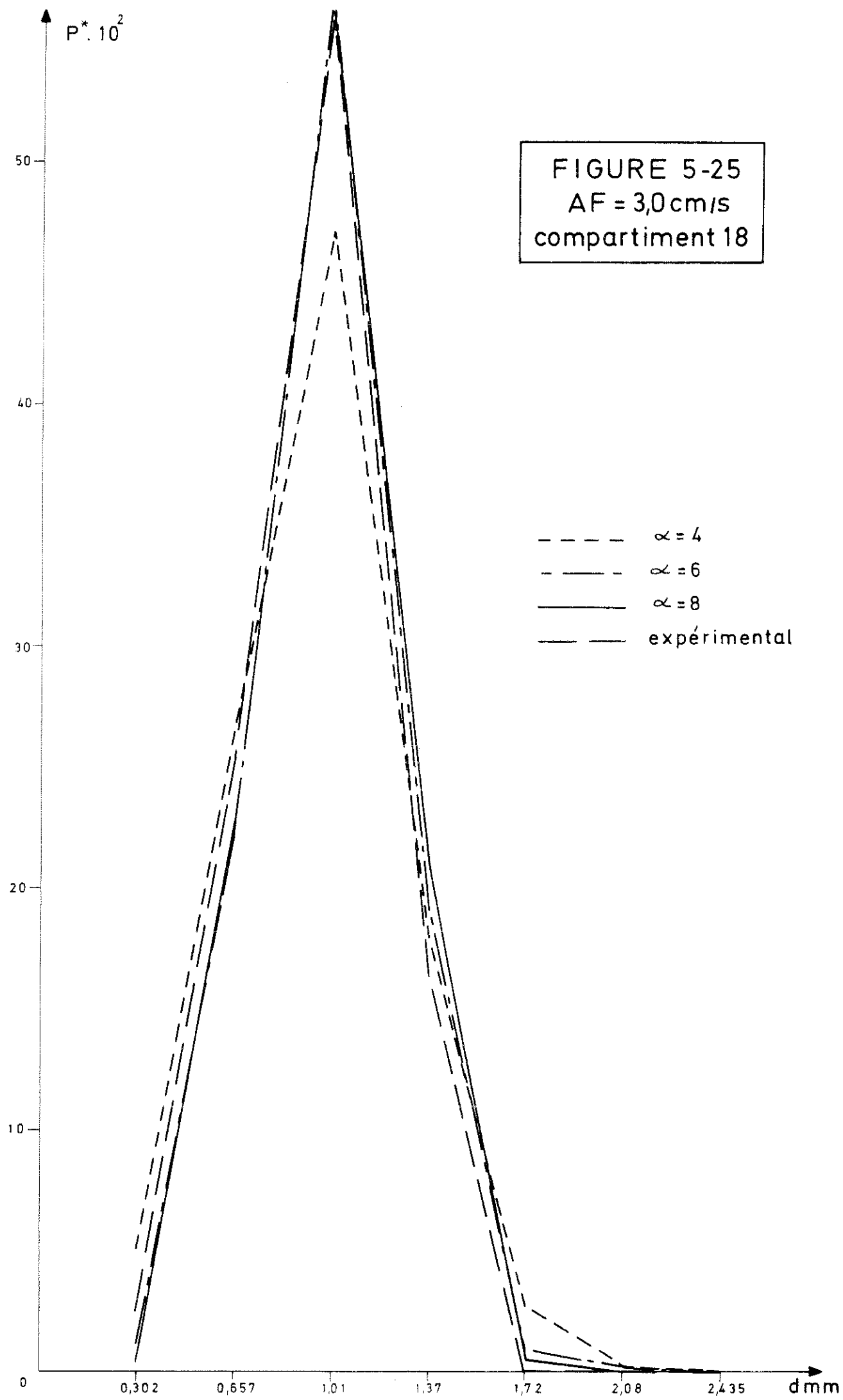






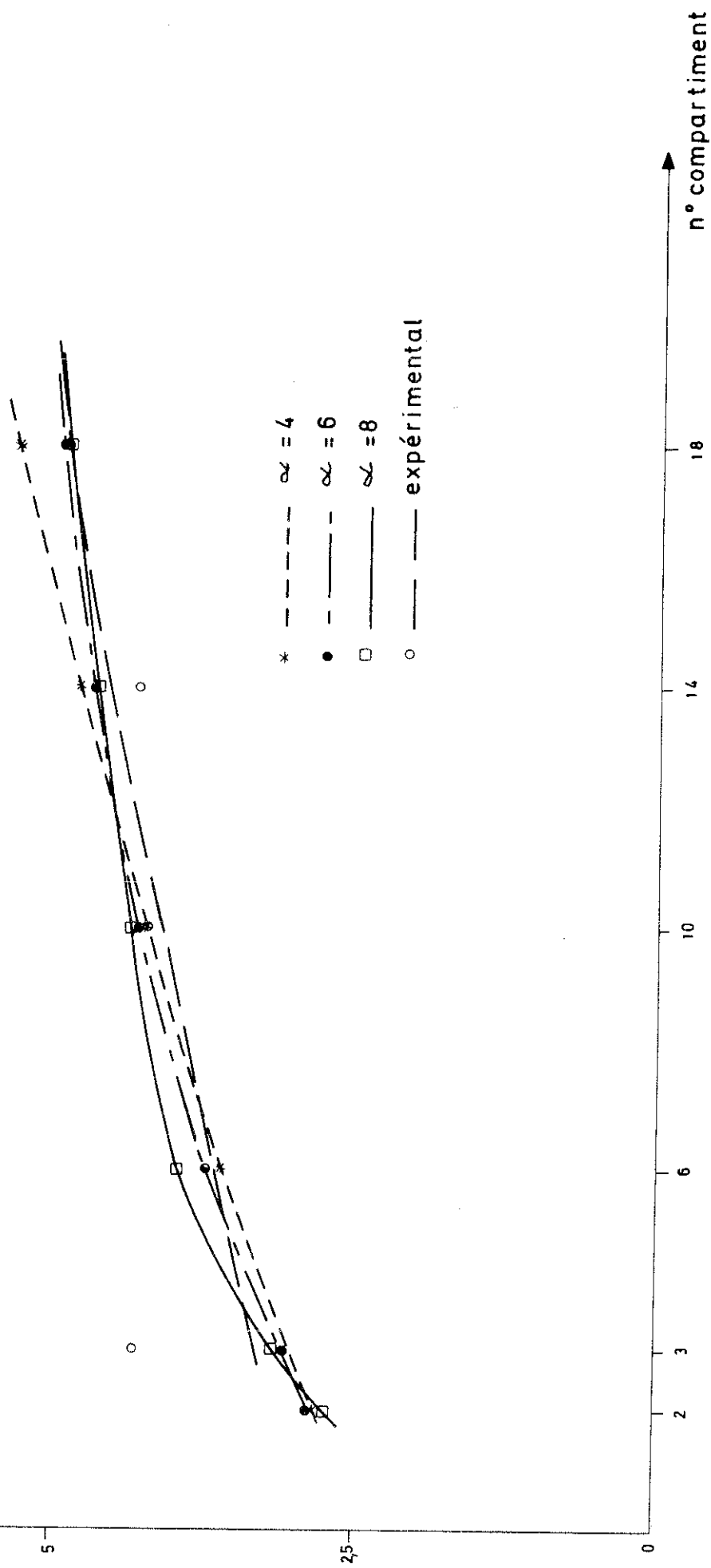


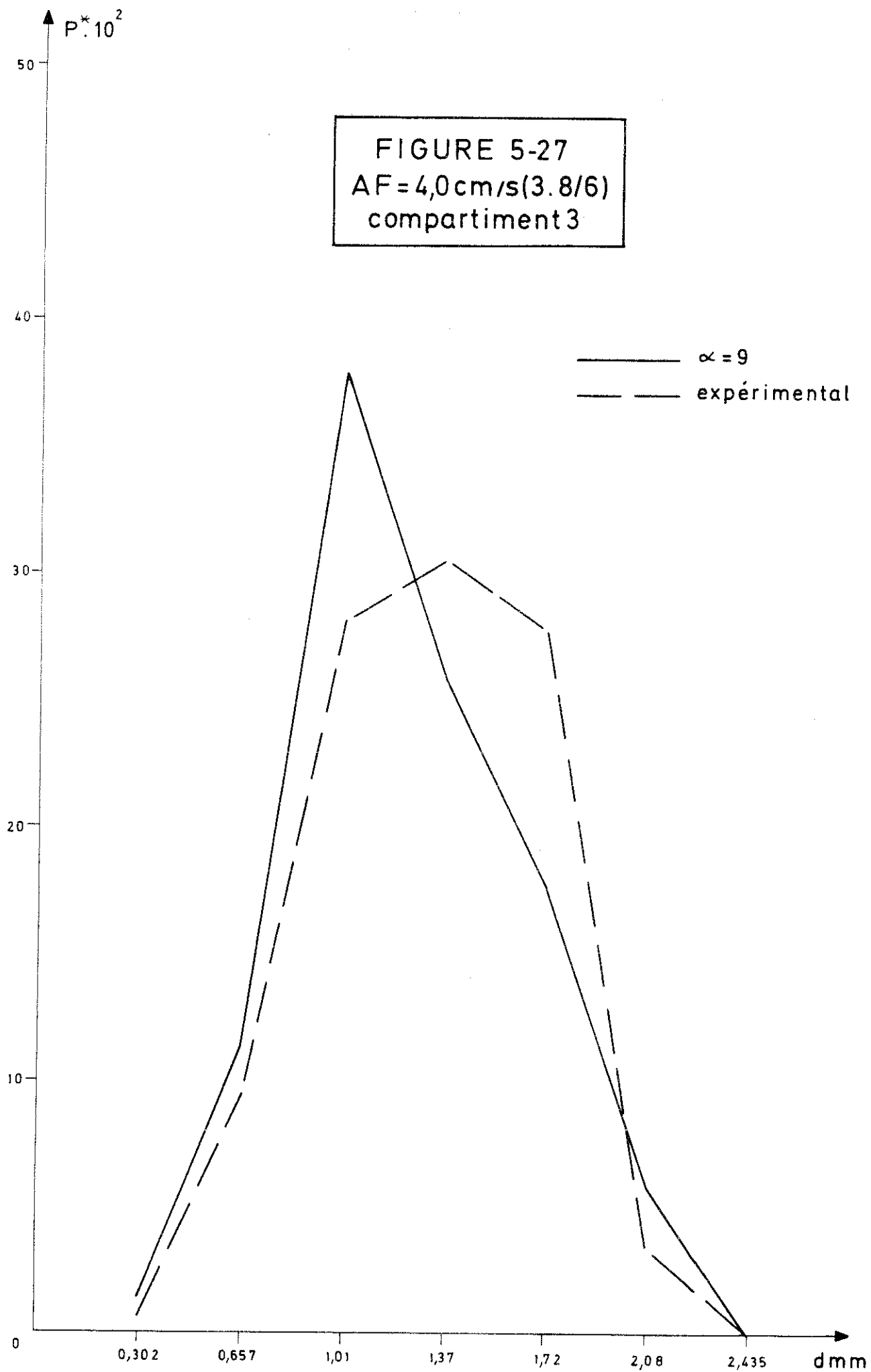


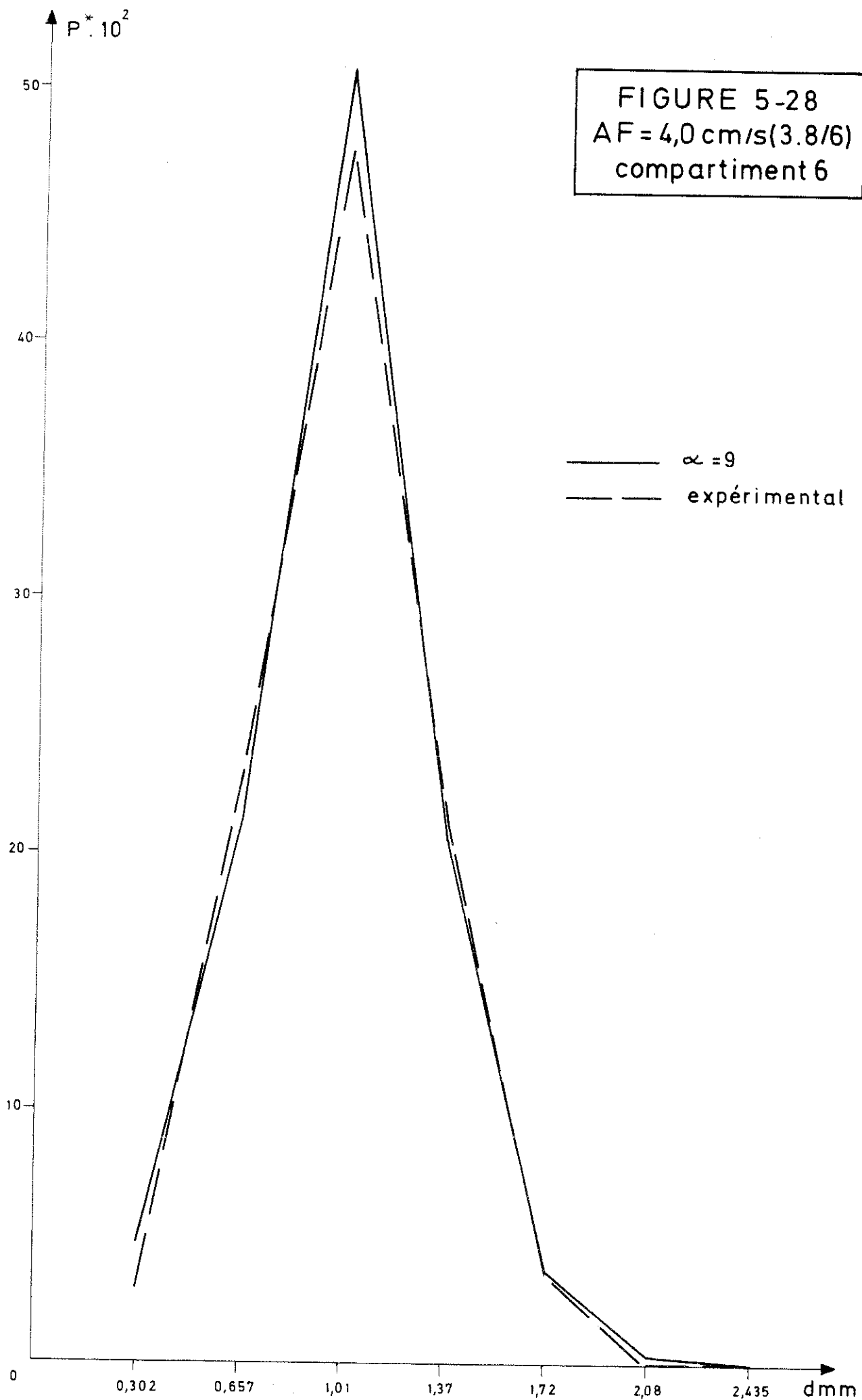


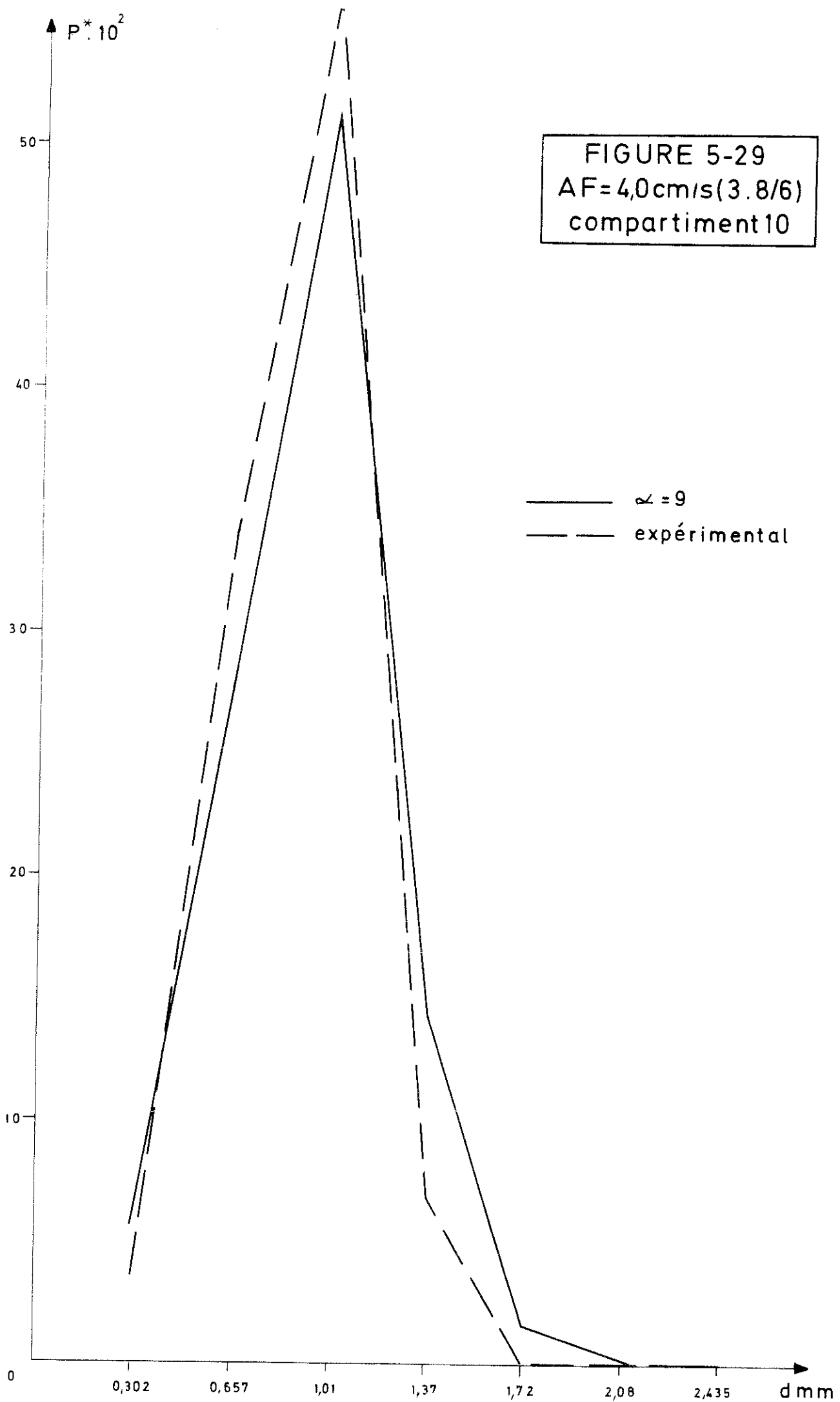
$\phi \cdot 10^3$

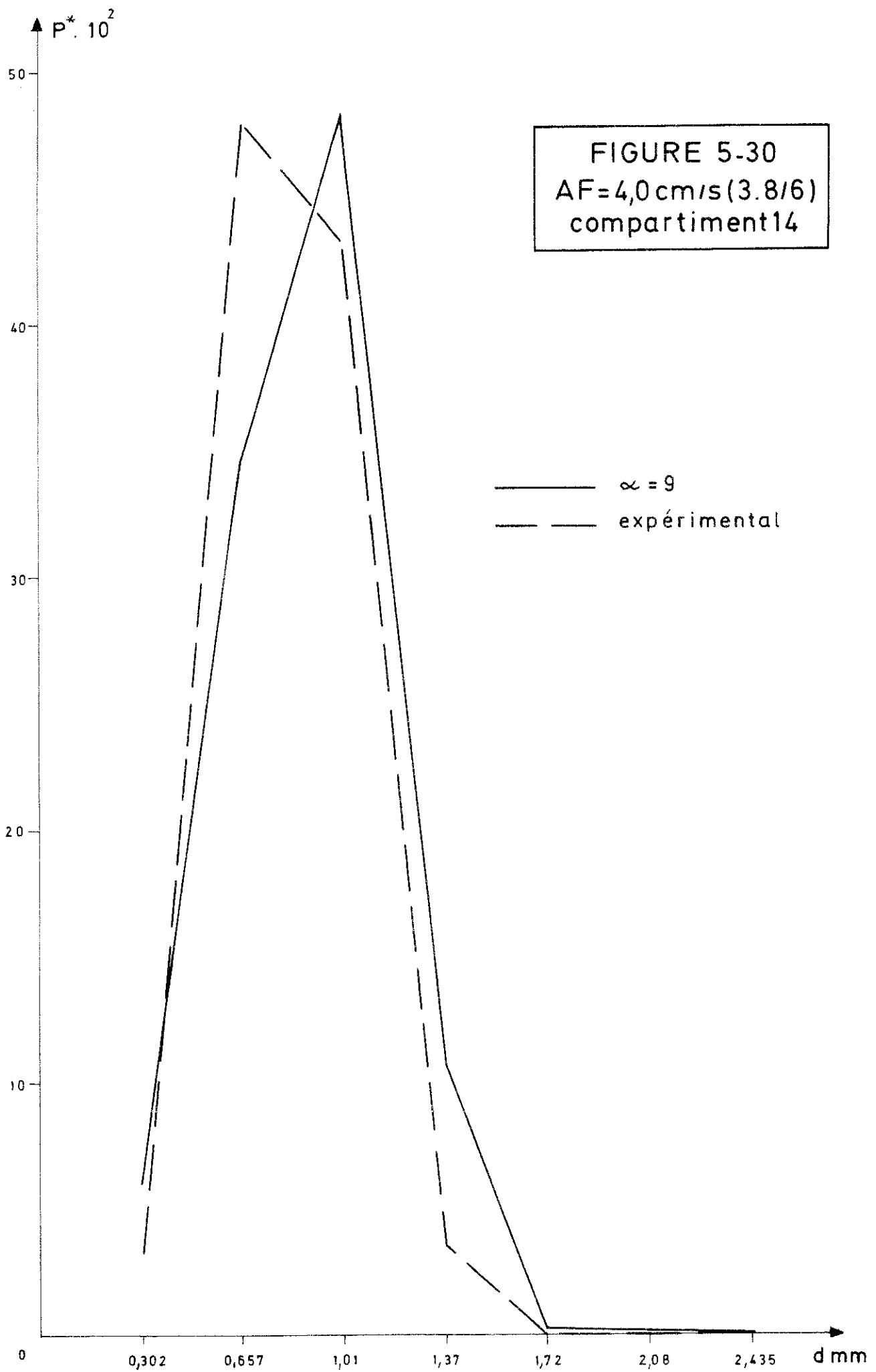
FIGURE 5-26
AF = 3,0cm/s











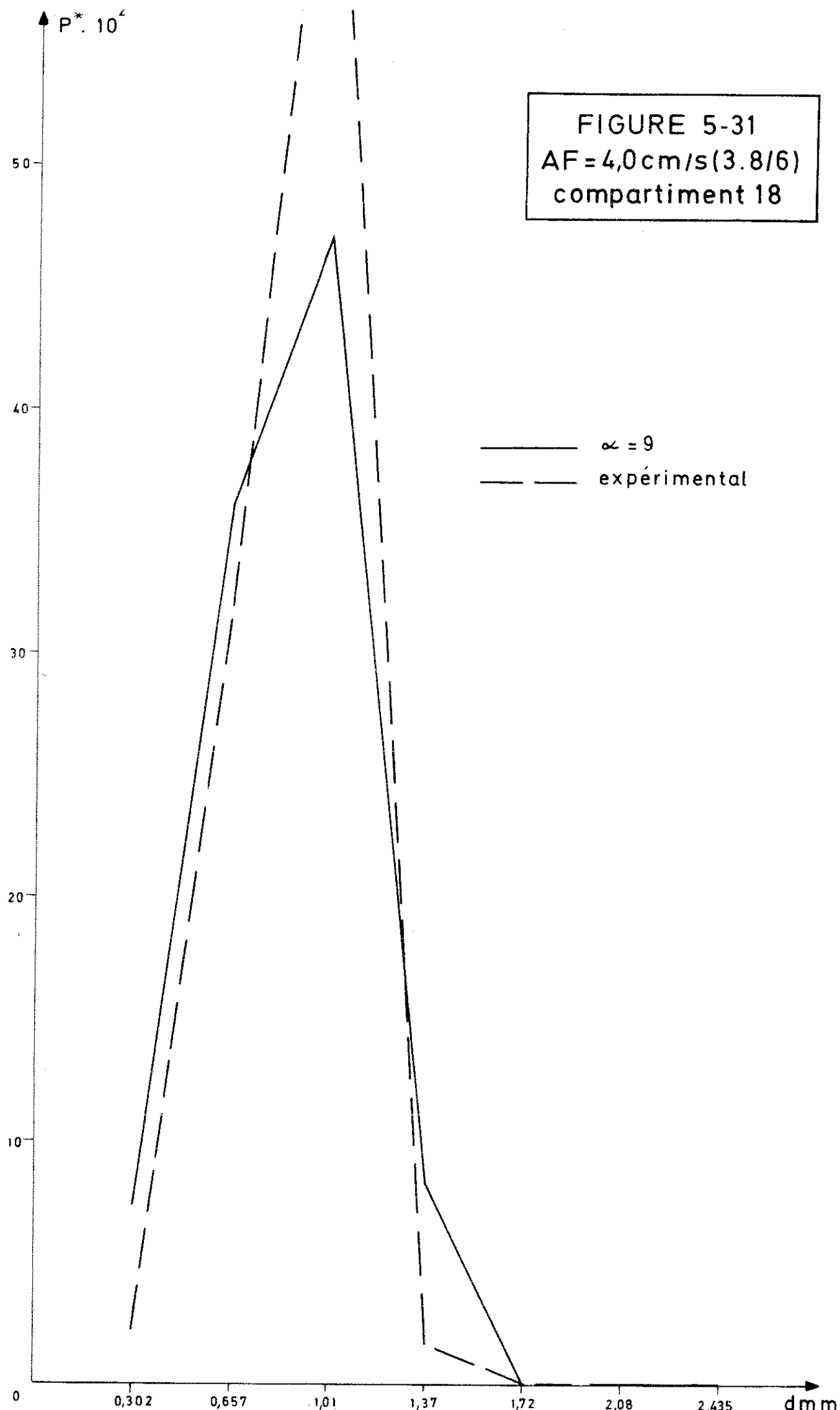
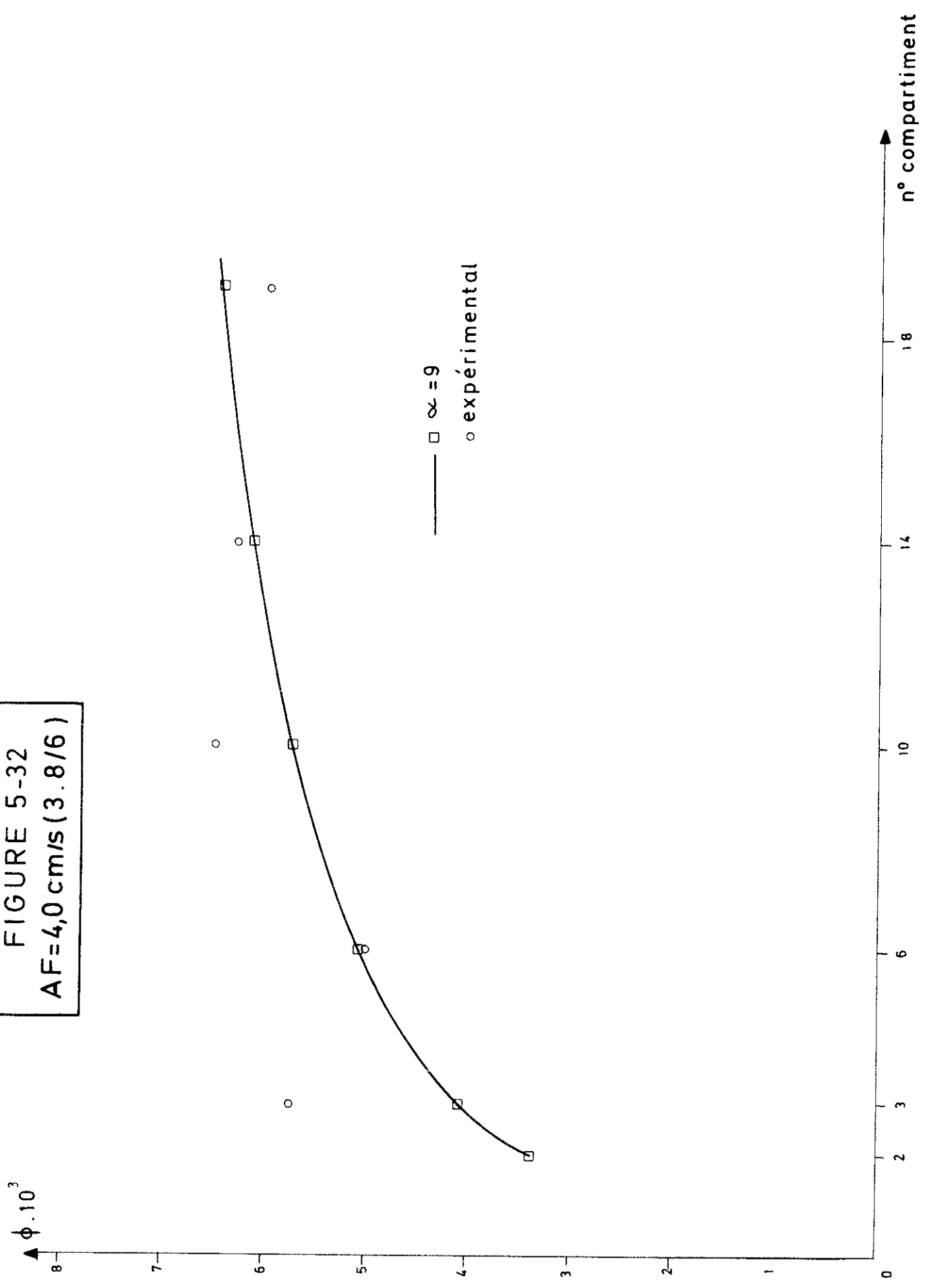
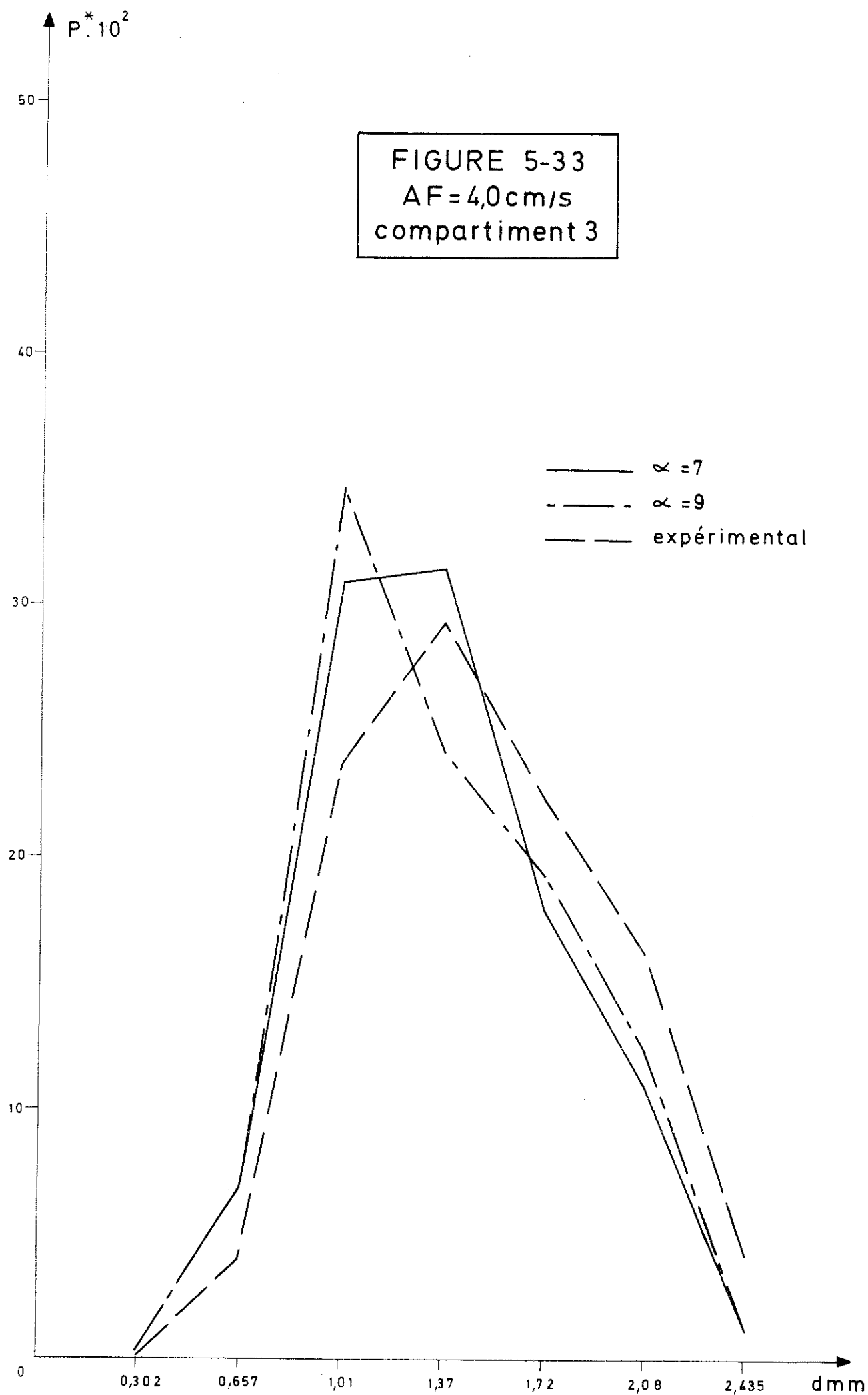
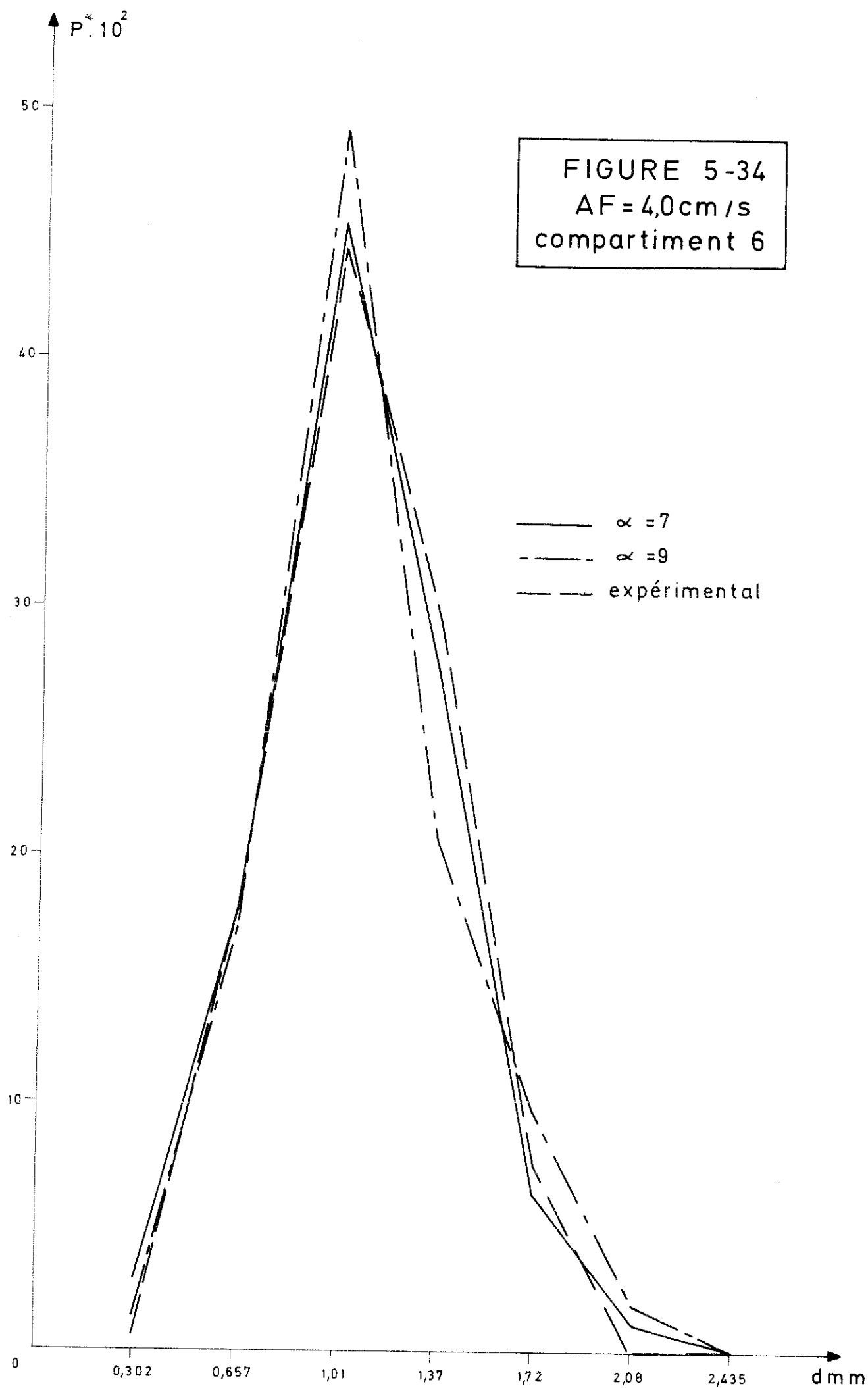
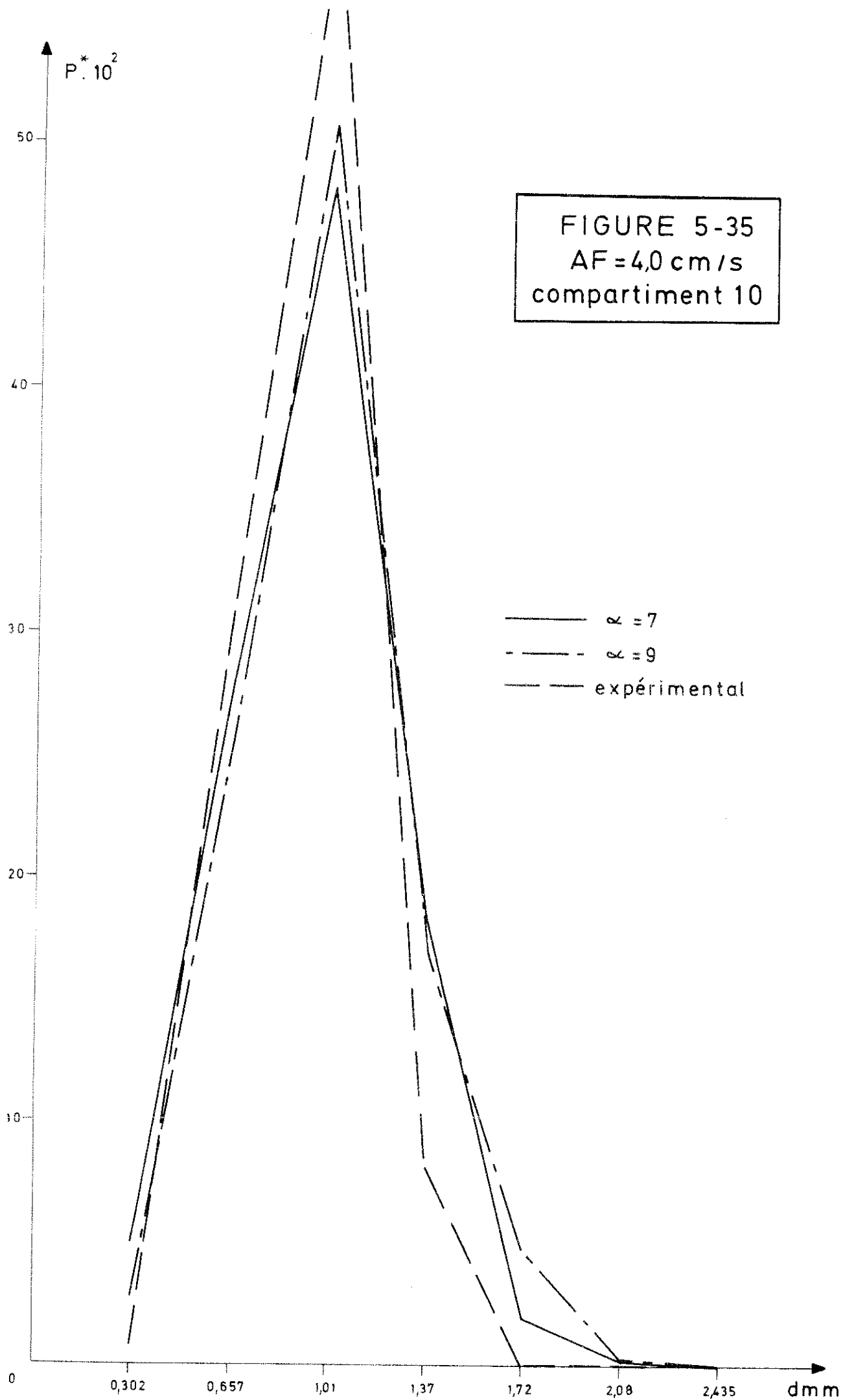


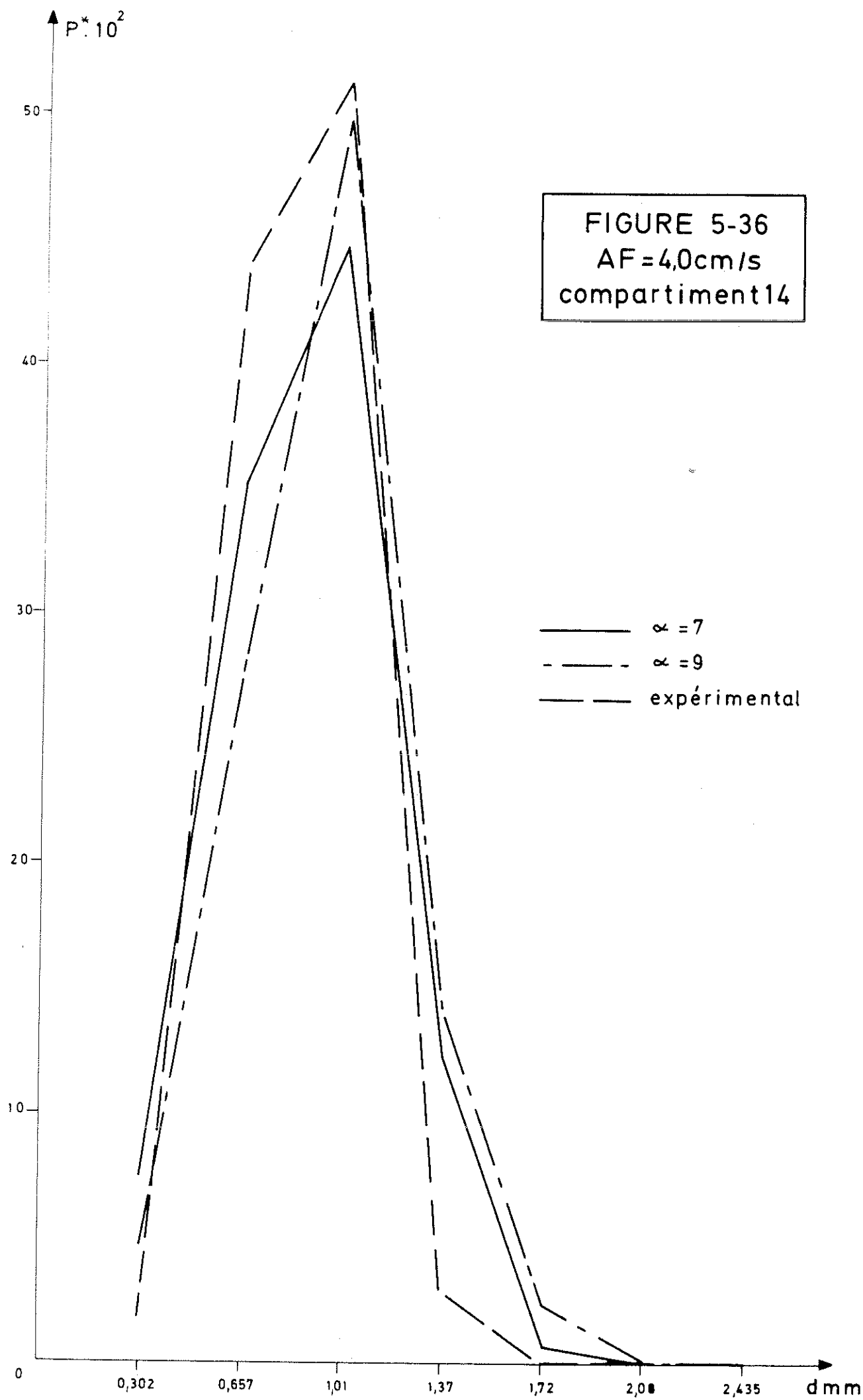
FIGURE 5-32
 $AF=4,0 \text{ cm/s (3.8/6)}$

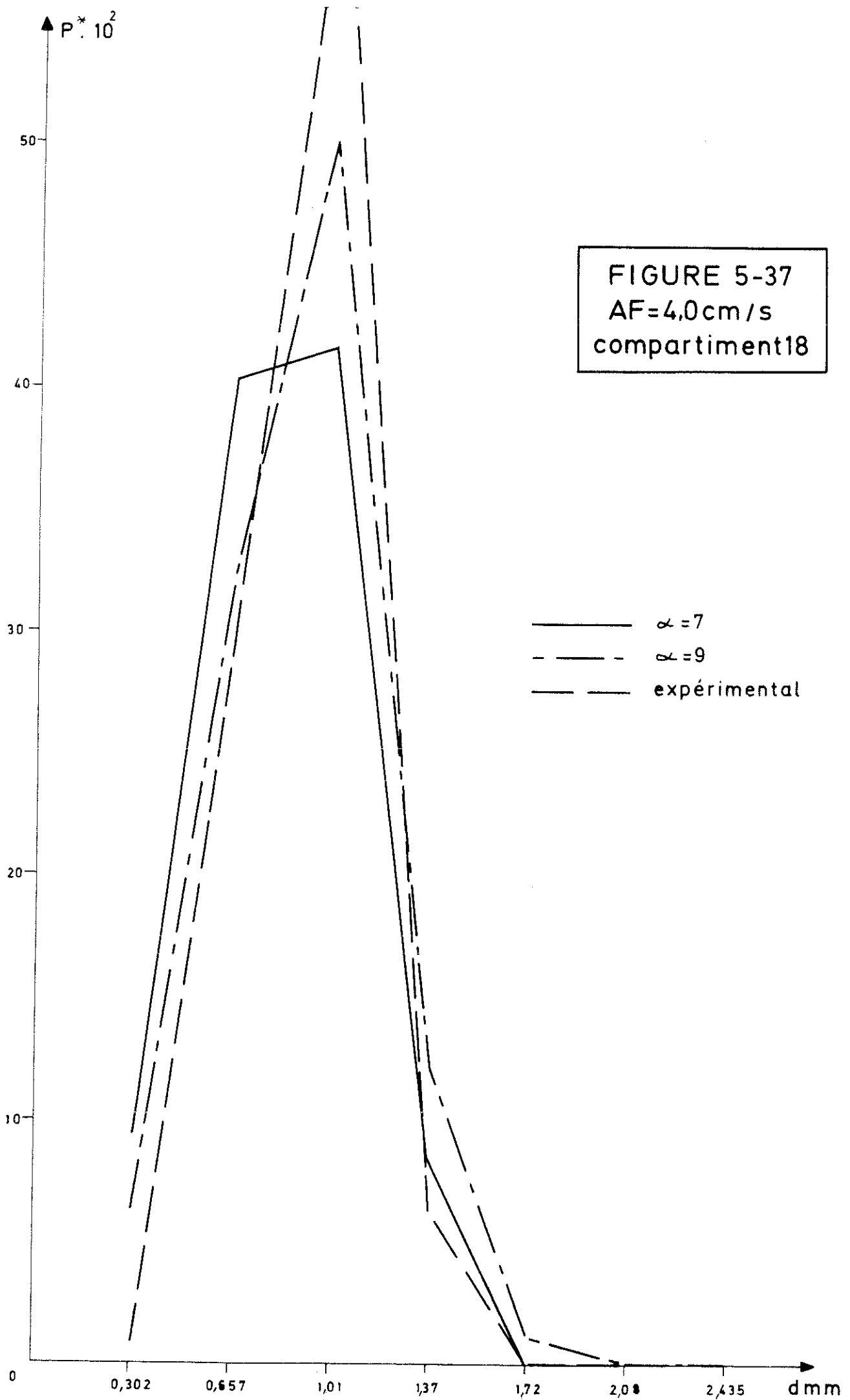












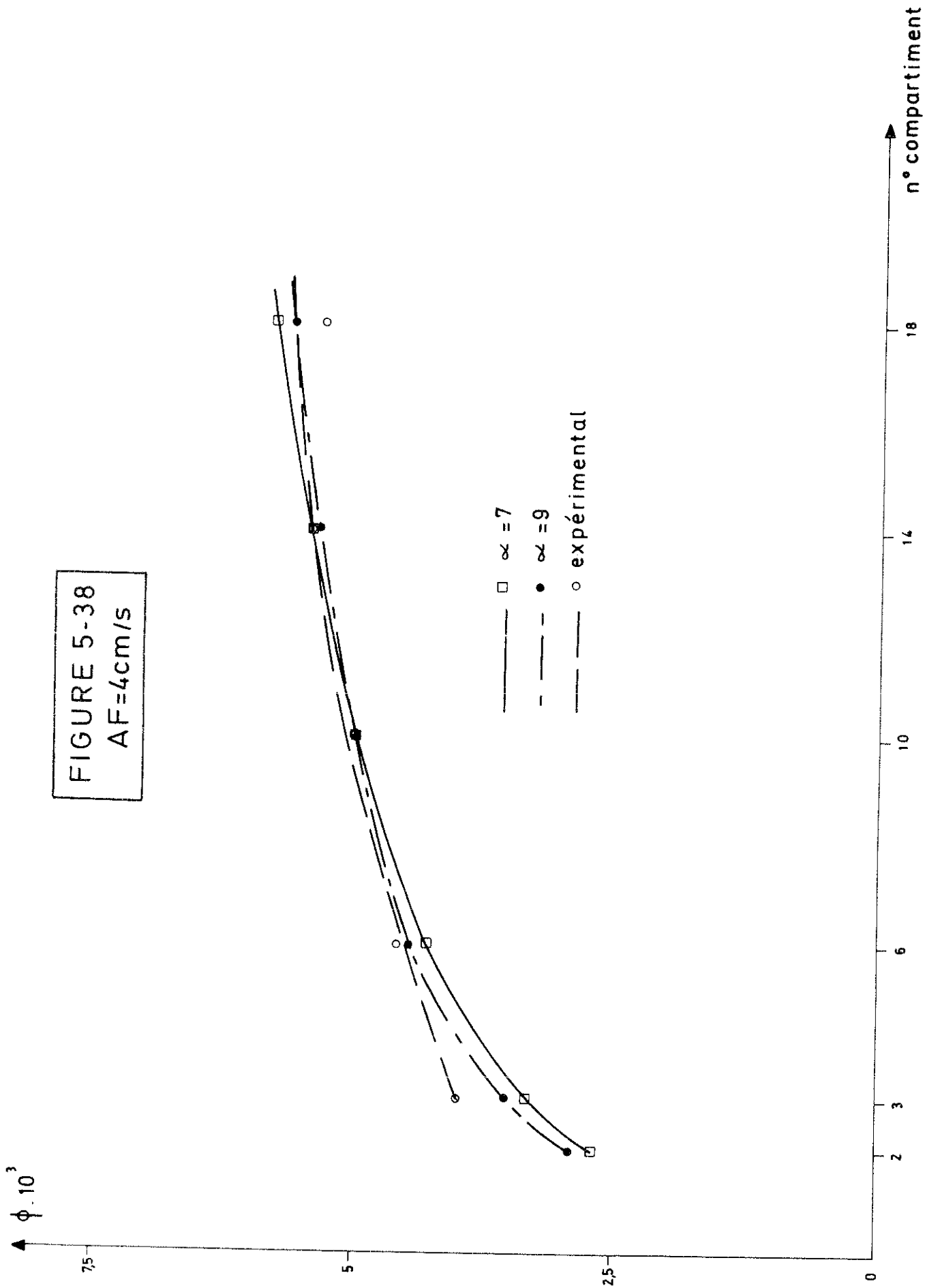
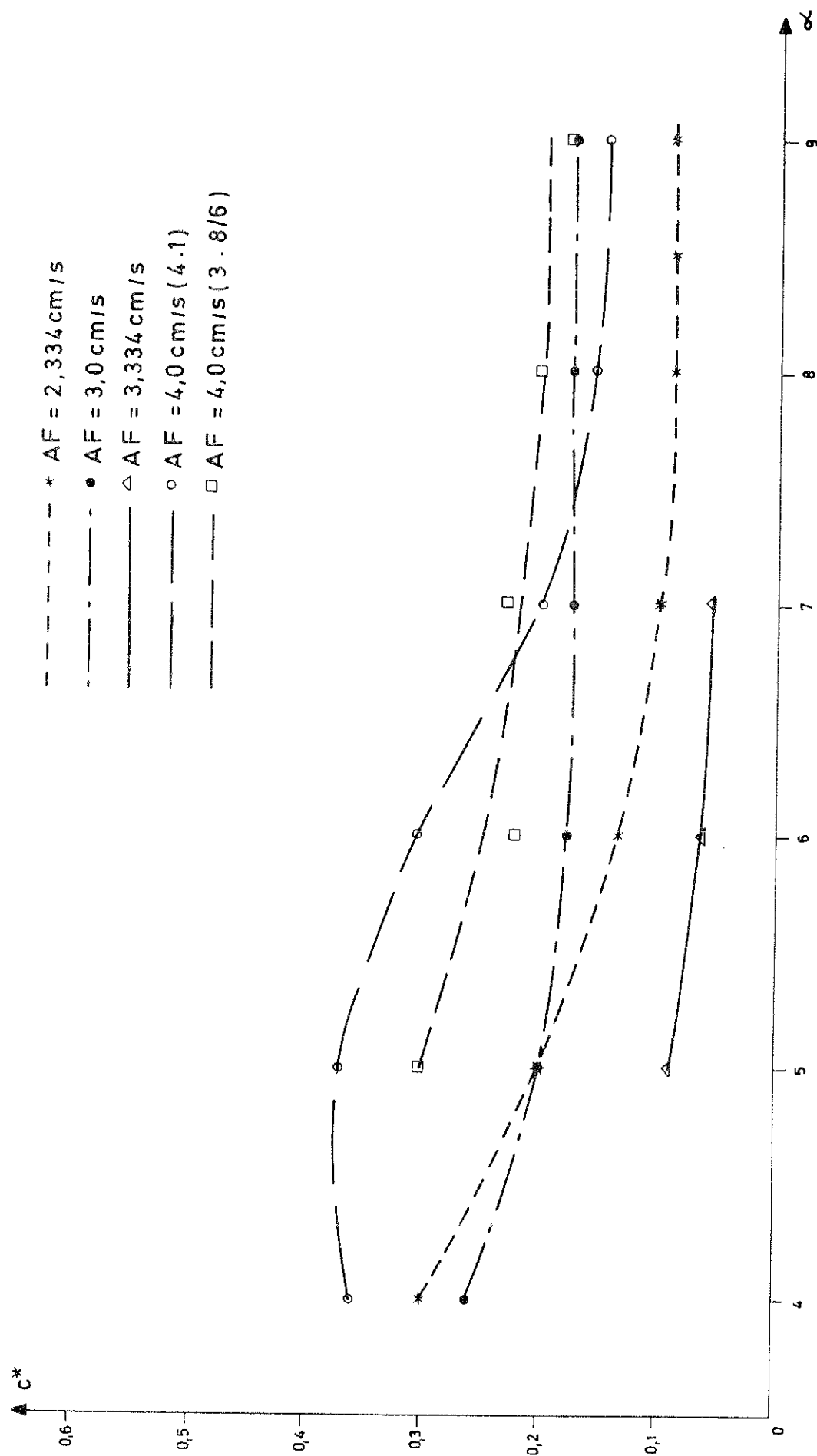


FIGURE 5-39



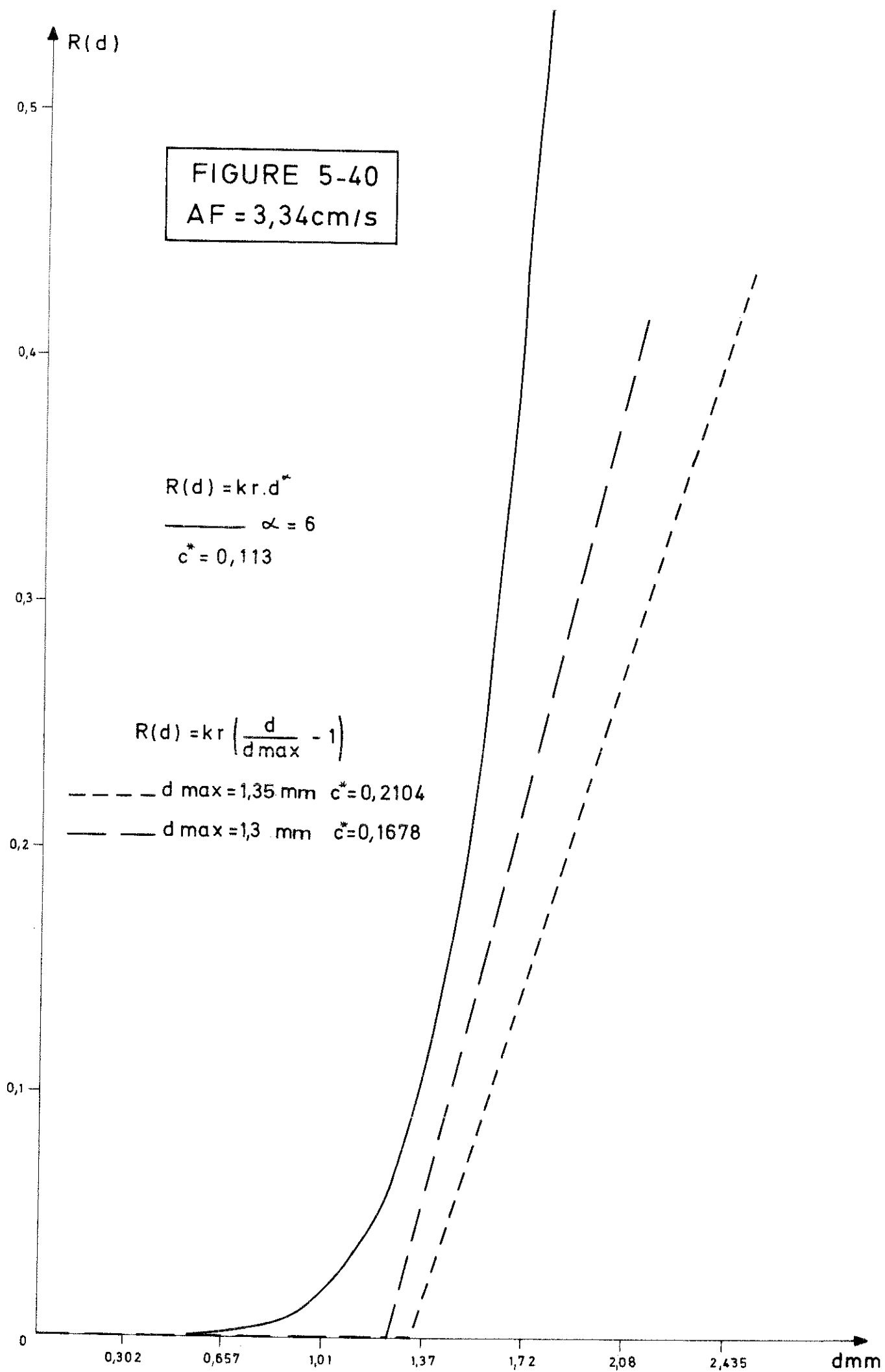
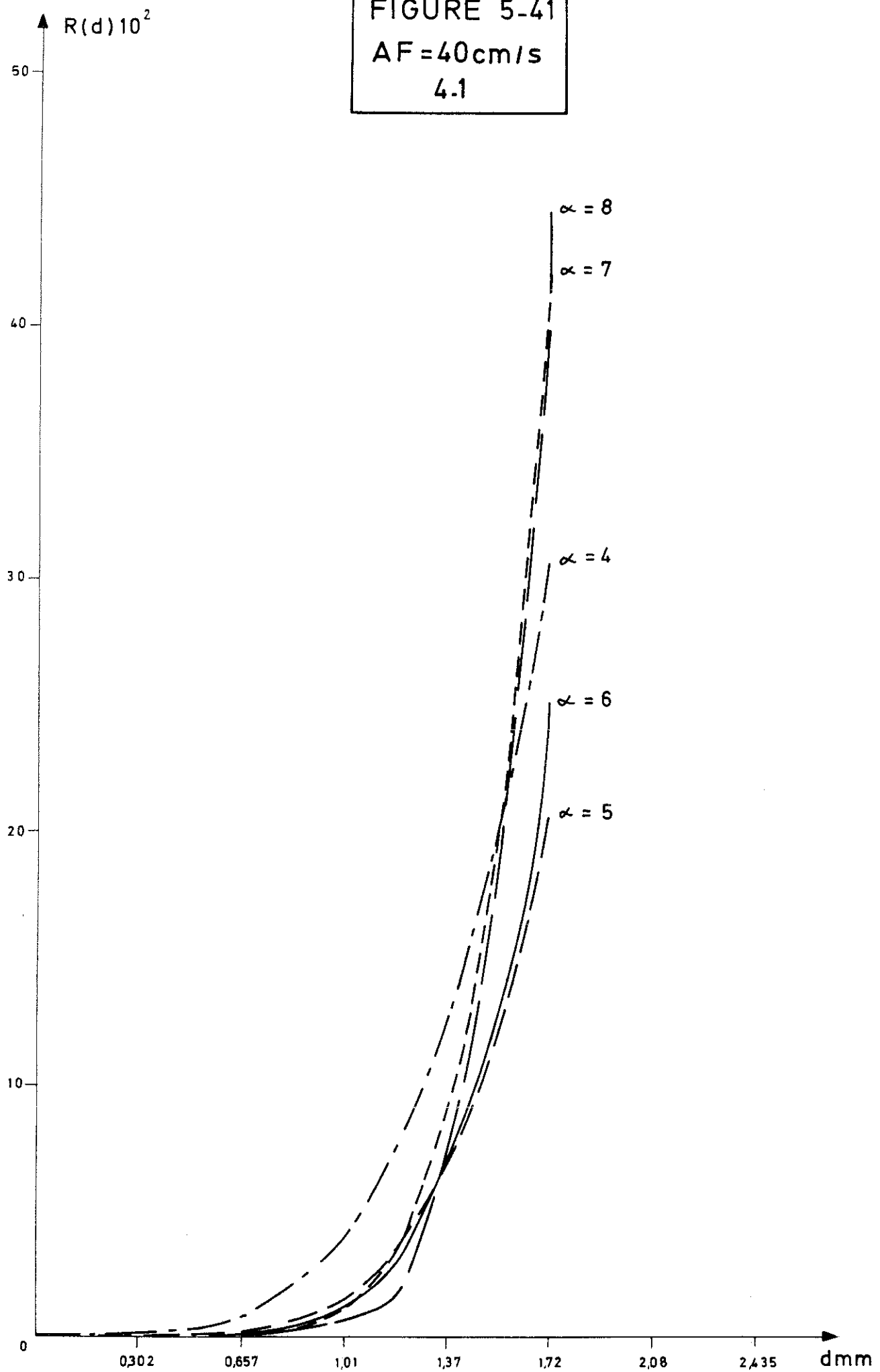
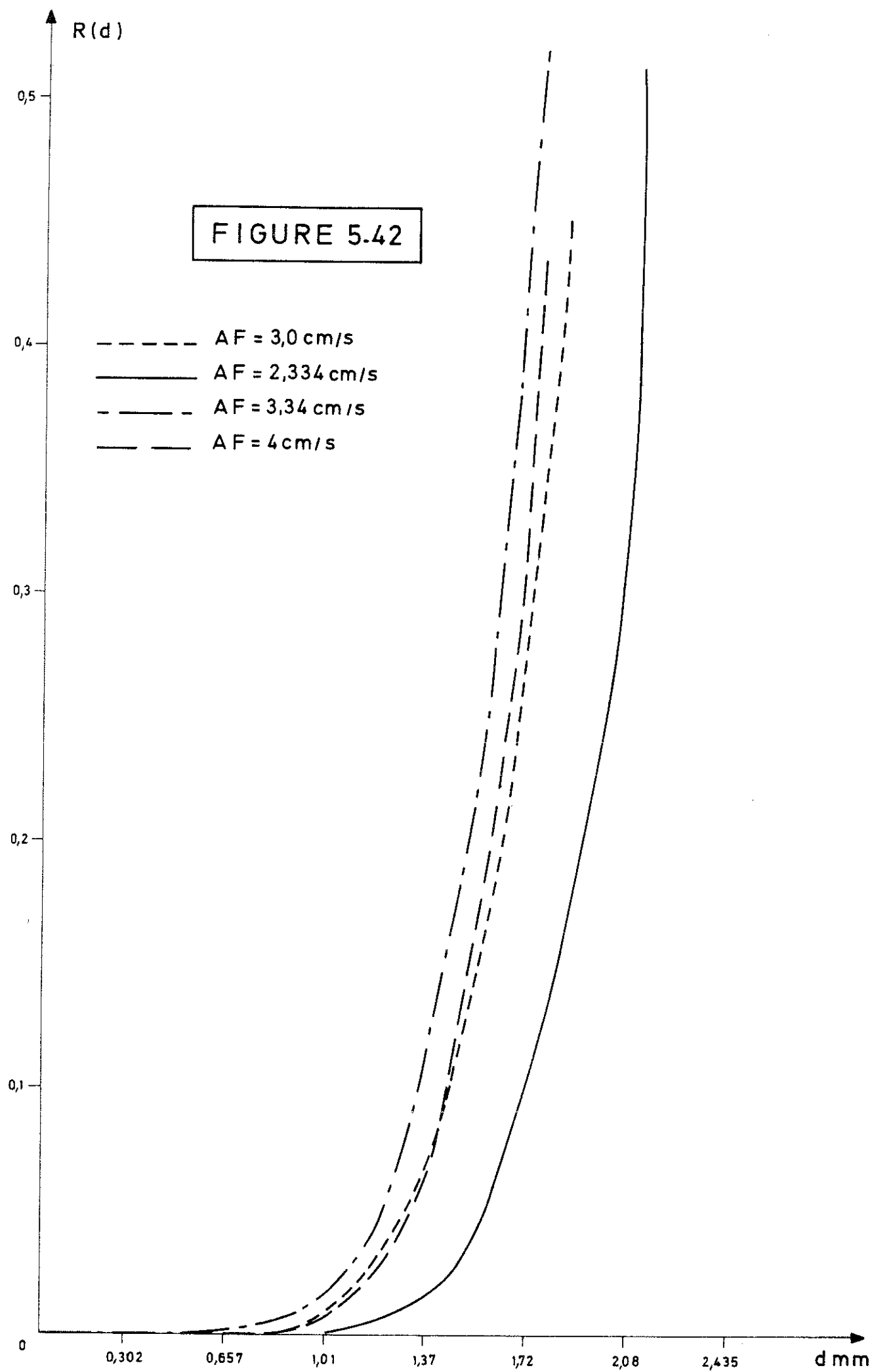


FIGURE 5-41
AF=40cm/s
4.1





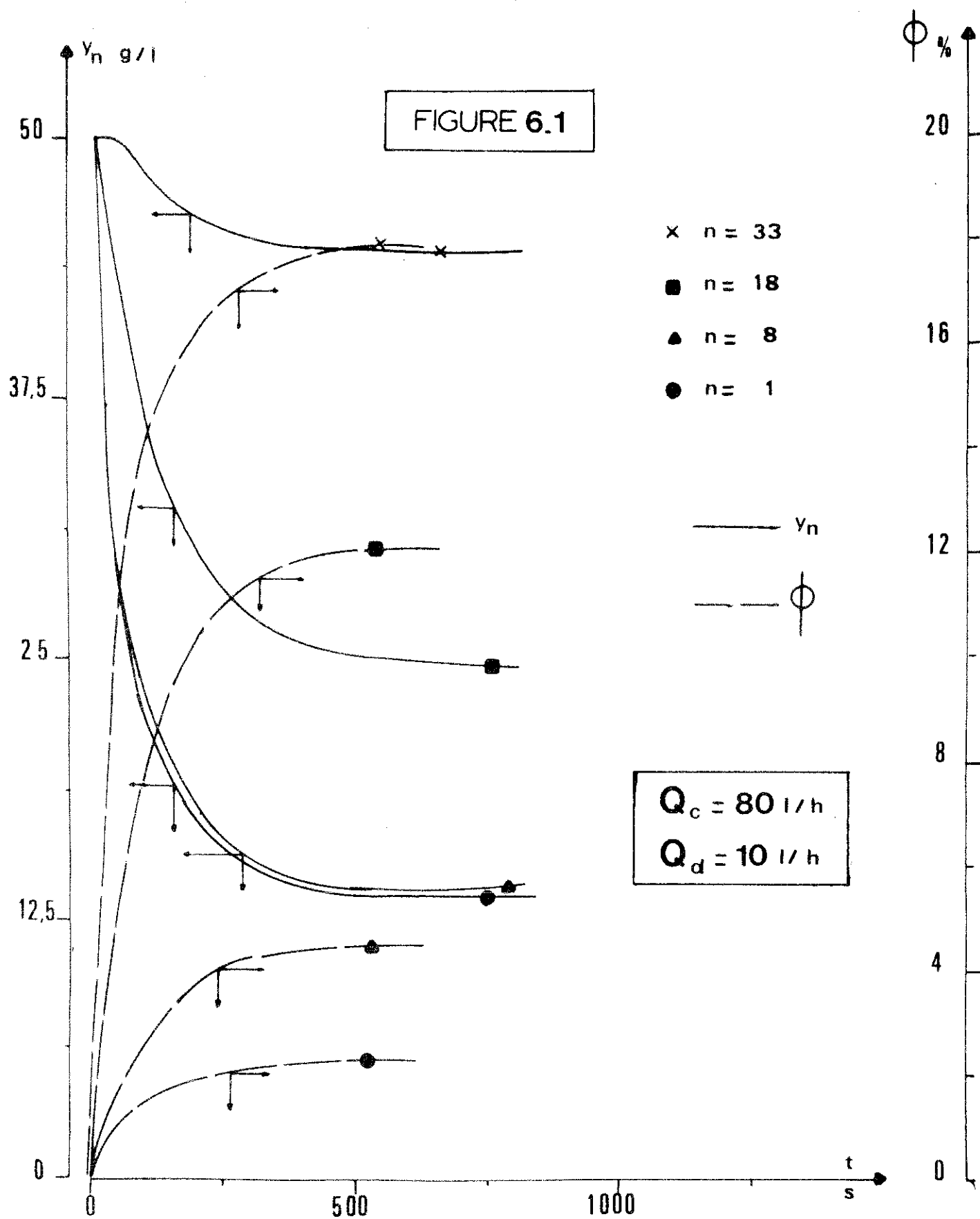


FIGURE 6.2

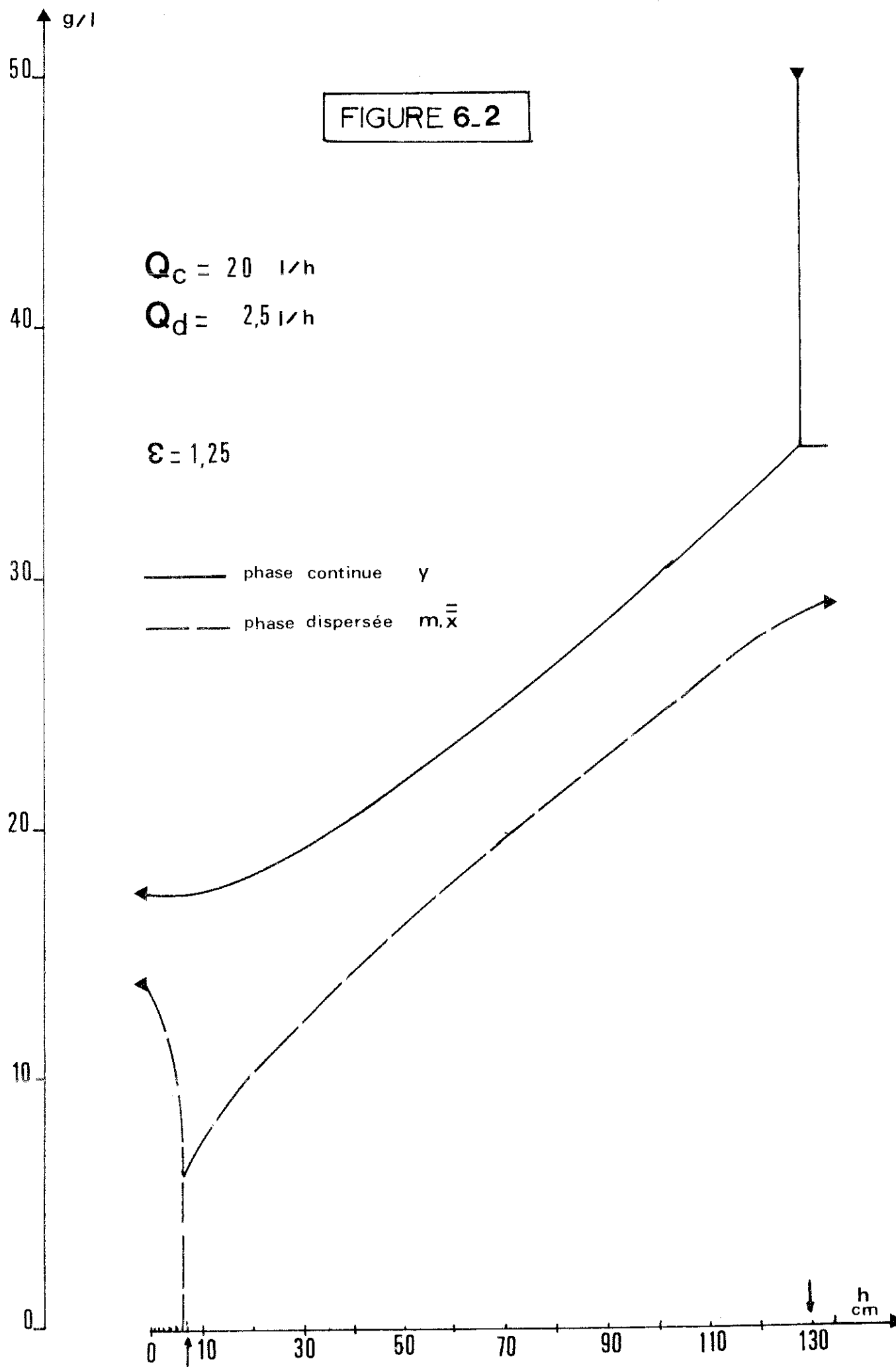


FIGURE 6_3

$$Q_C = 40 \text{ l/h}$$

$$Q_d = 5 \text{ l/h}$$

$$\varepsilon = 1,25$$

— phase continue y
 - - - phase dispersée m, \bar{x}

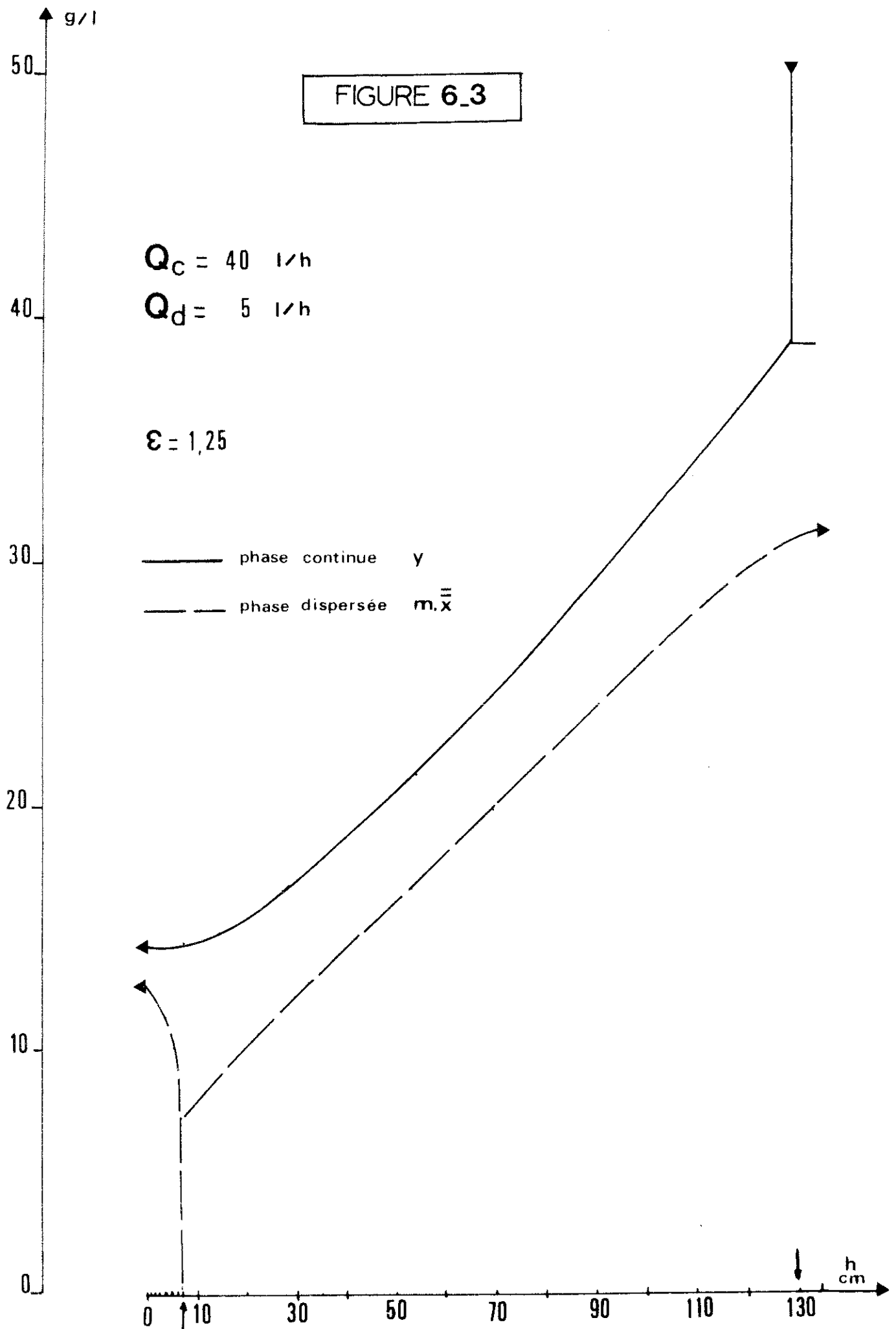


FIGURE 6_4

$$Q_C = 60 \text{ l/h}$$

$$Q_D = 7.5 \text{ l/h}$$

$$\epsilon = 1,25$$

— phase continue y
 - - - phase dispersée $m.\bar{x}$

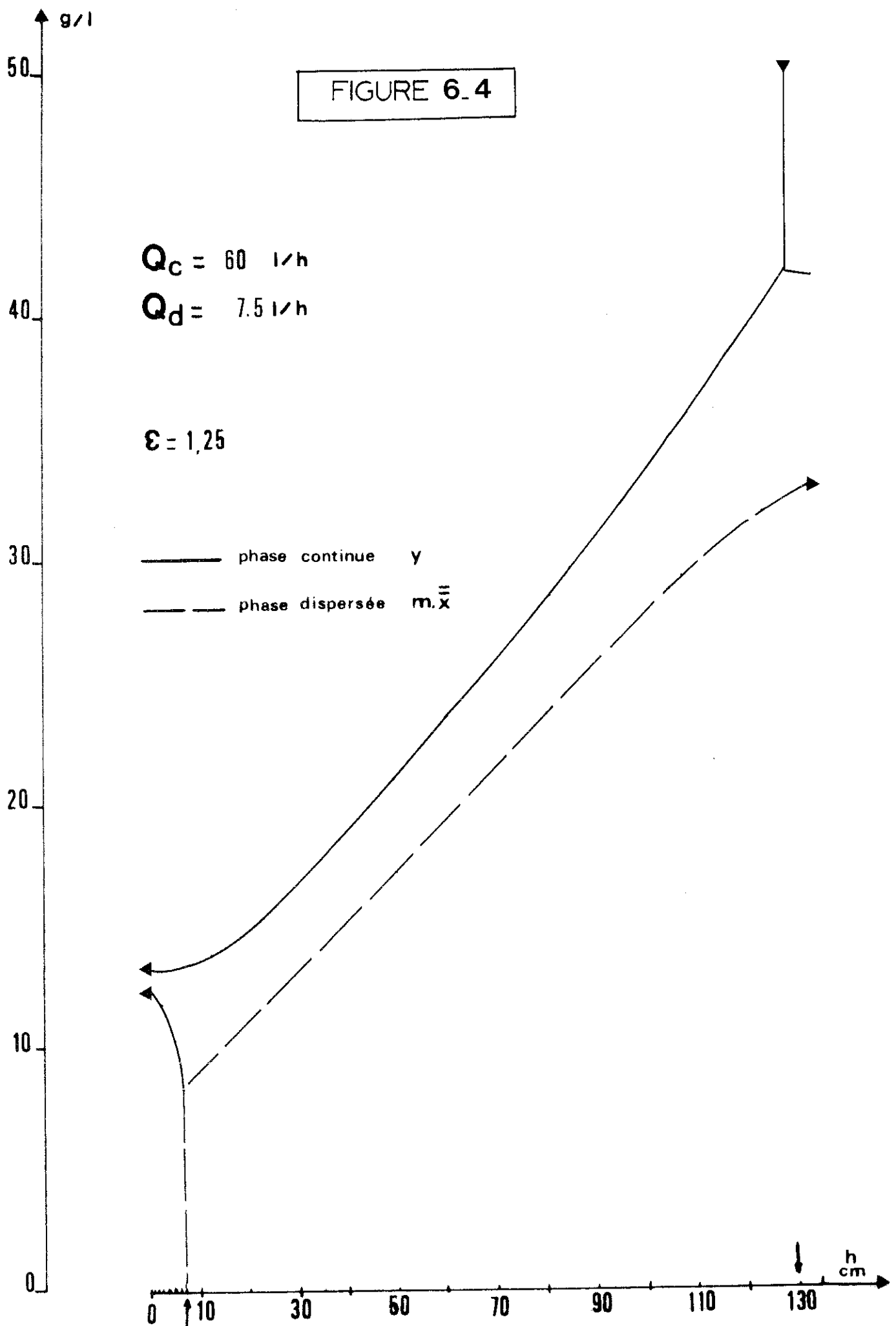


FIGURE 6.5

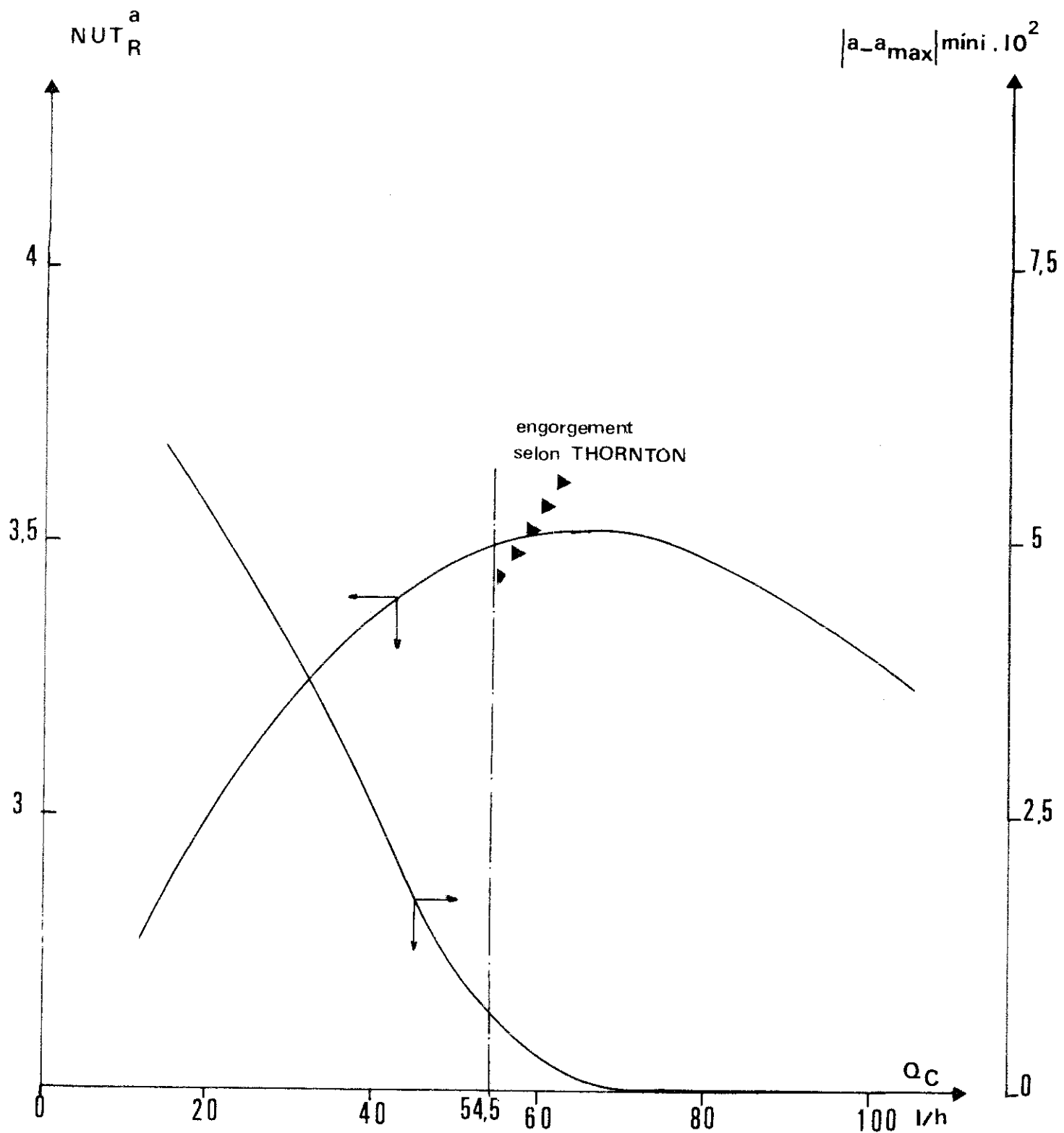


FIGURE 6_6

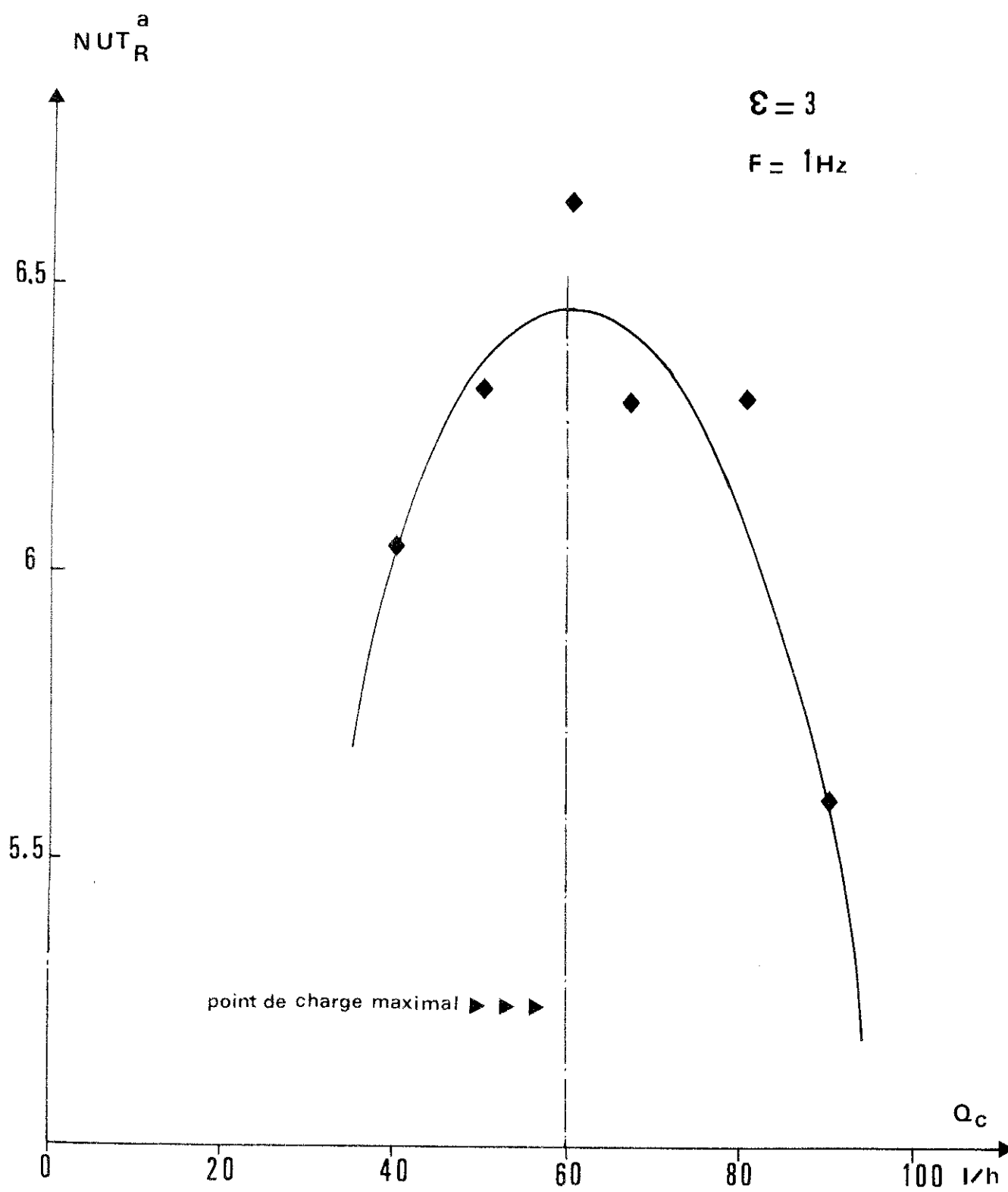


FIGURE 6.7

$$\varepsilon = 1,25$$

$$Q_c = 20 \text{ l/h}$$

$$Q_d = 2,5 \text{ l/h}$$

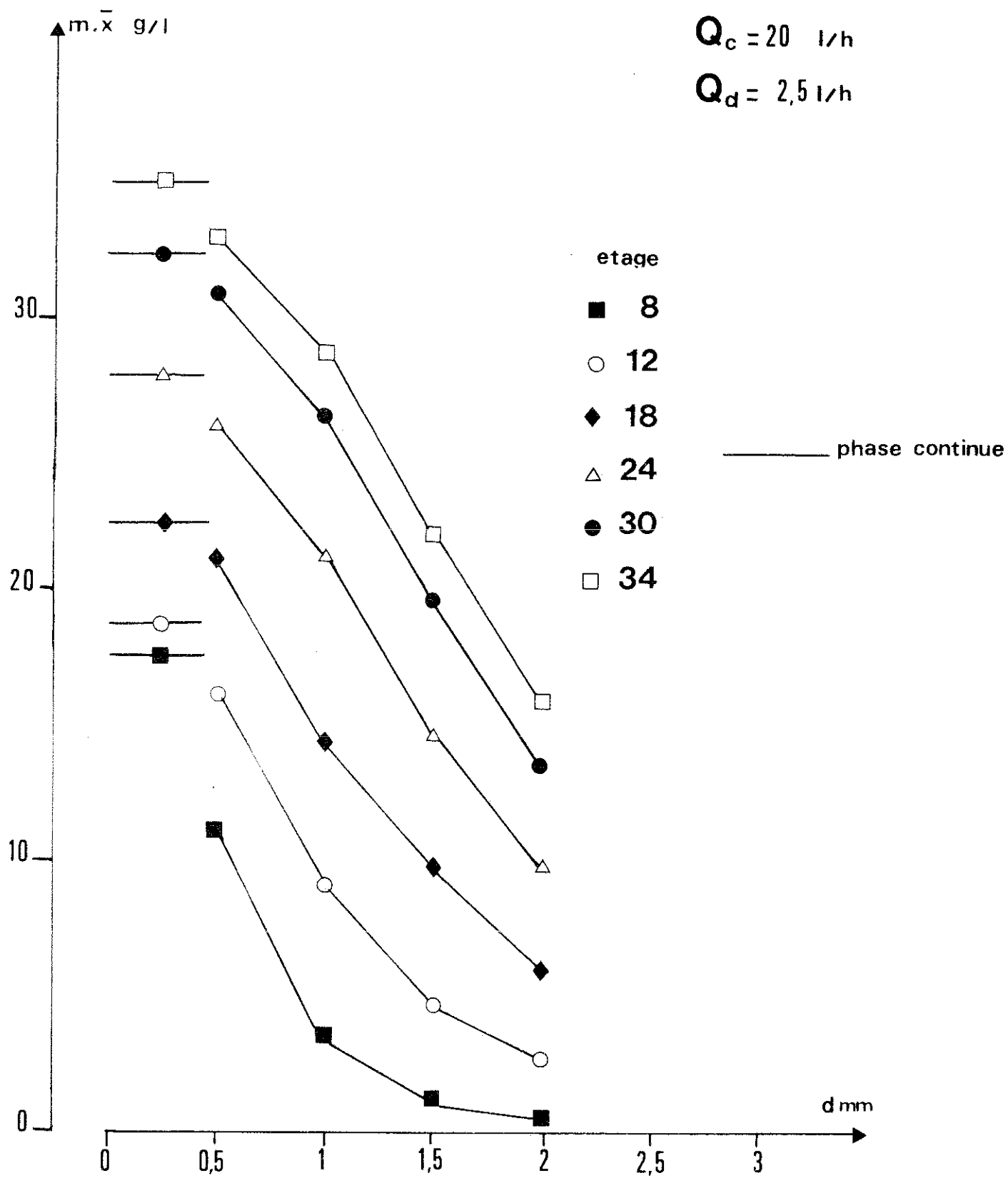


FIGURE 6.8

$\varepsilon = 1,25$

$Q_c = 40 \text{ l/h}$

$Q_d = 5 \text{ l/h}$

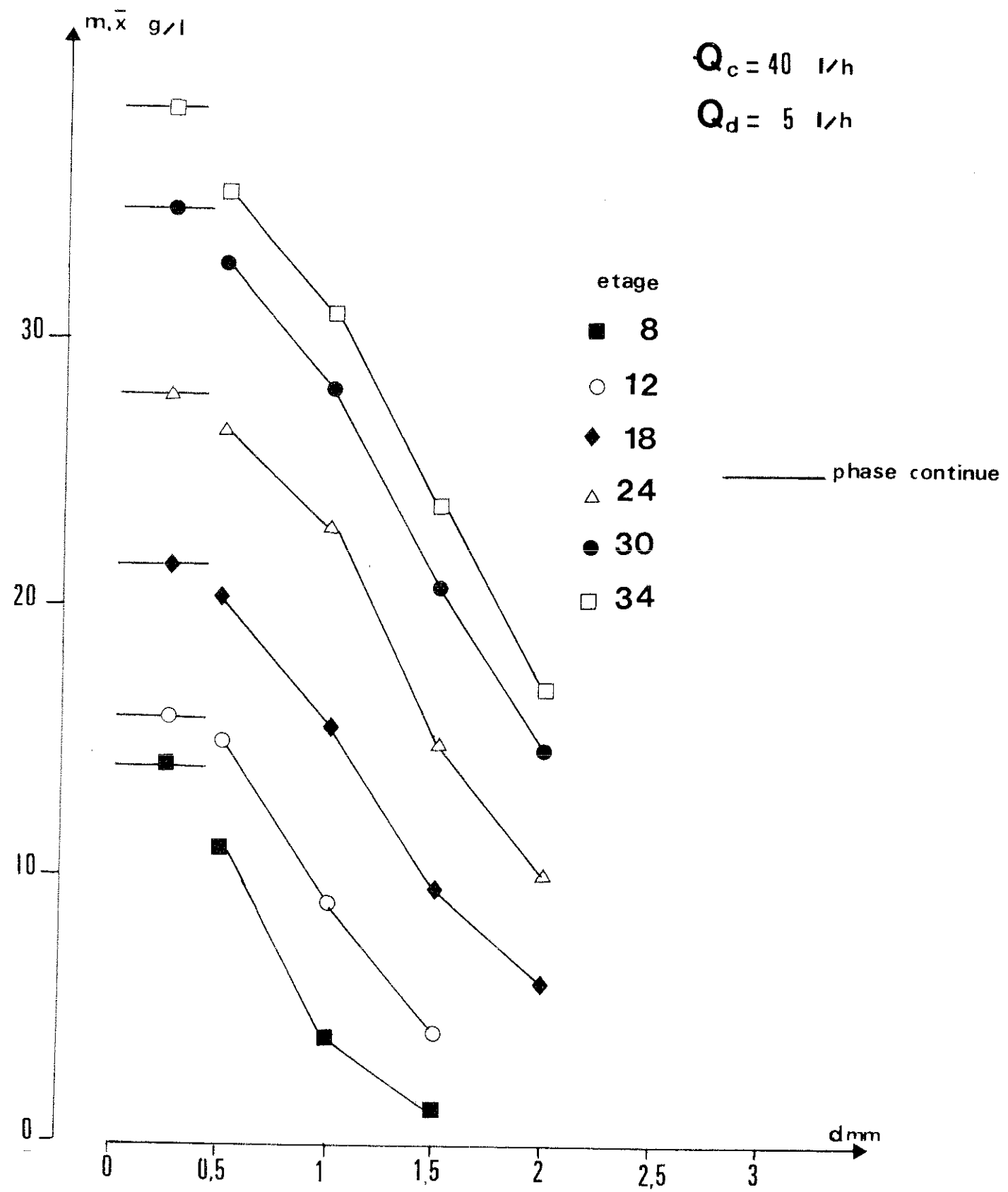


FIGURE 6.9

$$\varepsilon = 1,25$$

$$Q_c = 60 \text{ l/h}$$

$$Q_d = 7,5 \text{ l/h}$$

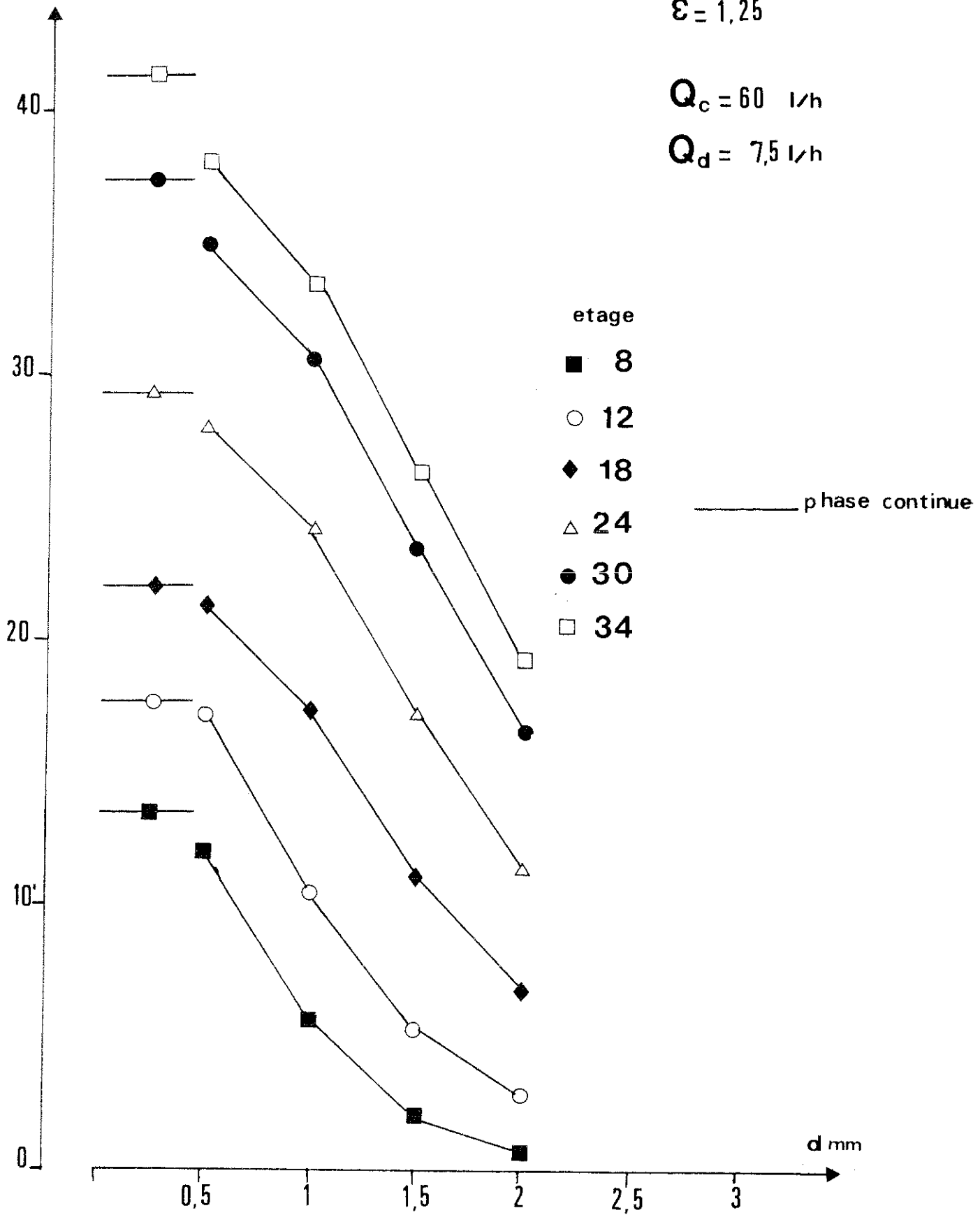


TABLEAU T 4-2-1

$\frac{Q_d}{Q_c} \frac{1/h}{1/h}$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
40	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12
60	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	///	///	///	///

TABLEAU T 4-2-2

	Coalescence nulle	Coalescence moyenne	Coalescence forte
Rupture nulle	A	///	///
Rupture	B	C	D

$\frac{m}{s}$	Distribution, D_0 monodispersée	Distribution, D_1	Distribution, D_2
D_1 $2 \cdot 10^{-3}$	1	2	4
D_2 $2 \cdot 10^{-4}$	///	3	///

ANNEXE 4

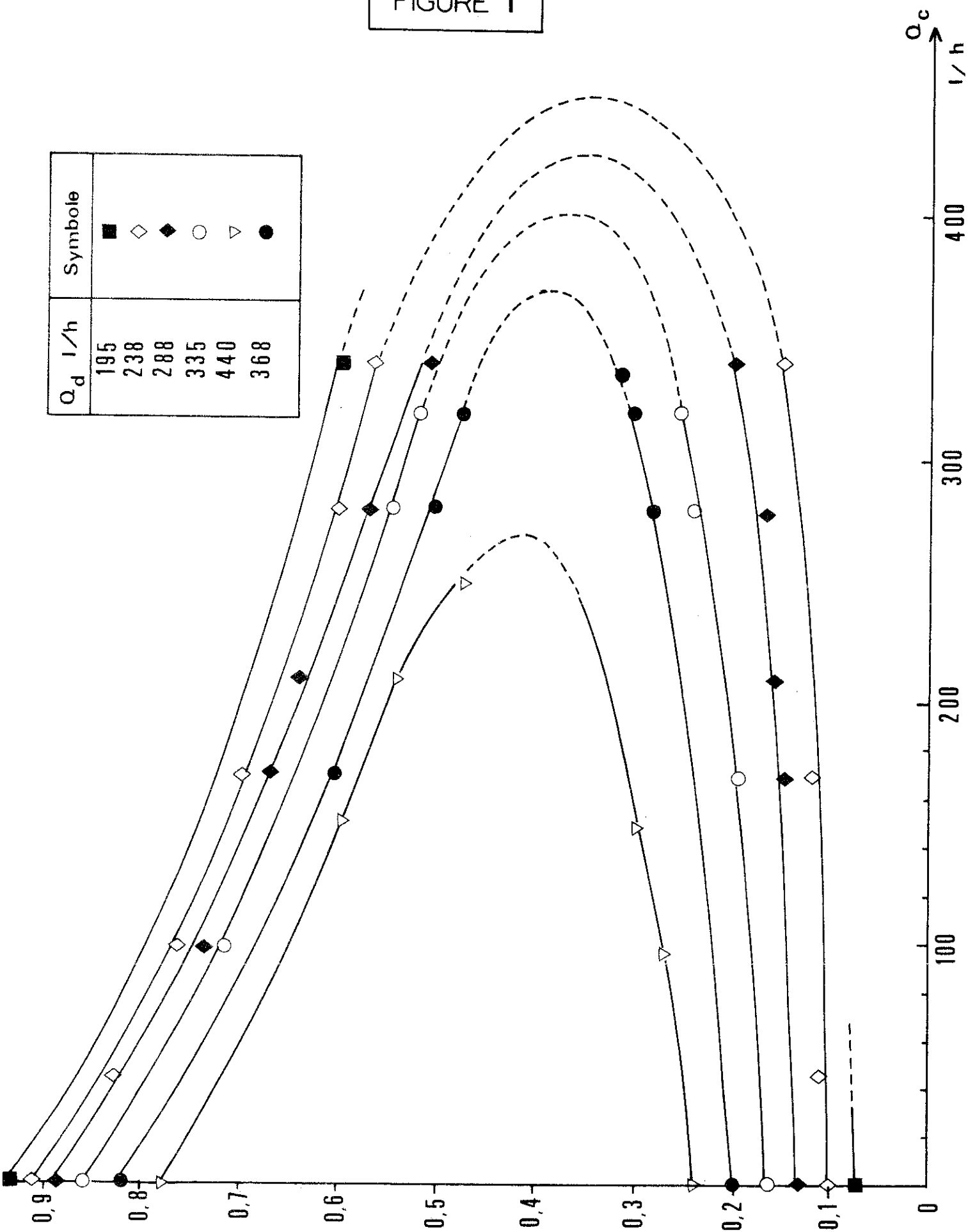
FIGURES TIREES D'AUTRES TRAVAUX

FIGURE 1 - VARIATION DU TAUX DE RETENTION DE LA PHASE DISPERSEE EN FONCTION
DU DEBIT DES DEUX PHASES, PERRUT^(III-2)

FIGURE 2 - PROFILS EXPERIMENTAUX DE RETENTION DE LA PHASE DISPERSEE, PARK^(III-3)

FIGURE 3 - FONCTIONNEMENT DU DECANTEUR, PARK^(III-4)

FIGURE 1



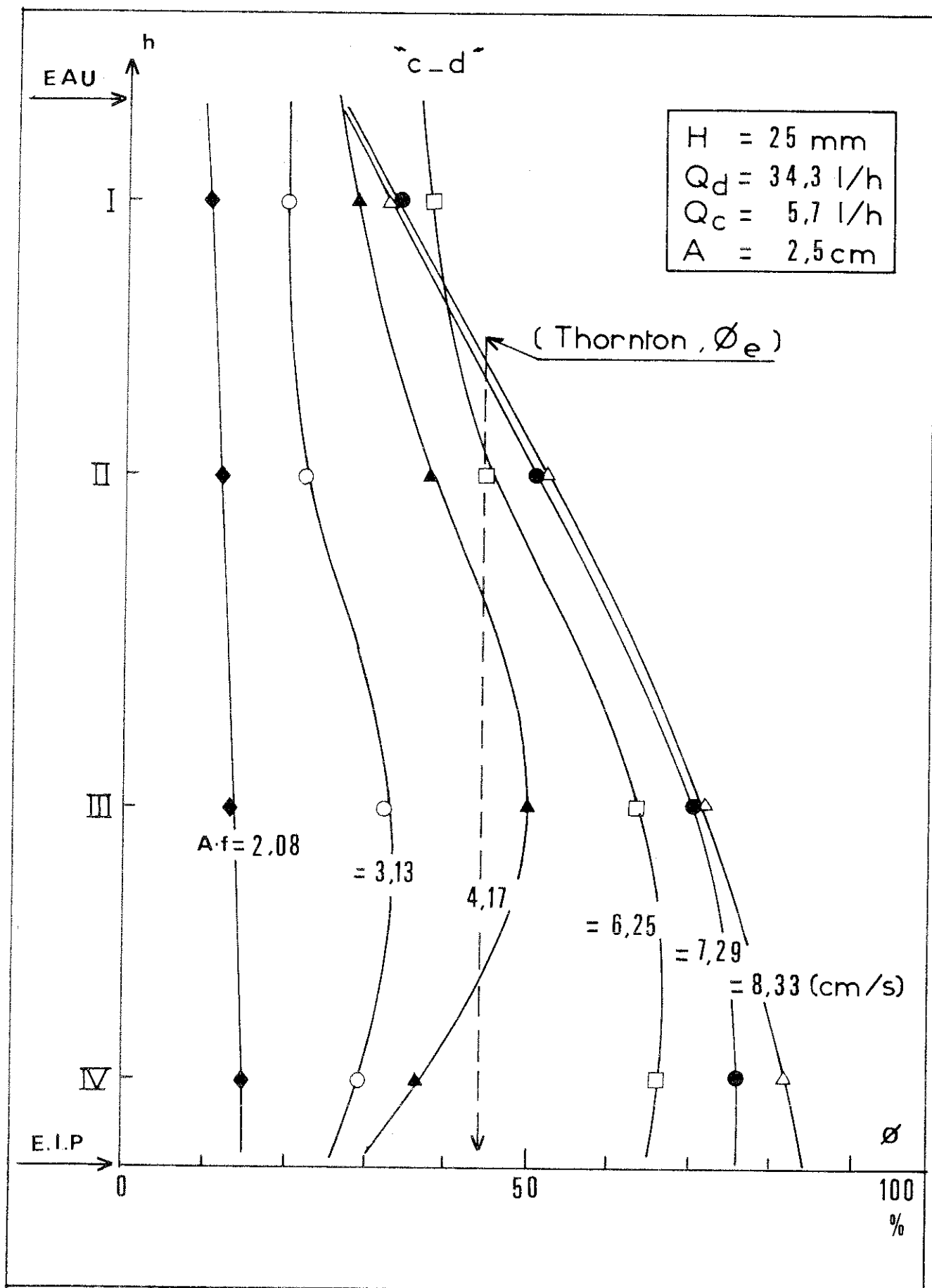


FIGURE 2

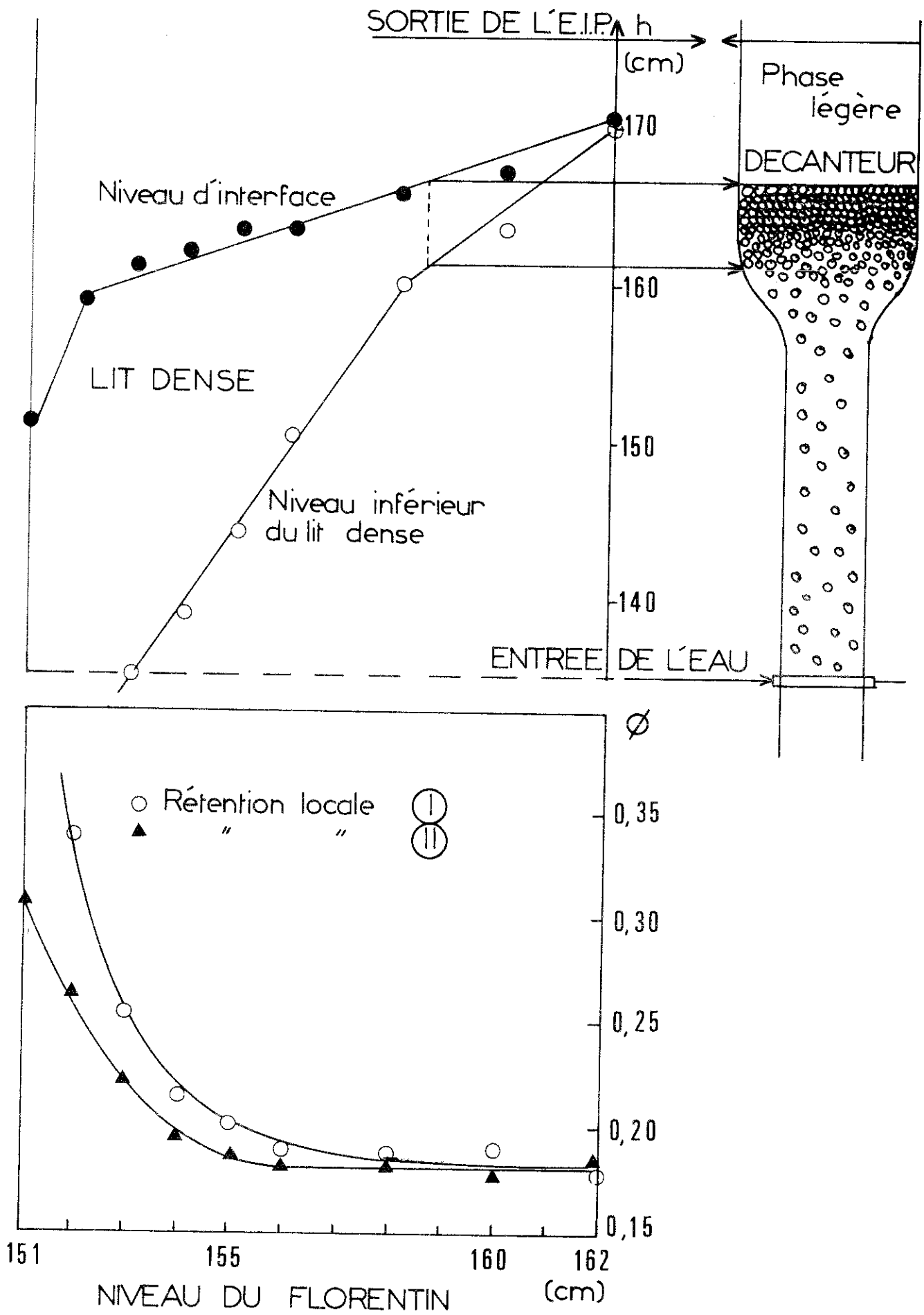


FIGURE 3

ANNEXE 5

NOMENCLATURE

{ } : notation simplifiée souvent employée

A	: aire de section droite de la colonne	L^2
AF	: produit amplitude fréquence de pulsation	LT^{-1}
a	: coefficient défini dans l'équation (3-7)	Adim
\bar{a}	: aire spécifique d'échange moyenne	L^{-1}
a_{\max}	: valeur maximale de a définie au parag. III-2-1-1	Adim
b	: coefficient défini dans l'équation (3-7)	Adim
b_{\max}	: valeur maximale de b définie au parag. IV-2-1-1	Adim
C^*	: critère d'écart défini par les relations (5-6) et (5-7)	Adim
CR	: coefficient de resserrement dans la loi (4-2)	Adim
d ou d_i	: diamètre des gouttes	L
\bar{d}	: valeur moyenne de d	L
d_i	: diamètre correspondant à la classe discrète i	L
d_{\max}	: plus grand diamètre des gouttes dans la colonne	L
$d_{\max \text{ st}}$: diamètre maximum stable vis-à-vis de la rupture	L
$d_{32}(h) \{d_{32}\}$: diamètre moyen de SAUTER (volume-surface)	L
d_{43}	: diamètre moyen défini dans l'annexe 1	L
$\mathcal{D}(h) \{ \mathcal{D} \}$: coefficient de diffusion tourbillonnaire, indifféremment, phase continue ou dispersée	$L^2 T^{-1}$
$\mathcal{D}_c(h) \{ \mathcal{D}_c \}$: coefficient de diffusion tourbillonnaire, pour la phase continue	$L^2 T^{-1}$
$\mathcal{D}_d(h) \{ \mathcal{D}_d \}$: coefficient de diffusion tourbillonnaire, pour la phase dispersée	$L^2 T^{-1}$
\mathcal{D}_n	: dans le modèle discret, valeur de \mathcal{D} entre les étages n et n+1	$L^2 T^{-1}$
EF	: facteur de pondération dans la relation (5-7)	Adim
Elarg.	: facteur d'élargissement du pied de colonne	Adim

$f(d)$: densité de probabilité en volume des gouttes de diamètre d dans l'alimentation de phase dispersée	L^{-1}
$f(d)$: dans le modèle discret, fraction de volume des gouttes de la classe $adim$ d dans l'alimentation de phase dispersée	
FP	: vitesse moyenne de la phase dispersée au niveau h de la colonne	LT^{-1}
H	: hauteur de la colonne jusqu'à l'interface	L
h	: hauteur, niveau dans la colonne	L
hc	: niveau d'alimentation en phase continue	L
hd	: niveau d'alimentation en phase dispersée	L
ϕh_n	: dans le modèle discret, hauteur de l'étage n	L
K	: constante de vitesse effective définie par la relation (5-3)	T^{-1}
$Kc(d)$ ou Kc	: coefficient global d'échange côté phase continue	LT^{-1}
k	: constante de vitesse dans l'équation (5-1)	T^{-1}
kCD	: constante caractérisant la coalescence diffusionnelle dans la relation (2-33)	$T^{-1} L^{-3}$
kCE	: fraction des chocs convectifs conduisant à une coalescence	$Adim$
$kC(d_i, d_j)$: coefficient caractérisant globalement la coalescence défini par la relation (6-36)	$T^{-1} L^{-3}$
k_n	: coefficient défini dans l'équation (2-84 bis)	$Adim$
kR	: Constante dans les lois de rupture	
m	: coefficient de partage du soluté $\frac{\text{phase continue}}{\text{phase dispersée}}$	$Adim$
N_e	: dans le modèle discret, nombre total d'étages	
NT	: dans le modèle discret, nombre de classe de gouttes	
$(NUT)_a$: nombre d'unités de transfert apparent	$Adim$
n	: dans le modèle discret, étage général	
n_c	: dans le modèle discret, étage d'alimentation en phase continue	
n_d	: dans le modèle discret, étage d'alimentation en phase dispersée	
ng	: nombre de gouttes formées par rupture d'une goutte	
$P(h,d) \{P\}$: densité de probabilité de présence des gouttes de diamètre d au niveau h	L^{-1}
$P^*(h,d) \{P^*\}$: densité de probabilité qu'un point de la phase dispersée, au niveau h appartienne à une goutte de diamètre d	L^{-1}

$P_n(d) \{P_n\}$: dans le modèle discret, probabilité en volume des gouttes de diamètre d sur l'étage n	Adim
$P_i(h) \{P_i\}$: dans le modèle discret, probabilité en volume des gouttes de la classe i au niveau h	Adim
$Pd(h)$: nombre de PECLET correspondant aux gouttes de diamètre d au niveau h	Adim
$P_{x,h,d} \{P_x\}$: double densité de probabilité de présence des gouttes de diamètre d et de concentration x au niveau h	$L^2 M^{-1}$
$\mathcal{P}(h,d) \{\mathcal{P}\}$: densité de débit unitaire de production par rupture et coalescence des gouttes de diamètre d au niveau h	$L^{-1} T^{-1}$
$\mathcal{P}_n(d) \{\mathcal{P}_n\}$: dans le modèle discret, débit unitaire de production par rupture et coalescence des gouttes de diamètre d, dans l'étage n	T^{-1}
$\mathcal{P}_c^j(h,d) \{\mathcal{P}_c^j\}$: densité de débit unitaire de production par coalescence des gouttes de diamètre d au niveau h j = a (apparition), d (disparition)	$L^{-1} T^{-1}$
$\mathcal{P}_R^j(h,d) \{\mathcal{P}_R^j\}$: densité de débit unitaire de production par rupture des gouttes de diamètre d au niveau h j = a (apparition), d (disparition)	$L^{-1} T^{-1}$
$\mathcal{P}_x^t(h,d) \{\mathcal{P}_x^t\}$: double densité de débit unitaire de soluté par les gouttes de concentration x et de diamètre d, produites par rupture et coalescence, au niveau h	$L^2 M^{-1} T^{-1}$
$\mathcal{P}_{xR}^t(h,d) \{\mathcal{P}_{xR}^t\}$: double densité de débit unitaire de soluté par les gouttes de concentration x et de diamètre d, produites par rupture au niveau h	$L^2 M^{-1} T^{-1}$
$\mathcal{P}_{xc}^t(h,d) \{\mathcal{P}_{xc}^t\}$: double densité de débit unitaire de soluté par les gouttes de concentration x et de diamètre d, produites par coalescence au niveau h	$L^2 M^{-1} T^{-1}$
$\mathcal{P}_R^t(h,d) \{\mathcal{P}_R^t\}$: densité de débit unitaire de soluté par les gouttes de diamètre d et de concentration quelconque, produites par rupture au niveau h	$L^2 M^{-1} T^{-1}$
$\mathcal{P}_c^t(h,d) \{\mathcal{P}_c^t\}$: densité de débit unitaire de soluté par les gouttes de diamètre d et de concentration quelconque, produites par coalescence au niveau h	$L^2 M^{-1} T^{-1}$
Q_c	: débit de phase continue admis	$L^3 T^{-1}$
$Q_c(h)$: débit de phase continue traversant une section droite de la colonne, au niveau h	$L^3 T^{-1}$
$Q_c^t(h)$: débit de soluté traversant une section droite de la colonne, au niveau h, par la phase continue	$M T^{-1}$
Q_d	: débit de phase dispersée admis	$L^3 T^{-1}$

$Q_d(h)$: débit de phase dispersée traversant une section droite de la colonne, au niveau h	$L^3.T^{-1}$
$Q_d^t(h)$: débit de soluté traversant une section droite de la colonne, au niveau h, par la phase dispersée	$M.T^{-1}$
Q_dE	: débit de phase dispersée entraînée par la phase continue, en pied de colonne	$L^3.T^{-1}$
Q_d^o	: débit de phase dispersée où il apparaît un point d'engorgement	$L^3.T^{-1}$
Q_d^*	: débit de phase dispersée correspondant à la charge maximale de la colonne	$L^3.T^{-1}$
Q_{er}	: fraction de débit de phase dispersée entraînée	Adim
$\left. \begin{matrix} Q_n^+ \\ Q_n^- \end{matrix} \right\}$: dans le modèle discret, débits de phase continue quittant l'étage n	$L^3.T^{-1}$
Q_s	: débit de soutirage en pied de colonne	$L^3.T^{-1}$
$Q_T(h)$: débit total traversant une section de la colonne, au niveau h	$L^3.T^{-1}$
Q_t	: débit de soutirage en tête de colonne	$L^3.T^{-1}$
Q_t^t	: débit de soluté sortant en tête de colonne	$M.T^{-1}$
$\left. \begin{matrix} q_n^+ \\ q_n^- \end{matrix} \right\}$: dans le modèle discret, débits des gouttes de la classe d sortant de l'étage n	$L^3.T^{-1}$
$R(h,d)$ ou $R(d)$: vitesse de rupture des gouttes de diamètre d, au niveau h	T^{-1}
Re_p	: nombre de REYNOLDS pour une particule	Adim
R_i	: résistance interfaciale à la coalescence	Adim
Sh_c	: nombre de SHERWOOD pour la phase continue	Adim
Sc	: nombre de SCHMIDT	Adim
T_c	: terme de coalescence défini par la relation (2-83)	$T^{-1}.L^{-3}$
$\mathcal{E}(h)$: débit unitaire de production de soluté dû au transfert de matière entre les deux phases	$M.T^{-1}.L^{-3}$
$\mathcal{E}_n(di)\{\mathcal{E}_n\}$: dans le modèle discrétisé, débit unitaire de production de soluté dû au transfert de matière entre les deux phases	$M.T^{-1}.L^{-3}$
$U_c(h) \{U_c\}$: vitesse de la phase continue, au niveau h	$L.T^{-1}$
U_c^n	: dans le modèle discrétisé, vitesse de la phase continue, à l'étage n	$L.T^{-1}$

$U_d(h,d) \{U_d\}$: vitesse des gouttes de diamètre d , au niveau h	$L.T^{-1}$
U_d^n	: dans le modèle discrétisé, vitesse des gouttes de la classe d , à l'étage n	$L.T^{-1}$
$U_d^*(d) \{U_d^*\}$: vitesse des gouttes de diamètre d , à l'interface	$L.T^{-1}$
$U_r(h,d) \{U_r\}$: vitesse relative des gouttes de diamètre d , au niveau h	$L.T^{-1}$
$U_r^*(d) \{U_r^*\}$: vitesse terminale d'une goutte de diamètre d voyageant dans la colonne	$L.T^{-1}$
$U_t(d) \{U_t\}$: vitesse terminale d'une goutte de diamètre d	$L.T^{-1}$
V	: volume occupé par un ensemble de gouttes	L^3
$V(d_i)$ ou V_i	: volume des gouttes de diamètre d_i	L^3
V_R	: volume occupé par les gouttes identiques formées par rupture d'une goutte	L^3
V_t	: volume de la goutte par coalescence de deux gouttes	L^3
v_i	: vitesse des gouttes de diamètre d_i au niveau h de la colonne	$L.T^{-1}$
x	: concentration en soluté	
x_d	: concentration en soluté à l'alimentation de la phase dispersée	$M.L^{-3}$
x_{max}	: plus grande valeur de x pour toute la colonne	$M.L^{-3}$
x_s	: concentration moyenne du soluté dans la phase dispersée, en pied de colonne	$M.L^{-3}$
x_t	: concentration moyenne de la phase dispersée en tête de colonne	$M.L^{-3}$
$x_n(d_i) \{x_n\}$: dans le modèle discret, concentration moyenne de la classe d_i dans l'étage n	$M.L^{-3}$
$\bar{x}(h,d) \{\bar{x}\}$: concentration moyenne des gouttes de diamètre d , au niveau h	$M.L^{-3}$
$\bar{x}(h) \{\bar{x}\}$: concentration moyenne de la phase dispersée, au niveau h	$M.L^{-3}$
$y(h) \{y\}$: concentration de la phase continue au niveau h	$M.L^{-3}$
y_c	: concentration en soluté à l'alimentation de la phase continue	$M.L^{-3}$
y_s	: concentration de la phase continue au soutirage en pied de colonne	$M.L^{-3}$
y_n	: dans le modèle discrétisé, concentration de la phase continue dans l'étage n	$M.L^{-3}$
y_1	: cote définie par la relation (3-9)	Adim

Lettres grecques

α	: exposant dans la loi de rupture (5-5)	
α_c	} : coefficients définis par les conditions (2-9)	
α_d		
$\beta(d_o, d)$: densité de probabilité en volume de trouver une goutte de diamètre d , par rupture d'une goutte de diamètre d_o	L^{-1}
β_{ij}	: fraction de volume occupée par les gouttes de diamètre d_j formées par rupture d'une goutte de diamètre d_i	Adim
ε	: fraction de volume occupée par les fines résultant de la rupture d'une goutte	Adim
$\phi(h)$ ϕ	: rétention (fraction de volume occupée par la phase dispersée) au niveau h de la colonne	Adim
ϕ_n	: dans le modèle discret, rétention dans l'étage n	Adim
$\phi_0, \phi_1, \phi_2, \phi_e$: valeurs remarquables de la rétention au parag. III-2	Adim
ϕ_E	: rétention à l'engorgement définie au parag. IV-4-1	Adim
ω_i	: fraction de volume définie par l'équation (2-80)	Adim
ω_{ij}	: fraction de volume définie par l'équation (2-82)	Adim

D E C I S I O N

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Toulouse

VU les dispositions de l'article 9 de l'arrêté du 16 avril 1974
sur le Doctorat d'Etat ;

VU les rapports de M. ANGELINO

M. CHARPENTIER

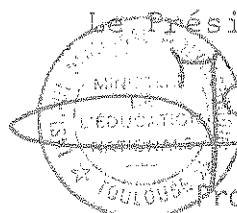

M. DURANDET

AUTORISE Monsieur CASAMATTA Gilbert

à présenter une thèse en soutenance pour l'obtention du grade
de DOCTEUR D'ETAT.

A Toulouse, le 31 AOUT 1981

Le Président de l'I.N.P.T.

 
Professeur J. NOUGARO